

Université Bordeaux I

RECONSTRUCTION DE LA FONCTION
D'ÉCLAIRAGE

par

ROMAIN PACANOWSKI
romain.pacanowski@etu.u-bordeaux1.fr

Mémoire de Master Recherche

sous la direction de

XAVIER GRANIER
granier@labri.fr

Juin 2005

Remerciements

Mes premiers remerciements vont bien évidemment à Xavier Granier, mon directeur de stage, qui a été d'une disponibilité presque sans limite. Il a eu la patience et la gentillesse de me consacrer du temps aussi bien pour m'apprendre des concepts théoriques sur mon sujet de stage que sur d'autres sujets plus généraux en synthèse d'images. Il a aussi su répondre aux nombreuses questions qui me venaient à l'esprit durant nos réunions de travail. Ses qualités, tant humaines que scientifiques, en font un encadrant exceptionnel.

Je tiens aussi à remercier Gérard Point qui a gentilement et patiemment supporté ma présence dans son bureau pendant 4 mois et m'a fait part de ses remarques très constructives dans l'élaboration de ce mémoire. De même, que Christophe Schlick qui a pris une partie de son précieux temps pour me donner des conseils. Joachim Pouderoux, et Florient Levet m'ont également apporté leurs précieuses indications et je m'en voudrais de les oublier. Aussi, je souhaite remercier Tamy Boubakeur avec lequel j'ai eu de nombreuses discussions d'informatique graphique qui furent des plus enrichissantes.

Enfin, je souhaite remercier Pascal Guitton qui dirige le projet IPARLA (LaBRI - INRIA Futurs) - et à travers lui toute l'équipe - dont l'accueil fût très chaleureux pendant ces 4 mois de stage.

Last but not least, je ne saurais oublié Alexia et Marylène qui, bien que n'étant pas du domaine, ont eu le courage de relire ce mémoire d'informatique.

Table des matières

| | |
|---|------------|
| Table des figures | iii |
| 1 Introduction | 1 |
| 2 Préliminaires : Principes et quantités fondamentales en éclairage global | 4 |
| 2.1 Radiométrie | 4 |
| 2.2 Interaction entre la lumière et les matériaux | 10 |
| 2.3 Problématique de l'éclairage global | 13 |
| 3 Etat de l'art | 18 |
| 3.1 Représentations directionnelles | 18 |
| 3.1.1 Vecteurs de lumière (<i>Light Vector</i>) | 18 |
| 3.1.2 Harmoniques sphériques et hémisphériques | 20 |
| 3.1.3 Ondelettes | 21 |
| 3.2 Principaux algorithmes d'éclairage global | 23 |
| 3.2.1 Aperçu des méthodes déterministes | 25 |
| 3.2.2 Aperçu des méthodes stochastiques | 28 |
| 3.3 La technique du <i>Photon Mapping</i> en détail | 32 |
| 3.3.1 Première passe : lancer de photons | 32 |
| 3.3.2 Structure de données pour le stockage des photons | 34 |
| 3.3.3 Deuxième passe : reconstruction de la radiance | 34 |
| 3.3.4 Optimisations et techniques d'accélération | 36 |
| 3.4 Bilan | 40 |
| 4 Une nouvelle approche de reconstruction de la fonction d'éclairage | 42 |
| 4.1 Aperçu de la méthode proposée | 42 |
| 4.2 Lancer de photons et construction de l' <i>octree</i> | 43 |
| 4.2.1 Radiance incidente | 43 |
| 4.2.2 Lancer de photons | 44 |
| 4.2.3 Construction de l' <i>octree</i> | 44 |
| 4.3 Reconstruction de la radiance incidente | 48 |
| 4.3.1 Reconstruction au centre | 48 |
| 4.3.2 Reconstruction au centre sur 3 plans virtuels | 49 |
| 4.3.3 Influences des paramètres sur la reconstruction | 51 |
| 4.4 Passe de rendu | 54 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.4.1 | Type de volume d'interrogation | 54 |
| 4.4.2 | Détermination des voisins d'une cellule | 55 |
| 4.4.3 | Calcul de la radiance incidente | 56 |
| 4.4.4 | Stratégies et coût d'utilisation des <i>octrees</i> | 56 |
| 5 | Résultats comparés | 57 |
| 5.1 | Comparaison pour l'éclairage indirect | 57 |
| 5.1.1 | Cache dépendant du point de vue | 60 |
| 5.1.2 | Cache indépendant du point de vue | 62 |
| 5.2 | Comparaisons de solutions complètes | 64 |
| 5.2.1 | Image finale avec éclairage indirect diffus | 64 |
| 5.2.2 | Comparaison pour l'éclairage direct | 66 |
| 5.2.3 | Comparaison pour les caustiques | 71 |
| 6 | Conclusion | 73 |
| 7 | Travaux futurs | 75 |
| 7.1 | Nouvelles approches pour reconstruire la radiance incidente | 75 |
| 7.1.1 | Autres volumes d'interrogation possibles | 75 |
| 7.1.2 | Utilisation/Adaptation de méthodes de reconstruction de sur- faces à partir de points | 76 |
| 7.2 | La diffusion et ses applications | 76 |
| 7.3 | Autres applications possibles | 77 |
| A | Un bref aperçu historique de l'étude de la lumière | 79 |
| B | Complément sur la radiométrie | 81 |
| B.1 | Définition quantique de l'énergie rayonnante spectrale | 81 |
| B.2 | Définition du flux énergétique spectral en fonction de la température | 82 |
| B.3 | Coefficient/Facteur de réflexion ou Albedo | 82 |
| C | Harmoniques | 83 |
| C.1 | Harmoniques sphériques | 83 |
| C.2 | Harmoniques hémisphériques | 85 |
| C.3 | Exemple d'utilisation d'harmoniques sphériques en éclairage global . . | 85 |
| D | Ondelettes | 87 |
| D.1 | Aperçu historique | 87 |
| D.2 | La base de Haar | 88 |
| E | De l'équation du rendu à celle de radiosité | 90 |
| F | Choix d'implémentation d'un <i>Octree</i> | 93 |
| | Bibliographie | 93 |

Table des figures

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Image tirée du film Finding Nemo | 1 |
| 1.2 | Image tirée du film Final Fantasy | 1 |
| 1.3 | Approche qualitative vs quantitative | 2 |
| 1.4 | Exemples d'images de production | 3 |
| 2.1 | Le concept de flux | 5 |
| 2.2 | Repérage hémisphérique | 6 |
| 2.3 | Angle solide | 6 |
| 2.4 | Angle solide différentiel | 7 |
| 2.5 | Quantités radiométriques et photométriques | 8 |
| 2.6 | BRDF | 10 |
| 2.7 | Différents types de BRDF | 12 |
| 2.8 | BSSRDF | 13 |
| 2.9 | Le terme géométrique $G(x, y)$ | 14 |
| 2.10 | Chemins lumineux | 16 |
| 2.11 | Quelques phénomènes d'éclairage | 17 |
| 3.1 | Vecteur de lumière | 19 |
| 3.2 | Harmoniques sphériques | 20 |
| 3.3 | Harmoniques vs Ondelettes | 22 |
| 3.4 | Réflexion glossy | 24 |
| 3.5 | Ombres douces | 24 |
| 3.6 | Profondeur de champ | 24 |
| 3.7 | Flou de mouvement | 24 |
| 3.8 | Le concept de liens dans une hiérarchie | 26 |
| 3.9 | La procédure <i>Push</i> and <i>Pull</i> | 28 |
| 3.10 | Path-Tracing | 29 |
| 3.11 | Image peu bruitée obtenue avec le Path-Tracing | 29 |
| 3.12 | Comparaison Path-Tracing et Tracé bidirectionnel de rayons | 30 |
| 3.13 | Technique de Walter | 31 |
| 3.14 | Illustration d'un kd-tree en deux dimensions | 35 |
| 3.15 | Technique utilisée par Arikan [AFO05] pour calculer les échantillons de son cache à l'aide des harmoniques sphériques | 40 |
| 3.16 | Nombre d'échantillons pour la technique de Ward et d'Arikan comparé | 40 |
| 4.1 | Cellule atmosphérique | 46 |
| 4.2 | Reconstruction au centre et débordement possible | 48 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.3 | Comparaison des résultats pour les deux types de reconstruction . . . | 49 |
| 4.4 | Illustration de la reconstruction à l'aide des 3 plans virtuels | 50 |
| 4.5 | Reconstructions avec le Photon Map pour différents rayons de recherche | 52 |
| 4.6 | Effets du paramètre ε sur notre technique de reconstruction | 53 |
| 5.1 | Distribution des photons et <i>octree</i> obtenu | 58 |
| 5.2 | Reconstruction obtenue pour l'indirect | 59 |
| 5.3 | Comparaison de cartes d'irradiance obtenues avec la technique de Ward | 61 |
| 5.4 | Comparaison de la technique de Ward et notre technique | 62 |
| 5.5 | Carte d'irradiance avec la technique de Ward-Christensen | 63 |
| 5.6 | Carte d'irradiance avec Ward-Christensen et position des échantillons | 64 |
| 5.7 | Résumé des temps de construction pour les différentes techniques testées | 64 |
| 5.8 | Solution complète avec éclairage indirect diffus | 65 |
| 5.9 | Éclairage indirect diffus avec <i>Photon Map</i> classique | 66 |
| 5.10 | Reconstruction avec notre technique, configuration <i>A</i> , pour l'éclairage direct | 67 |
| 5.11 | Reconstruction avec notre technique, volumes adaptatifs comparés, pour l'éclairage direct | 68 |
| 5.12 | Configuration <i>B</i> de l'octree pour l'éclairage direct | 69 |
| 5.13 | Comparaisons de reconstruction pour l'éclairage direct | 70 |
| 5.14 | Comparaison des caustiques obtenues avec les configurations <i>A</i> et <i>B</i> . | 72 |
| 7.1 | Exemple de visualisation scientifique de lignes de flux | 78 |
| C.1 | Harmoniques sphériques | 84 |
| C.2 | Harmoniques hémisphériques | 84 |
| D.1 | Fonctions de la base de Haar | 89 |
| D.2 | Ondelettes de la base de Haar | 89 |

Chapitre 1

Introduction

Au cours de ces dernières années les films d'animation tels que *Shrek*, *Finding Nemo* (cf. image 1.1) ou encore *Final Fantasy* (cf. image 1.2) ont connu un franc succès. Grâce aux talents des infographistes dans la manipulation des outils qui leurs sont fournis, et l'amélioration croissante de ceux-ci, les images produites n'ont cessé de gagner en qualité.

Parallèlement aux progrès réalisés en modélisation géométrique, les moyens mis en œuvre pour simuler l'éclairage, et l'inclure dans une image de synthèse, ont eux aussi évolué afin de permettre la création d'images toujours plus convaincantes pour le spectateur.

La lumière et son interaction avec les matériaux ont été étudiées de manière intensive par les physiciens depuis le XVII^{ième} siècle. Simuler les phénomènes d'éclairage et calculer une fonction qui les représente est un problème extrêmement complexe et de dimension infinie. En synthèse d'images, deux approches existent pour modéliser les phénomènes d'éclairage. La première approche, quantitative, celle majoritairement explorée par les chercheurs au cours de ces 20 dernières années, est une approche de simulation physique dans laquelle l'erreur est mesurable. La seconde est une approche qualitative qui prend en compte la perception de l'utilisateur. Le but n'est plus de fournir une image « exacte » mais une image « plausible ». Le schéma de la figure 1.3 illustre ces deux approches.



FIG. 1.1 – Image tirée du film *Finding Nemo* (©Disney/Pixar).



FIG. 1.2 – Image tirée du film *Final Fantasy* (©SquareUSA).

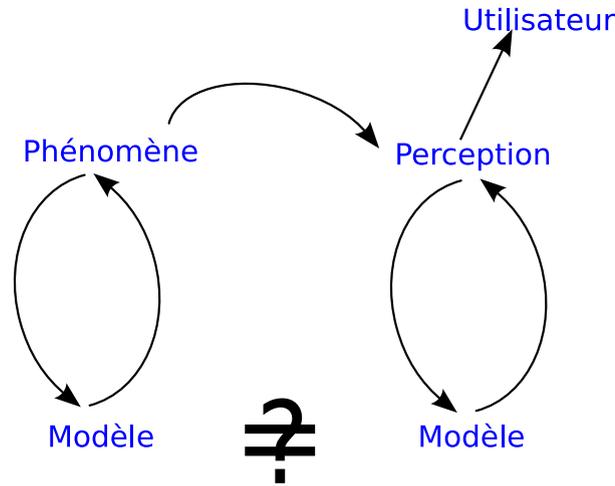


FIG. 1.3 – *Illustration de l’approche quantitative à gauche et qualitative à droite. Chacune des approches construit un modèle mais les deux modèles obtenus ne sont pas forcément les mêmes.*

L’approche quantitative a permis le développement d’un certain nombre de techniques qui restent coûteuses et peu intuitives mais trouvent leur utilité dans certains domaines comme l’architecture d’intérieur et en général tout domaine nécessitant une simulation physique du phénomène. A contrario, la plupart des effets d’éclairage présents dans les films ou les jeux vidéos utilisent peu les techniques de simulation physique comme l’illustre les images de la figure 1.4 dans lesquelles les phénomènes lumineux créés nous apparaissent plausibles mais pourraient être encore améliorés en termes de qualité visuelle.

Tout l’enjeu dans la création de tels outils est de réussir à trouver de nouveaux modes de représentation pour la fonction d’éclairage de dimension 5. Dans l’idéal, cette nouvelle représentation doit être compacte, multi-résolution, rapide à exploiter pour synthétiser des images et facile à manipuler par un artiste.

Dans ce mémoire, nous introduisons une nouvelle technique pour reconstruire et représenter la fonction d’éclairage. Notre nouveau mode de représentation constitue la première étape pour obtenir une représentation multi-résolution de l’éclairage qui permettra, par exemple, d’effectuer de l’affichage progressif éventuellement via un réseau. Reconstruire la fonction d’éclairage et la représenter d’une façon simple, cohérente et intuitive doit aussi, à terme, permettre à l’utilisateur de manipuler l’éclairage aussi simplement qu’il modélise un objet.

Après avoir brièvement rappelé la terminologie scientifique utilisée pour décrire la lumière et son interaction avec les matériaux, nous passons en revue les différentes méthodes explorées pour représenter la fonction d’éclairage ainsi que les différentes techniques de simulation d’éclairage. Nous présentons ensuite en détail notre technique dont les contributions principales sont :

- l’utilisation d’un *octree* pour représenter la fonction d’éclairage dans une scène donnée.



(a)



(b)

FIG. 1.4 – Images de production obtenue à l'aide d'une approche qualitative. L'image (a) est tirée du film *Shrek 2*. En simplifiant la fonction d'éclairage, l'outil développé par Dreamworks, permet à l'utilisateur de simuler les réflexions de l'ensemble de la lumière de Shrek sur lui-même de manière simple et intuitive comme s'il manipulait une unique source lumineuse. L'image (b) est tirée du jeu *Doom 3*. Les ombres approximées à l'aide des volumes d'ombre de Crow [Cro77] sont convaincantes mais leur crédibilité pourrait être améliorée en ajoutant la pénombre normalement présente dans un tel environnement.

- l'introduction de deux nouvelles formes de stockage de la radiance incidente qui représente la fonction d'éclairage : la première matricielle et la seconde vectorielle qui est la forme compressée de la première.
- l'introduction d'une méthode de reconstruction de la fonction d'éclairage au sein d'une cellule de l'*octree*.

En dernier lieu, nous présentons les résultats obtenus avec notre technique avant de conclure et de proposer de futures directions de recherche.

Chapitre 2

Préliminaires : Principes et quantités fondamentales en éclairage global

Dans ce chapitre, nous rappelons la terminologie scientifique qui permet de décrire la lumière et son interaction avec les matériaux avant de présenter quelques principes généraux et la problématique de l'éclairage global en synthèse d'images. Le lecteur pourra se reporter aux livres de Jensen [Jen01], Sillion [SP94] et Dutré [DBB02] ou encore au chapitre 3 de la thèse d'Eric Veach [Vea97] pour plus de détails. Un bref aperçu historique de l'étude de la lumière par les physiciens est également donné en annexe A.

2.1 Radiométrie

La radiométrie est l'étude de la lumière et plus particulièrement de sa mesure physique sur l'ensemble du spectre. La photométrie qui en découle prend en compte la perception de l'énergie lumineuse par le système visuel humain qui est uniquement capable d'observer les phénomènes compris approximativement entre 380 et 780 nm. On trouvera dans la table 2.1 une correspondance entre les quantités et unités radiométriques et photométriques.

En ne faisant aucune restriction, les principales quantités utilisées en éclairage global sont radiométriques.

Quantités radiométriques

Flux énergétique spectral ou puissance spectrale

La quantité de lumière émanant/quittant/traversant une surface est appelée énergie rayonnante spectrale (cf. annexe B). Si l'on considère la variation de cette dernière par rapport au temps, on établit le flux énergétique spectral¹ Φ_λ dont le concept est illustré à la figure 2.1.

¹La littérature anglo-saxonne parle de *spectral radiant flux* en ce qui concerne le flux énergétique spectral et de *spectral radiant power* pour la puissance énergétique.

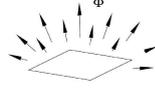


FIG. 2.1 – *Illustration [Laf96] du concept de flux. Une surface est traversée par un flux lumineux représenté par les différentes flèches.*

En synthèse d’images, on considère que le système a atteint un état énergétique lumineux stable et l’aspect temporel du flux est donc ignoré.

Irradiance et radiosité spectrales

Les quantités permettant de calculer l’énergie lumineuse qui part ou qui arrive sur une surface donnée sont l’irradiance et la radiosité spectrales. Si l’on ne considère pas la provenance de l’énergie, on parle de densité de flux énergétique.

L’irradiance² spectrale, $E_\lambda(x)$, en un point x , exprimée en Watt par mètre au carré par nanomètre ($Wm^{-2}nm^{-1}$) correspond au flux énergétique spectral incident sur une surface par aire de surface unitaire :

$$E_\lambda(x) = \frac{d\Phi_\lambda}{dA} \quad (2.1)$$

avec dA surface unitaire élémentaire.

La radiosité spectrale B_λ , parfois appelée excitance énergétique, correspond au flux énergétique partant d’une surface par aire de surface unitaire. Tout comme l’irradiance, elle est aussi exprimée en Watt par mètre au carré par nanomètre ($Wm^{-2}nm^{-1}$). Elle est définie par l’équation suivante :

$$B_\lambda(x) = \frac{d\Phi_\lambda}{dA}. \quad (2.2)$$

Notion d’angle solide et d’angle solide différentiel

Dans ce mémoire, les coordonnées sphériques sont repérées par les angles θ et ϕ où θ est à valeur sur l’intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$ et représente l’angle co-latitudinal, tandis que ϕ est à valeur sur l’intervalle $[0, 2\pi]$ et représente l’angle azimutal (longitudinal), comme illustré à la figure 2.2.

Une quantité fondamentale en éclairage global associée à la notion de direction est l’angle solide (cf. figure 2.3) qui permet d’exprimer à la fois une portion de direction et une aire infinitésimale.

L’angle solide Ω , au point x , défini par une aire A sur la sphère est défini par :

$$\Omega_x = \frac{A}{r^2} \quad (2.3)$$

avec r le rayon de la sphère.

²Le terme irradiance est un anglicisme courant. Le terme français officiel est « éclairément énergétique ».

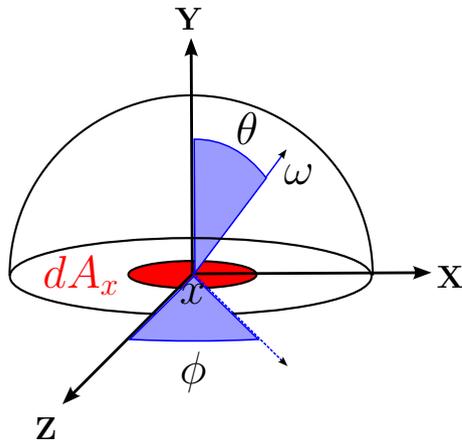


FIG. 2.2 – Hémisphère centrée autour du point x et de la surface unitaire élémentaire dA_x . Angles θ et ϕ utilisés pour repérer une direction ω sur l'hémisphère.

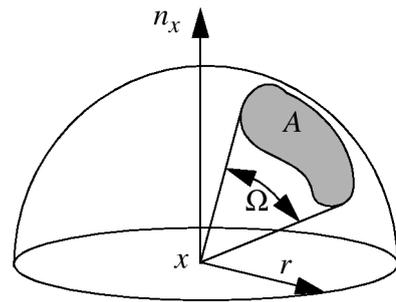


FIG. 2.3 – Illustration [Dut03] du concept d'angle solide Ω défini par une aire A au point x de normale n_x pour un hémisphère de rayon r .

Bien que sans dimension, les angles solides sont exprimés en stéradian (sr). Pour calculer l'angle solide d'un objet quelconque, on doit projeter la surface de cet objet sur la sphère.

Pour pouvoir intégrer des fonctions sur l'hémisphère, on définit l'angle solide différentiel, dont une illustration est donnée en figure 2.4, centré autour d'une direction $\omega = (\theta, \phi)$, notée $d\omega$, par :

$$d\omega = d\phi d\theta \sin \theta. \quad (2.4)$$

Comme le montre l'image (a) de la figure (2.4), le facteur $\sin \theta$ s'explique par le fait que la variation d'angle solide est plus grande à l'horizon qu'au pôle.

Pour pouvoir passer d'une formulation hémisphérique à surfacique, on a besoin d'exprimer l'élément différentiel d'angle solide en fonction de l'élément différentiel de surface :

$$d\omega_x = \frac{\cos \theta_y dA_y}{d_{xy}^2} \quad (2.5)$$

avec

- θ_y angle entre la normale au point y et ω_x
- d_{xy} la distance euclidienne entre x et y

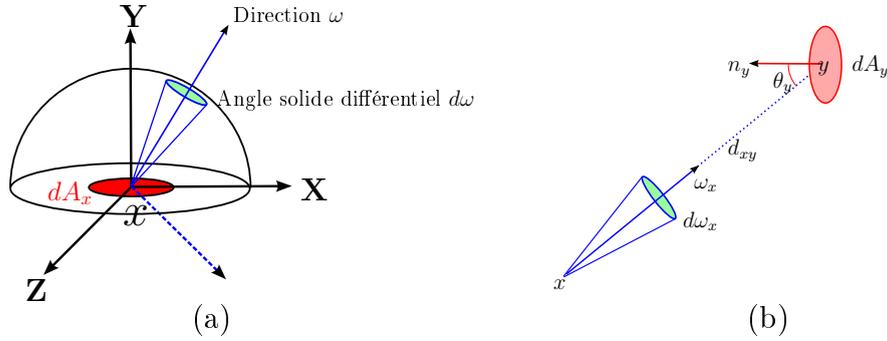


FIG. 2.4 – (a) Angle solide différentiel $d\omega$ pour une direction ω . (b) Quantités en jeu pour la formulation surfacique de l'angle solide différentiel $d\omega_x$.

- dA_y l'élément différentiel de surface au point y dont une illustration est donnée à la figure 2.4 en image (b).

Grâce à la notion d'angle solide, on peut alors définir de nouvelles quantités radiométriques qui tiennent compte de la direction de la lumière.

Intensité énergétique spectrale et radiance spectrale

L'intensité énergétique spectrale³ $I_\lambda(\omega)$, exprimée en Watt par stéradian (Wsr^{-1}), correspond au flux énergétique par angle solide unitaire :

$$I_\lambda(\omega) = \frac{d\Phi_\lambda}{d\omega} . \quad (2.6)$$

La radiance⁴ spectrale L_λ , exprimée en Watt par mètre carré par stéradian par nanomètre ($Wm^{-2}sr^{-1}nm^{-1}$), est définie par le flux énergétique spectral par surface unitaire projetée et par angle solide différentiel :

$$L_\lambda = \frac{d^2\Phi_\lambda}{\cos\theta dA d\omega}$$

avec θ angle entre la direction ω et la normale de la surface.

Afin de différencier la radiance incidente de la radiance sortante, on utilise la notation suivante :

- $L_\lambda(x \rightarrow \omega)$ représente la radiance quittant le point x dans la direction ω .
- $L_\lambda(x \leftarrow \omega)$ représente la radiance incidente au point x de direction ω .

³*Spectral radiant intensity* dans la littérature anglo-saxonne.

⁴Il s'agit une fois encore d'un anglicisme courant dans la communauté scientifique de l'éclairage global. Le terme français adéquat est « luminance énergétique ».

L'une des propriétés fondamentales de la radiance est son invariance dans le vide le long d'un rayon, c'est-à-dire :

$$L_\lambda(x \rightarrow y) = L_\lambda(y \leftarrow x). \quad (2.7)$$

La radiance spectrale est sans conteste la quantité fondamentale en éclairage global. Notre système visuel comme les capteurs y sont sensibles. Malheureusement, c'est une quantité complexe puisque c'est une fonction de dimension 6 (3 pour la position, 2 pour la direction et 1 pour la longueur d'onde).

Equations reliant les diverses quantités radiométriques

Les quantités radiométriques peuvent s'exprimer en fonction de la radiance spectrale :

$$\Phi_\lambda = \int_A \int_\Omega L_\lambda(x \rightarrow \omega) \cos \theta \, d\omega \, dA_x \quad (2.8)$$

$$E_\lambda(x) = \int_\Omega L_\lambda(x \leftarrow \omega) \cos \theta \, d\omega \quad (2.9)$$

$$B_\lambda(x) = \int_\Omega L_\lambda(x \rightarrow \omega) \cos \theta \, d\omega \quad (2.10)$$

avec :

- Φ_λ le flux énergétique spectral
- $E_\lambda(x)$ l'irradiance spectrale
- $B_\lambda(x)$ la radiosité spectrale
- L_λ la radiance spectrale.

| Quantité radiométrique | Unité | Quantité photométrique | Unité |
|------------------------|--------------------------------|------------------------|---|
| Flux énergétique | W | Flux lumineux | lm |
| Irradiance | $W \cdot m^{-2}$ | Illuminance | $lm \cdot m^{-2}$ i.e. lx |
| Intensité énergétique | $W \cdot sr^{-1}$ | Intensité lumineuse | $lm \cdot sr^{-1}$ i.e. cd |
| Radiance | $W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$ | Luminance ⁵ | $lm \cdot m^{-2} sr^{-1}$ i.e. $cd \cdot m^{-2}$ i.e. nit |

FIG. 2.5 – Tableau comparatif des quantités radiométriques et photométriques. Watt (W). Lumen (lm). Watt par mètre carré ($W \cdot m^{-2}$). Candela (cd). Watt par mètre carré par stéradian ($W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$). Lumen par stéradian ($lm \cdot sr^{-1}$).

⁵Il s'agit aussi d'un anglicisme. Le terme français approprié est « luminance lumineuse ».

Correspondance entre les grandeurs radiométriques et photométriques

La table 2.1 présente les principales correspondances entre les grandeurs radiométriques et les grandeurs photométriques. Notons que, contrairement à la radiance, la luminance ne fait pas partie du Système International d'unité (SI) et que le candela est l'une des 7 quantités de bases du SI⁶. Le lumen défini à partir du candela représente le flux lumineux émis par une source ponctuelle isotropique d'intensité lumineuse égale à 1 candela.

Emission et réception de la lumière

La lumière émise sous forme de photons émane de sources lumineuses comme le soleil, les lampes ou encore des phénomènes naturels tels que le feu. Pour chaque source lumineuse, il est normalement nécessaire de connaître la distribution :

- spatiale,
- directionnelle,
- spectrale.

Un exemple simple est celui d'une source lumineuse ponctuelle placée en O_L qui émet donc dans toutes les directions avec une puissance spectrale Φ_λ . L'irradiance reçue en un point x d'une surface est alors donnée par :

$$E_\lambda(x) = \frac{\Phi_\lambda \cos \theta}{4\pi r^2}$$

avec :

- r distance entre x et la source lumineuse
- θ est l'angle entre la normale de la surface au point x et le vecteur $\overrightarrow{xO_L}$.

Intuitivement, on peut voir que le facteur $\cos \theta$ est nécessaire pour tenir compte du fait qu'une surface qui fait face à la lumière recevra plus d'énergie lumineuse qu'une surface qui lui tourne le dos.

Formulation implicite des longueurs d'onde. Espace de Couleur

On définit la radiance par la somme des radiances spectrales sur l'ensemble du domaine spectral :

$$L(x \rightarrow \omega) = \int_0^\infty L_\lambda(x \rightarrow \omega) d\lambda. \quad (2.11)$$

Si l'on se place dans l'espace de couleur RGB⁷, la radiance est exprimée par une somme pondérée des 3 composantes R, G, B :

$$L(x \rightarrow \omega) = \alpha L_R(x \rightarrow \omega) + \beta L_G(x \rightarrow \omega) + \gamma L_B(x \rightarrow \omega) \quad (2.12)$$

avec $(\alpha, \beta, \gamma) \in \mathbb{R}^3$.

$L_{R,G,B}$ peut prendre n'importe quelle valeur sur \mathbb{R}^+ . Par conséquent, afin d'afficher la valeur de $L(x \rightarrow \omega)$ sur un dispositif à plage limitée, il convient d'effectuer

⁶Les 7 quantités bases du SI sont : m (distance exprimée en mètre), kg (masse exprimée en kilogramme), s (temps exprimé en seconde), A (intensité électrique exprimée en ampère), K (température exprimée en degré Kelvin), mol (quantité de matière, nombre de moles) et cd (intensité lumineuse exprimée en candela).

⁷RGB pour *Red, Green, Blue*. Le sigle français équivalent est RVB pour Rouge, Vert, Bleu.

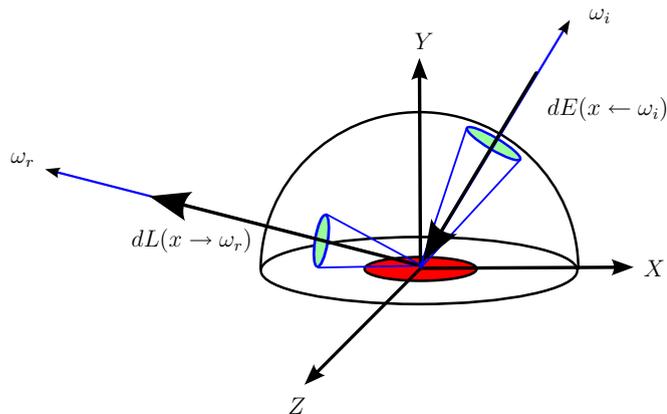


FIG. 2.6 – Illustration de la BRDF.

une transformation appropriée appelée *tone-mapping* [War94, Sch94, TR93, DD00]. Lorsqu'il n'y a aucune ambiguïté permise, on omettra dans la suite de ce mémoire la notation spectrale des quantités radiométriques.

2.2 Interaction entre la lumière et les matériaux

Les différentes quantités radiométriques introduites précédemment ne permettent pas de décrire comment la lumière va se comporter lorsqu'elle rencontrera un matériau.

Plusieurs fonctions ont été introduites afin de décrire un tel comportement. La fonction la plus simple, qui prend uniquement en compte la réflexion de la lumière dans une direction ω_r arrivant avec une direction incidente ω_i sur un matériau, est appelée :

BRDF (*Bidirectional Reflection Distribution Function*)

La BRDF [DBB02] est définie en tout point x d'une même surface par :

$$\begin{aligned}
 f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) &= \frac{dL(x \rightarrow \omega_r)}{dE(x \leftarrow \omega_i)} \\
 &= \frac{dL(x \rightarrow \omega_r)}{L(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega}
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

avec \vec{N}_x la normale de la surface au point x . La figure 2.6 illustre le concept de BRDF.

La BRDF possède un certain nombre de propriétés fondamentales :

- **Valeur** : la BRDF définie sur l'hémisphère de direction centrée en x est à valeur sur \mathbb{R}_+^* et elle peut varier avec la longueur d'onde.
- **Dimension** : la BRDF est une fonction de dimension 4 définie en chaque point de la surface⁸. Elle peut être anisotropique ou isotropique.
- **Réciprocité** : la valeur de la BRDF reste inchangée si on échange la direction incidente et sortante. On peut donc la noter :

$$f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) = f_r(x, \omega_i \leftrightarrow \omega_r)$$

- **Conservation de l'énergie** : la loi de conservation de l'énergie stipule que l'énergie totale réfléchiée par une surface est, au plus, égale à l'énergie totale arrivant sur une surface. Il ne peut y avoir création d'énergie. La lumière qui entre en contact avec un matériau est soit absorbée, soit réfléchiée. Ceci s'exprime par l'inégalité suivante :

$$\forall \omega_i : \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) \cos(\vec{N}_x, \omega_r) d\omega_r \leq 1 \quad . \quad (2.14)$$

La figure (2.7) montre différents types de BRDF parmi lesquels :

- BRDF de type diffuse : la lumière est réfléchiée uniformément dans toutes les directions.
- BRDF de type spéculaire parfaite : la lumière est réfléchiée dans la direction miroir.
- BRDF *glossy* : la lumière est réfléchiée entre les deux façons précédentes.

Notons enfin qu'il est souvent utile de séparer la BRDF en deux termes, l'un diffus et l'autre spéculaire. La BRDF s'exprime alors par :

$$f_r(x, \omega_i \leftrightarrow \omega_r) = f_{r,S}(\omega_i \leftrightarrow \omega_r) + f_{r,D}(\omega_i \leftrightarrow \omega_r)$$

avec

- $f_{r,S}$ représente le terme spéculaire/*glossy* (pas nécessairement une réflexion spéculaire parfaite)
- $f_{r,D}$ représente le terme diffus (pas nécessairement une réflexion lambertienne).

Dans le reste de ce mémoire on note :

- $f_{r,d}$ le terme de la BRDF représentant une réflexion lambertienne
- $f_{r,s}$ le terme de la BRDF représentant une réflexion spéculaire parfaite.

Pour prendre en compte les phénomènes de réfraction on étend la définition de la BRDF à la sphère tout entière et on parle alors de BSDF (*Bidirectional Scattering Distribution Function*).

Pour définir la BRDF et la BSDF plusieurs hypothèses sont faites. L'une d'entre elles est que le point P_2 à partir duquel la lumière est réfléchiée est identique au point P_1 sur lequel la lumière est arrivée en contact avec le matériau ($P_1 = P_2$). Lorsqu'on veut distinguer P_1 de P_2 , on utilise alors une nouvelle fonction.

⁸En fait, la BRDF est de dimension 4 en coordonnées sphériques (2 dimensions par direction) mais est de dimension 6 si l'on se place en coordonnées cartésiennes (3 dimensions par direction).

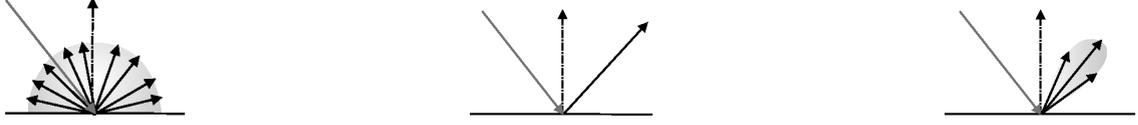


FIG. 2.7 – Illustrations [Gra01] de différents types de BRDF. De gauche à droite : uniforme diffuse (aussi appelée BRDF lambertienne); BRDF pure spéculaire (miroir) et BRDF glossy.

BSSRDF (*Bidirectional Scattering Surface Reflectance Distribution Function*)

La BSSRDF permet de modéliser les matériaux translucides, tels le marbre ou la peau. Cette fonction prend en compte le phénomène de diffusion de la lumière sur un matériau puisqu'elle n'est pas réfléchi à l'endroit où elle pénètre le matériau⁹.

La BSSRDF est définie [Jen01] par :

$$S(x \rightarrow y, \omega_i \rightarrow \omega_r) = \frac{dL_r(x \rightarrow \omega_r)}{d\Phi_i(y \leftarrow \omega_i)} \quad (2.15)$$

avec

- $dL_r(x \rightarrow \omega_r)$ le différentiel de radiance réfléchi en x dans la direction ω_r
- $d\Phi_i$ le flux énergétique différentiel incident en y provenant de la direction ω_i .

La figure 2.8 illustre le concept de BSSRDF. Bien que certains articles [JMLH01, JB02] utilisent la BSSRDF, c'est une fonction de dimension 8 et elle est donc peu utilisée. Enfin, notons que la BSSRDF est également formulée selon certaines hypothèses, à savoir :

- la longueur d'onde de la lumière réfléchi/transmise est la même que celle de la lumière incidente. Les phénomènes de fluorescence sont donc ignorés.
- les réflexions et les transmissions sont supposées instantanées et on ignore donc les phénomènes de phosphorescence.

Facteur de réflexion ou Albedo

Le facteur de réflexion¹⁰ $\rho(x)$ ou Albedo, en un point x d'une surface, est défini comme le ratio entre le flux réfléchi $\Phi_r(x)$ et le flux incident $\Phi_i(x)$:

$$\rho(x) = \frac{\Phi_r(x)}{\Phi_i(x)} \quad (2.16)$$

Il représente donc la fraction de lumière incidente réfléchi par la surface en un point x donné, le reste étant soit transmis soit absorbé.

Dans le cas d'une surface lambertienne, la BRDF ne dépend que de la position x et on peut donc définir un albedo diffus $\rho_d(x) = \pi f_{r,d}(x)$. On trouvera en annexe B.3 la démonstration mathématique de ce résultat.

⁹Une expérience simple pour visualiser la diffusion de la lumière consiste à prendre une torche électrique et poser son doigt dessus.

¹⁰Le terme *Reflectance* est utilisé dans la littérature anglo-saxonne.

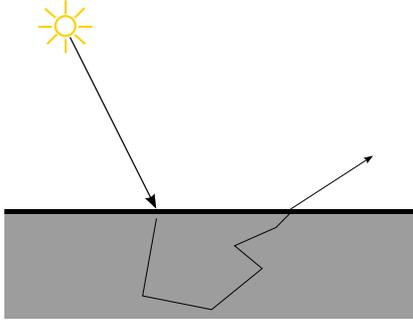


FIG. 2.8 – *Illustration du concept de BSSDRF. La lumière pénètre la surface en un point avec une certaine direction incidente. Elle est ensuite réfléchi plusieurs fois à l'intérieur de la surface avant d'en sortir en un nouveau point et une nouvelle direction.*

2.3 Problématique de l'éclairage global

Les algorithmes d'éclairage global doivent calculer pour chaque pixel de l'image une valeur de radiance correspondante. Une formulation élégante et mathématique du problème à résoudre a été introduite en 1986 par Kajiya [Kaj86] sous le nom d'équation du rendu (*The Rendering Equation*).

Equation du Rendu (*The Rendering Equation*)

La loi de la conservation de l'énergie correspond à :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = L_e(x \rightarrow \omega_r) + L_r(x \rightarrow \omega_r) \quad (2.17)$$

avec

- $L_e(x \rightarrow \omega_r)$ la radiance émise par la surface au point x dans la direction ω_r
- $L_r(x \rightarrow \omega_r)$ la radiance réfléchi par la surface au point x dans la direction ω_r .

En développant cette équation, nous obtenons l'équation du rendu introduite par Kajiya :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = L_e(x \rightarrow \omega_r) + \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \omega_i) f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \quad . \quad (2.18)$$

Bien que d'apparence simple, cette équation est hautement complexe puisque la quantité cherchée, à savoir la radiance, apparaît à gauche et à droite dans une intégrale de l'équation. L'intégrale fait apparaître le caractère hautement récursif de l'équation du rendu. La dimension du problème est infinie ! Une des hypothèses évoquées pour établir cette équation est le caractère instantané ou quasi-instantané de l'établissement de la balance énergétique. Aucune notion de temps n'intervient et on convient que le milieu n'est pas participatif. Dans le cas contraire, l'équation du rendu est inapplicable et on doit recourir à l'équation volumétrique de rendu [FSJ01].

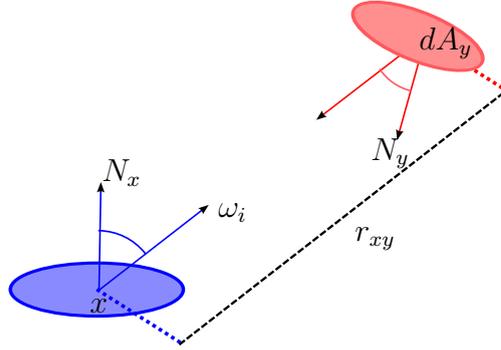


FIG. 2.9 – Illustration des quantités intervenant dans le terme géométrique $G(x, y)$.

Reformulation surfacique de l'équation du rendu

L'équation (2.18) peut être transformée en une formulation surfacique en utilisant l'équation (2.5). Il s'ensuit que :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = L_e(x \rightarrow \omega_r) + \int_A L(y \rightarrow -\omega_i) f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) V(x, y) G(x, y) dA_y \quad (2.19)$$

avec

- A l'ensemble des surfaces de la scène
- $V(x, y)$ la fonction de visibilité¹¹ définie par $V(x, y) = 1$ si x et y sont mutuellement visibles, 0 dans le cas contraire
- $G(x, y)$ le terme géométrique défini par :

$$G(x, y) = \frac{\cos(\vec{N}_x, \omega_i) \cos(\vec{N}_y, \omega_i)}{r_{xy}^2}$$

où r_{xy} est la distance euclidienne entre les points x et y : $r_{xy}^2 = \|x - y\|^2$.

La figure 2.9 illustre les différentes quantités qui interviennent dans le terme géométrique $G(x, y)$.

Séparation des composantes directe et indirecte

Comme on le verra au prochain chapitre, certains algorithmes d'éclairage global exploitent le fait que l'équation du rendu peut aussi être réécrite en séparant la ra-

¹¹La visibilité est un domaine de recherche à part entière. La thèse de Durand [Dur99] constitue certainement une référence en la matière.

diance réfléchie L_r comme somme d'une radiance directe et d'une radiance indirecte :

$$\begin{aligned}
L(x \rightarrow \omega_r) &= L_e(x \rightarrow \omega_r) + L_r \\
&= L_e(x \rightarrow \omega_r) + L_{direct} + L_{indirect} \\
&= L_e(x \rightarrow \omega_r) + \int_A f_r(x, \vec{x}\vec{y} \rightarrow \omega_r) L_e(y \rightarrow \vec{y}\vec{x}) V(x, y) G(x, y) dA_y \\
&\quad + \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) L_i(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega
\end{aligned} \tag{2.20}$$

avec $y = r(x, \vec{x}\vec{y})$.

La fonction r (cf. [DBB02]) est définie comme suit : soit A l'ensemble des surfaces de la scène, alors :

$$\begin{aligned}
r(x, \omega_i) &= \{y \mid y = x + t_{int} \omega_i \\
t_{int} &= \min_{t, t > 0} \{(x + t \omega_i) \in A\}.
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Il est clair que $r(x, \omega_i)$ renvoie le point le plus proche de x dans la direction ω_i . La fonction $V(x, y)$ peut donc être évaluée en utilisant $r(x, \omega_i)$: x et y sont mutuellement visibles s'il existe une direction ω_i telle que $r(x, \omega_i) = y$.

Le terme L_{direct} est donc la somme des radiances émises par l'ensemble des surfaces visibles depuis x , multipliées par la BRDF en x et par un facteur géométrique, tandis que le terme $L_{indirect}$ est l'ensemble des radiances réfléchies par les points visibles depuis l'hémisphère centré en x .

Caractérisation des chemins lumineux

En 1990, Heckbert [Hec90] a introduit une notation reposant sur les expressions régulières pour caractériser les différents chemins que peut suivre la lumière dans une scène donnée. Sa notation factorise l'ensemble des chemins lumineux en une seule expression rationnelle :

$$L(S|D)^*E \tag{2.22}$$

où

- L représente une lumière ($L = light$)
- E représente le dispositif d'observation (l'œil de l'observateur ($E = eye$) mais cela peut aussi être une caméra vidéo ou un appareil photo)
- S représente une réflexion spéculaire
- D représente une réflexion diffuse
- $(k)^*$ l'événement k s'est produit zéro ou plusieurs fois
- $(r|p)$ un événement r ou p s'est produit
- $(k)^+$ l'événement k s'est produit au moins une fois
- $(k)^?$ l'événement k s'est produit au plus une fois ou pas du tout.

Suykens [Lae02] a étendu cette notation à l'aide du symbole G pour prendre en compte les BRDF de type *glossy*. Pour alléger la notation dans le reste du mémoire, on fusionne S et G .

Les images de la figure 2.11 illustrent quelques phénomènes lumineux importants tels que :

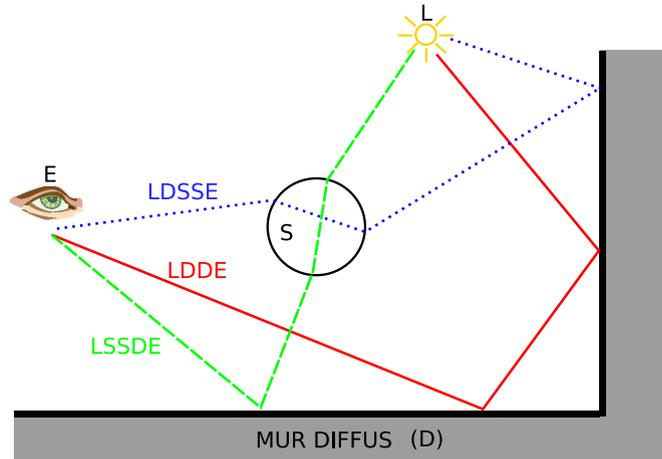
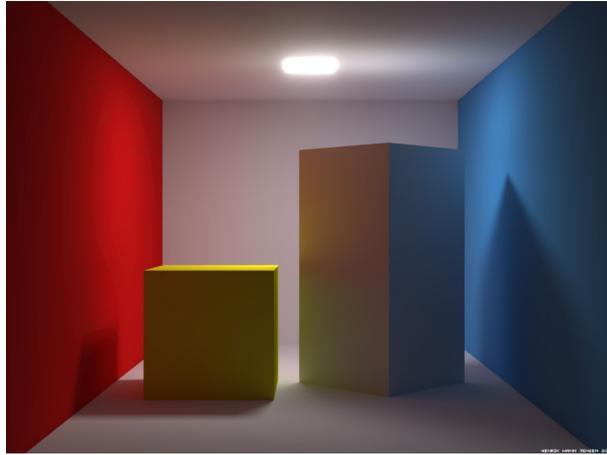
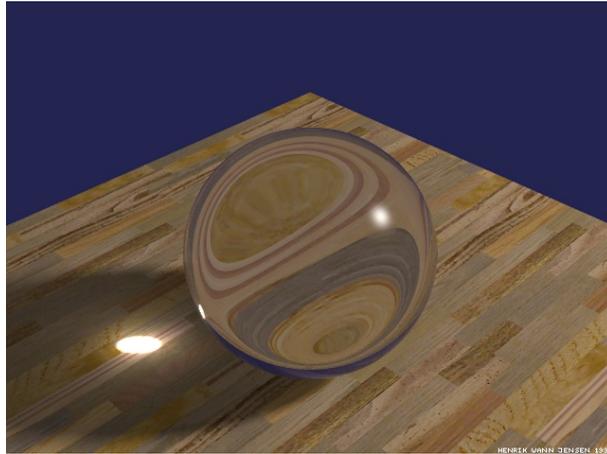


FIG. 2.10 – *Illustration schématique de quelques chemins lumineux pour une scène composée d'une lumière, d'un mur diffus et d'une sphère réfractive.*

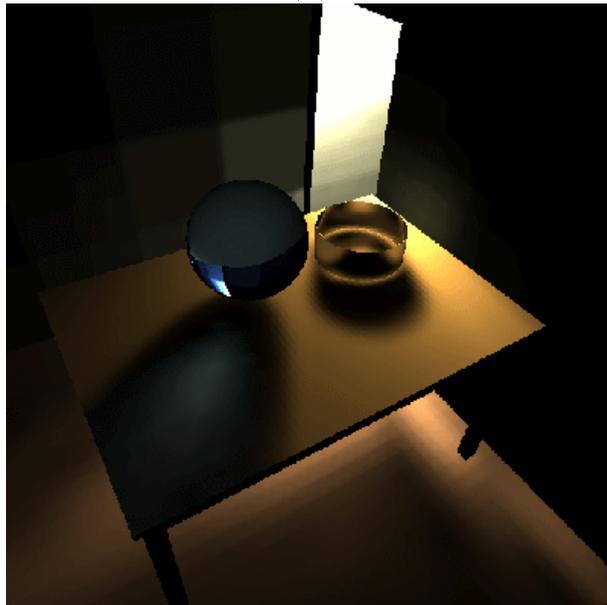
- les caustiques directes définies par les chemins de type : LS^+D ;
 - les caustiques indirectes définies par les chemins de type : LD^+S^+DE
 - les inter-réflexions diffuses définies par les chemins de type : LD^+E
- tandis que la figure 2.10 en montre une représentation schématique.



(a)



(b)



(c)

FIG. 2.11 – Illustrations de quelques chemins lumineux. (a) Inter-réflexions diffuses représentées par les chemins LD^+E . (b) Caustique directe représentée par les chemins LS^+DE . (c) Caustique indirecte représentée par les chemins LD^+S^+DE .

Chapitre 3

Etat de l'art

Dans ce chapitre, nous présentons les différentes techniques investies pour représenter de manière efficace les quantités géométriques avant de nous intéresser aux principaux algorithmes d'éclairage global.

3.1 Représentations directionnelles

Il convient au préalable de passer en revue les différents modes de représentation directionnelle issus de la recherche. En effet, la complexité de l'équation du rendu a conduit les chercheurs à utiliser des modes de représentation efficaces pour les fonctions complexes que sont l'irradiance, la BRDF et la radiance. Ces nouvelles représentations ont toujours pour but de simplifier l'évaluation de l'intégrale présente dans le membre droit de l'équation du rendu.

3.1.1 Vecteurs de lumière (*Light Vector*)

Le concept de vecteur de lumière a été introduit par Zaninetti et al. [ZSP98]. Il s'agit de représenter l'éclairage incident par une quantité vectorielle \vec{D} et un scalaire P . Le vecteur de lumière peut être vu comme une source de lumière virtuelle simulant l'effet de toute la lumière incidente en un point. \vec{D} représente la direction incidente moyenne de l'éclairage tandis que P représente l'irradiance au point considéré, de telle sorte que :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = P f_{r,D}(x, \vec{D} \rightarrow \omega_r) \quad (3.1)$$

avec $f_{r,D}$ la composante diffuse de la BRDF. En effet, si l'on écrit, en toute généralité, la radiance réfléchie en fonction de l'irradiance, on a :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) dE(x \leftarrow \omega_i) \quad .$$

Si l'on approxime désormais l'ensemble des directions incidentes par une seule direction notée \vec{D} on peut sortir la BRDF de l'équation précédente pour obtenir :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = f_r(x, \vec{D} \rightarrow \omega_r) \int_{\Omega_x} dE(x \leftarrow \omega_i) \quad .$$

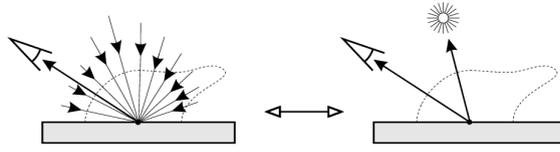


FIG. 3.1 – Illustration du concept de vecteur de lumière. A gauche, l'échantillonnage de l'hémisphère avec, en pointillé, une BRDF de type glossy et à droite, le vecteur de lumière obtenu.

Comme

$$P \equiv E = \int_{\Omega_x} dE(x \rightarrow \omega_i)$$

on retrouve la formulation donnée à l'équation (3.1). Zaninetti l'applique entre autres, pour l'éclairage indirect.

Notons que l'on exclut la composante spéculaire parfaite de la BRDF et que, par conséquent, les phénomènes de haute fréquence et fortement spéculaires ne sont pas représentés.

Pour calculer un vecteur de lumière en un point x , et donc les quantités P_x et \vec{D}_x , on procède de la manière suivante :

on échantillonne l'hémisphère de direction Ω_x à angle solide uniforme grâce à la formule :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = \frac{2\pi}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N f_{r,D}(x, \omega_{j,k} \rightarrow \omega_r) L(x \leftarrow \omega_{j,k}) \cos(\vec{N}_x, \omega_{j,k})$$

avec MN le nombre total de rayons tirés dans l'hémisphère.

Tout en évaluant la double somme présente dans l'équation précédente, on calcule la direction incidente moyenne D_x et on peut alors en déduire la valeur de P_x grâce à l'équation (3.1).

D_x et P_x obtenus sont ceux d'une lumière virtuelle qui, lorsqu'elle est vue pour la direction incidente ω_i considérée et atténuée par la BRDF au point x , qui donnent la même valeur que l'éclairage original (cf. figure 3.1).

En pratique, on utilise le fait que l'équation du rendu peut se séparer en une partie directe et une partie indirecte ; 3 types de vecteurs de lumières sont calculés sur le modèle du *Photon Map* (cf. 3.3) : l'un pour l'éclairage direct, un autre pour les caustiques et un dernier, appelé *Indirect Light Vector* ou ILV, pour l'éclairage indirect. Dans ce dernier cas, on calcule à différents endroits de la scène des ILV et on utilise un schéma d'interpolation pour obtenir l'éclairage indirect au besoin, ce qui a pour effet d'accélérer le rendu.

Enfin, dans [SP01], Serpaggi et al. ont amélioré la façon de calculer les vecteurs de lumière en adaptant le nombre de rayons lancés pour évaluer L dans le cas de l'éclairage indirect en tenant compte de la distribution de l'éclairage dans la scène.

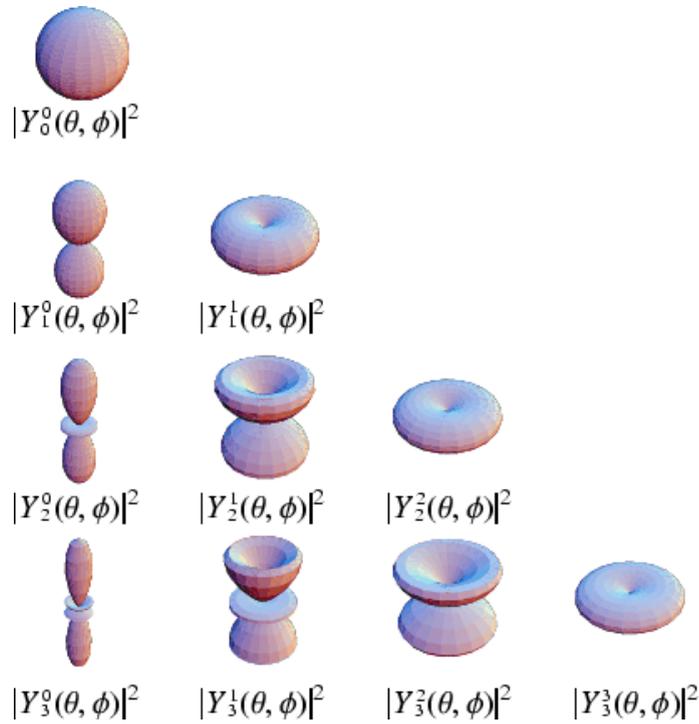


FIG. 3.2 – Quelques harmoniques sphériques.

3.1.2 Harmoniques sphériques et hémisphériques

Un autre mode de représentation directionnelle qui a longuement été exploré est celui de l'utilisation des harmoniques sphériques et récemment hémisphériques.

Les harmoniques sphériques permettent d'obtenir, de manière multi-résolution, des fonctions définies sur la sphère. Une fonction projetée dans la base des harmoniques sphériques est décrite par un vecteur de coefficients. Peu de coefficients suffisent pour approcher une fonction qui varie peu tandis que de nombreux coefficients sont nécessaires pour des fonctions complexes représentant des phénomènes de hautes fréquences. L'image 3.2 présente quelques exemples d'harmoniques sphériques dont la formulation mathématique est présentée en annexe C.

On peut distinguer deux grandes catégories d'utilisation des harmoniques sphériques : dans le cadre de l'éclairage global et dans le cadre de carte d'environnement. Dans les deux catégories, le but de leur utilisation est d'accélérer le rendu puisque le calcul de radiance ou de radiosité se résume à un produit cartésien de deux vecteurs de coefficients comme, par exemple, l'un pour la BRDF et l'autre pour l'irradiance.

Une carte d'environnement (*environment map*) est une représentation de l'éclairage incident en un point. Généralement stocké sous forme de texture, chaque élément de la texture, appelé *texel*, contient une valeur d'éclairage. Conceptuellement, on peut voir la carte d'environnement comme une sphère englobant un objet et l'éclairant.

Ramamoorthi et Hanrahan [RH01] représentent les radiances incidentes et l'irradiance avec des harmoniques sphériques d'ordre 3 (9 coefficients) grâce aux hypothèses suivantes : les objets sont considérés comme diffus et illuminés de manière

distante par la carte d'environnement et on néglige l'éclairage proche et les ombres créées par l'objet sur lui-même (auto-ombrage). Le stockage de l'irradiance dans une texture est alors en $O(9 \cdot S)$ où S représente le nombre de pixels de la carte d'environnement.

De nombreuses extensions et améliorations ont été proposées par la suite pour prendre en compte davantage de phénomènes lumineux ou pour accélérer le rendu avec l'utilisation du processeur graphique comme dans [KSS02]. Une technique pour prendre en compte les réflexions et les ombres générées par l'objet lui-même a été proposée par Sloan et al. dans [SKS02] puis une extension de celle-ci prenant en compte les phénomènes de diffusion de la lumière a été introduite dans [SHHS03]. Pour prendre en compte un éclairage mi-distant Annen et al. [AKDS04] ont introduit un gradient pour les harmoniques sphériques qui permet d'interpoler la radiance incidente à différents endroits de l'objet que l'on cherche à éclairer.

En éclairage global, Cabral et al. [CMS87] sont parmi les premiers à avoir utilisé les harmoniques sphériques pour représenter une BRDF diffuse ou *glossy*. Dans la continuité de leurs travaux, Sillion et al. [SAWG91] les utilisent pour représenter une BRDF quelconque multipliée par le facteur $\cos(N_x, \omega_i)$. Westin et al. [WAT92] ont poursuivi les travaux de Sillion [SAWG91] afin de prendre en compte des BRDF anisotropiques. Récemment, Arkan et al. [AFO04], [OAO04] et [AFO05] ont montré que l'utilisation d'harmoniques sphériques pouvait être particulièrement intéressante lorsqu'on désire approximer l'éclairage distant qui varie de manière douce autour du point que l'on cherche à éclairer.

Bien que, mathématiquement, une continuité C^1 soit assurée dans le plan équatorial reliant les deux hémisphères d'une harmonique sphérique, des effets de Gibbs provoquant une discontinuité visuelle peuvent apparaître. Ces effets apparaissent d'autant plus vite que la BRDF représente un phénomène fortement spéculaire. D'autre part, la BRDF, bien que définie sur la sphère, est une quantité hémisphérique. Ceci a conduit Gautron et al. [GKPB04] à développer une base hémisphérique pour les harmoniques dans laquelle ils représentent la radiance incidente et la BRDF. L'avantage immédiat d'une telle base est qu'il suffit de la moitié de coefficients que les harmoniques sphériques pour représenter la même fonction. Cependant, en pratique, il est nécessaire de repasser dans la base des harmoniques sphériques. De plus, comme signalé dans la rapport technique [JPSK04] des mêmes auteurs, les harmoniques hémisphériques, tout comme les harmoniques sphériques, ne parviennent pas à représenter de manière efficace les phénomènes fortement directionnels et il convient de se tourner vers un autre outil mathématique : les ondelettes.

3.1.3 Ondelettes

Les ondelettes sont des fonctions hiérarchiques qui permettent de représenter des fonctions à différents niveaux. En fait, une ondelette contient la correction (le détail) qu'il faut ajouter à un certain niveau de la représentation pour passer au suivant. Une base d'ondelettes est constituée d'une fonction de base, utilisée pour représenter la composante basse fréquence de la fonction et un ensemble hiérarchique de fonctions de détails obtenues par dilatation et translation de la fonction mère. L'annexe D présente un exemple d'une base les plus simples : la base de Haar.

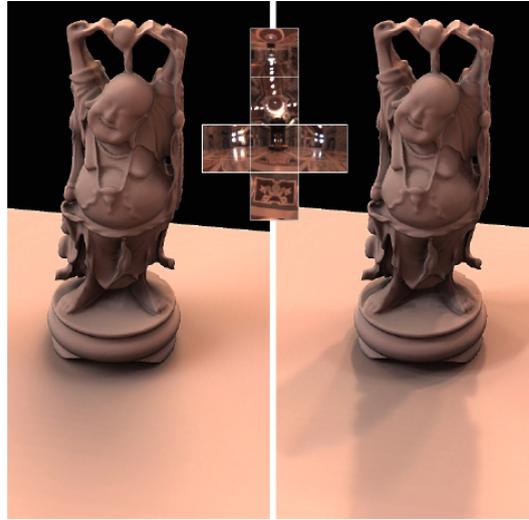


FIG. 3.3 – *A gauche, la technique de Sloan [SKS02] utilisant les harmoniques sphériques, et à droite, celle de Ng [NRH03] utilisant les ondelettes.*

Tout comme pour les harmoniques, on peut séparer l'utilisation des ondelettes en synthèse d'images en deux catégories : la première utilise une base d'ondelettes pour y projeter une quantité radiométrique (radiosité ou radiance) dans le cadre d'algorithmes généraux d'éclairage global ; la seconde est celle dans laquelle une quantité radiométrique est également projetée dans la base des ondelettes mais le champ d'application est restreint aux cartes d'environnement.

En se plaçant dans l'un des deux cas suivants :

- BRDF uniquement diffuse avec un dispositif d'observation mobile
- dispositif d'observation fixe avec une BRDF quelconque ;

Ng et al. [NRH03] encodent la radiance incidente, dont la valeur est lue dans la carte d'environnement, dans la base de Haar ainsi que la matrice de transport T qui correspond au produit du terme de visibilité par la BRDF et le cosinus ($\cos(N_x, \omega_i)$). Une ligne de T correspond à la visibilité de la carte d'environnement depuis un point donné, tandis qu'une colonne correspond au rendu de l'objet sous une seule direction de la carte d'environnement. Chaque ligne de T est projetée dans la base 2D de Haar. La particularité de la technique proposée est que l'éclairage est approximé de manière non-linéaire en donnant plus de poids aux sources lumineuses de grande taille. Comme le montre la figure 3.3, Ng et al. obtiennent des résultats pour les ombres générées par l'objet, nettement supérieurs à ceux de Sloan [SKS02]. Dans [NRH04], la contrainte d'un point de vue fixe est supprimée en transformant le double produit d'ondelettes en un triple produit qui rend la technique trop lente pour du rendu interactif. Ce point est amélioré par Wang et al. [WTL04] qui couplent l'utilisation d'ondelettes non-linéaires à des techniques de factorisation de la BRDF [KM99].

Les premiers travaux en éclairage global avec les ondelettes ont été effectués par [GSCH93] pour lesquels la fonction de radiosité est projetée. Schroeder et al. [SS95] présentent une discussion sur les bases d'ondelettes dans lesquelles il est possible de projeter la fonction de radiosité.

De même, dans [WH97] une comparaison est effectuée entre plusieurs bases d'ondelettes et il en ressort que les ondelettes sont souvent trop coûteuses en place mémoire et celles d'ordre élevé gèrent mal la visibilité et donc les ombres. Dans [HCA00], Cuny et al. expliquent que ce problème de stockage n'est pas imputable à l'ordre (*i.e.* le nombre de coefficients) des ondelettes mais à leur utilisation dans le cadre de l'algorithme de radiosité hiérarchique qui nécessite une sauvegarde des liens d'interaction entre les différents *patches* de la scène (cf. 3.2.1). Ils en concluent que les ondelettes d'ordre faible sont intéressantes d'un point de vue mémoire lorsqu'on désire une approximation grossière de la fonction de radiosité alors que celles d'ordre plus élevé se révèlent plus intéressantes pour obtenir des résultats plus précis. En somme, chaque base d'ondelettes possède une zone de compétence dans laquelle elle surclasse les autres bases d'ondelette.

Enfin, notons que la radiosité n'est pas la seule quantité radiométrique qui a été projetée. Christensen [CSSD94] et Schröder al. [SH94] projettent la radiance, fonction de dimension supérieure à la radiosité dans la base (de Haar entre autre) des ondelettes.

3.2 Principaux algorithmes d'éclairage global

Dans cette section, nous passons en revue les différents algorithmes d'éclairage global qui peuvent être classés en trois catégories :

1. les algorithmes déterministes
2. les algorithmes stochastiques
3. les algorithmes hybrides, qui tentent de tirer le meilleur parti des deux premières catégories.

Préliminaire : Tracé de rayons

Le tracé de rayons n'est pas un algorithme d'éclairage global, mais il serait impensable de ne pas en parler tant il constitue un élément important pour la grande majorité des algorithmes d'éclairage global. En effet, les algorithmes stochastiques sont des extensions de l'algorithme de tracé de rayons tandis que les algorithmes déterministes l'utilisent dans la passe finale de rendu.

Le tracé de rayons (*Ray Tracing*) a été introduit par Whitted [Whi80] sous le nom de tracé de rayons inverse. C'est un algorithme récursif simple et élégant qui a été le premier à simuler les effets de réfraction et de réflexion. Plutôt que lancer des rayons depuis les sources lumineuses et attendre qu'ils touchent le plan image en direction de l'œil, on lance directement les rayons depuis l'observateur. Pour une résolution donnée du plan image, on lance, au minimum, un rayon à travers chaque pixel et une couleur est calculée et assignée au pixel.

Plus précisément, lorsqu'un rayon touche une surface, l'éclairage local est calculé. Soit la surface touchée est diffuse et alors l'algorithme s'arrête ; soit elle est spéculaire et un rayon est lancé dans la direction miroir (réflexion spéculaire parfaite) ; soit encore elle est réfractive et un rayon est transmis dans une direction calculée à l'aide de la loi de Snell-Descartes (cf. [P r97]). L'intensité attribuée au pixel est la somme pondérée par les coefficients qui décrivent le matériau, des intensités récoltées par



FIG. 3.4 – *Réflexion glossy.*



FIG. 3.5 – *Ombres douces.*

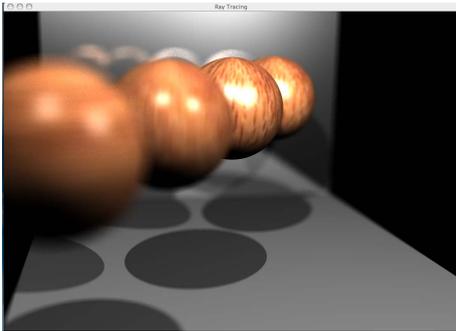


FIG. 3.6 – *Profondeur de champ.*

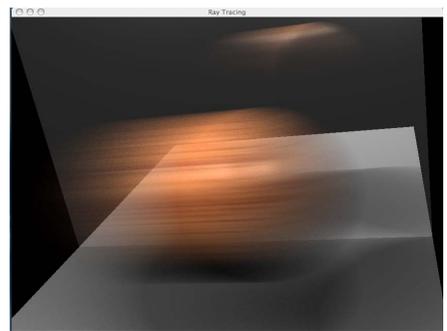


FIG. 3.7 – *Flou de mouvement.*

les rayons émis. Dans la notation d’Heckbert, les chemins lumineux pris en compte par le lancer de rayons sont ceux de type : LD^2S^*E et il est donc clair que certains chemins, tels que les caustiques ou les inter-réflexions diffuses, ne sont pas pris en compte. De plus, une limite de récursivité maximale est fixée par l’utilisateur pour éviter d’avoir un piège à rayons quand deux miroirs se font face.

Une extension directe du tracé de rayons est le tracé de rayons distribués [CPC84] qui permet de simuler de nouveaux phénomènes tels les réflexions glossy, les ombres douces (*soft shadows*), la profondeur de champ (*depth of field*) ou encore le flou de mouvement (*motion blur*). Les images 3.4, 3.5, 3.6 et 3.7 illustrent ces différents effets.

En échantillonnant de manière aléatoire les sources lumineuses avec plusieurs rayons les ombres douces sont produites. Les réflexions *glossy* sont obtenues en lançant un paquet de rayons dans le lobe de directions autour de la direction miroir parfaite. La profondeur de champ est obtenue en plaçant une lentille artificielle devant le plan image depuis laquelle un ensemble de rayons supplémentaires, dont la position est prise aléatoirement, seront lancés. Le flou de mouvement est quant à lui obtenu en intégrant sur un intervalle de temps donné l’image dans laquelle un objet se déplace.

Notons que le tracé de rayons distribués permet de réduire, au prix d’un coût élevé, l’aliasage.

3.2.1 Aperçu des méthodes déterministes

Radiosité classique [GTGB84].

En faisant l'hypothèse que les échanges énergétiques sont supposés uniquement diffus on peut montrer (cf. annexe E) que l'équation du rendu peut être simplifiée en une équation dite de radiosité :

$$B(x) = B_e(x) + \rho(x) \int_A B(y) K(x, y) dA_y \quad (3.2)$$

avec :

- $B(x)$ (resp. $B(y)$) radiosité au point x (resp. y)
- $B_e(x)$ radiosité émise depuis x
- $\rho(x)$ albedo (cf. section 2.2) de la surface à laquelle appartient le point x
- $K(x, y)$ terme appelé noyau défini par :

$$K(x, y) = \frac{G(x, y) V(x, y)}{\pi}$$

avec $V(x, y)$ le terme de visibilité et $G(x, y)$ le terme géométrique tous deux définis dans l'équation (2.19).

Notons que l'hypothèse d'échanges diffus implique que les algorithmes de radiosité prennent en compte les chemins lumineux de type LD^*E .

En pratique, on n'utilise pas l'équation de la radiosité mais le système d'équations de radiosité. Pour ce faire, la scène doit être discrétisée en N patches. Ce système est obtenu par une procédure connue sous le nom de discrétisation de Galerkin, qui permet d'approximer ce genre d'équation avec intégrale par un système linéaire (cf. annexe E) donné par :

$$B'_i = B_{ei} + \rho_i \sum_j F_{ij} B'_j \quad (3.3)$$

avec :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_{x \in P_j} K(x, y) dA_y dA_x \quad . \quad (3.4)$$

Le terme F_{ij} , intégrale non triviale de dimension 4, est appelé facteur de forme. Il représente la fraction de l'irradiance sur le patch i qui provient du patch j . Pour parvenir à ce système on formule l'hypothèse supplémentaire que la radiosité est constante sur un même patch.

Désormais nous avons toutes les quantités pour présenter l'algorithme de radiosité classique :

1. discrétisation de la scène en N patches.
2. calcul des facteurs de forme pour chaque paire de patches i et j .
3. résolution du système linéaire (E.7). La solution de ce système donne une valeur de radiosité par une longueur d'onde donnée.
4. visualisation de la solution.

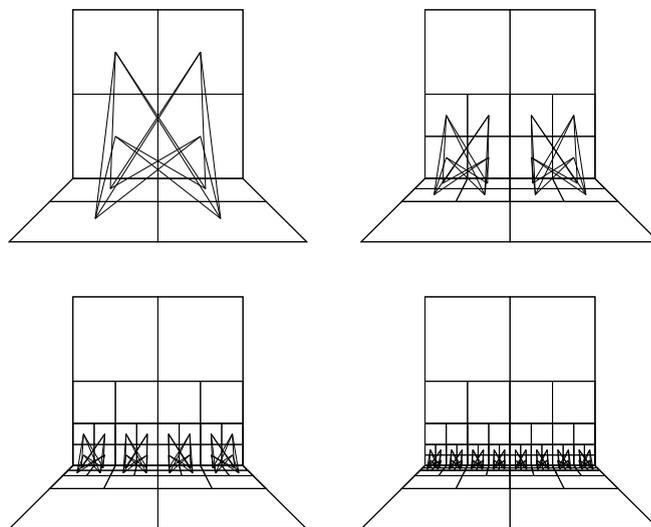


FIG. 3.8 – Illustration [SP94] des différents liens pour différents niveaux de la hiérarchie.

Contrairement aux apparences, l'étape numéro 3 n'est pas la plus problématique même si la taille des matrices est souvent grande. Le système se comporte bien et une méthode itérative de type Jacobi ou Gauss-Seidel permet de converger assez rapidement vers la solution. Les difficultés résident surtout dans les deux premières étapes :

1. La discrétisation de la scène requise est souvent élevée pour pouvoir effectuer l'hypothèse d'une radiosité constante par patch. A contrario, une discrétisation trop élevée pose problème du point de vue du stockage. Formellement, l'algorithme de radiosité classique est en $O(N^2)$ pour le stockage de la matrice des facteurs de forme et est en $O(N^3)$ pour son exécution.
2. Le calcul¹ des facteurs de forme est de loin la partie la plus difficile sans compter la place mémoire, rapidement énorme, occupée pour stocker l'ensemble des facteurs de forme pour chaque paire de patches. Enfin, notons que la présence dans le terme $G(x, y)$ d'un facteur $1/r^2$ pose rapidement des problèmes de robustesse de calcul lorsque la distance entre deux patches devient nulle.

Les extensions qui ont été apportées à l'algorithme classique de radiosité tentent de résoudre ces différents problèmes. La radiosité progressive [CCWG88] évite de stocker la matrice de facteurs de forme qui est de taille N^2 en ne considérant qu'un seul émetteur à chaque itération lors de la résolution du système. Le coût de stockage des facteurs de forme est en $O(N)$ mais N facteurs de forme doivent être recalculés à chaque itération et la convergence peut être lente.

¹On trouvera sur <http://www.me.utexas.edu/~howell/tablecon.html> un catalogue de formules de facteurs de forme pour différentes configurations.

Radiosité hiérarchique [HSA91] et regroupement ([SAG94] et [SDS95]).

La technique de radiosité hiérarchique tente de résoudre cette lenteur de la convergence en décomposant la géométrie de la scène dans une hiérarchie tout en sauvegardant des liens sous la forme d'une structure de données, entre les surfaces qui interagissent entre elles pour un niveau donné de la hiérarchie. L'image en bas à droite de la figure 3.8 montre un exemple de subdivision hiérarchique obtenue pour deux polygones adjacents et perpendiculaires tandis que les autres images de la même figure illustrent les liens enregistrés pour différents niveaux de la hiérarchie.

L'idée maîtresse est que l'effort fourni pour calculer le facteur de forme entre deux patches doit être proportionnel à sa signification dans la balance énergétique. On construit donc une hiérarchie de haut en bas en commençant par les surfaces qui décrivent la scène subdivisée à l'aide d'un prédicat (l'Oracle) choisi de telle sorte que son évaluation est rapide. En général, la structure de subdivision de la surface est un *quadtree* et la procédure de subdivision pour deux patches P_i et P_j se résume à :

1. Interroger l'Oracle pour P_i et P_j
2. Si aucune subdivision n'est nécessaire ou si les surfaces sont trop petites pour être subdivisées, alors créer un lien entre les deux surfaces, *i.e.* enregistrement du niveau d'interaction entre P_i et P_j
3. Sinon subdiviser P_i ou P_j et retour à l'étape 1.

Une fois la hiérarchie des facteurs de forme construite, quand on cherche la radiosité en un point donné, il est nécessaire de la parcourir de haut en bas et de bas en haut, pour avoir des valeurs de radiosité cohérentes aux différents nœuds.

La procédure de parcours, illustrée sur la figure 3.9, se résume ainsi :

1. Calcul des valeurs de radiosité pour chaque nœud de la hiérarchie
 - a) *Push* : chaque nœud reçoit la valeur de radiosité de son père en plus de celle qu'il a déjà.
 - b) *Pull* : les valeurs des feuilles filles d'un même nœud sont moyennées et le nœud parent reçoit comme valeur de radiosité cette nouvelle valeur.
2. *Gathering* : propagation de l'énergie le long des liens.

On peut montrer que la complexité d'un tel algorithme est en $O(k^2 + n)$ où k désigne le nombre initial d'éléments et n le nombre d'éléments après subdivision. Malheureusement, il est en général difficile d'exprimer une relation entre k et n et dans le pire des cas, où aucune subdivision n'est nécessaire, $n = k$. On ne peut donc pas garantir que la complexité sera en $O(n)$ bien que le gain obtenu soit non négligeable dans le cas où $n \gg k$. Le regroupement est une technique qui permet d'éliminer le terme $O(k^2)$. L'idée derrière le regroupement (*Clustering*) est de considérer une hiérarchie non plus de surfaces mais éventuellement de volumes lorsque c'est possible. A savoir, on regroupe un ensemble de surfaces dans un volume (*cluster*) dans les niveaux élevés de la hiérarchie et l'ensemble de la scène est inclus dans un cluster racine.

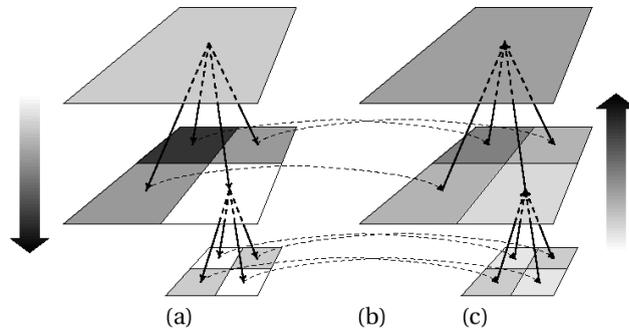


FIG. 3.9 – Illustration [Gra01] de la procédure de *Push image* (a) et *Pull image* (c) pour la radiosité hierarchique. (b) Les liens..

3.2.2 Aperçu des méthodes stochastiques

Contrairement aux méthodes déterministes, les algorithmes stochastiques utilisent les techniques d'échantillonnage de Monte Carlo pour approximer une solution de l'équation du rendu. Les méthodes de Monte Carlo permettent de générer de manière aléatoire les différents chemins lumineux. Lorsque ces chemins émanent du dispositif d'observation on parle de tracé de rayons tandis que lorsqu'ils émanent des sources lumineuses on parle de lancer de particules. Le problème des méthodes de Monte Carlo est la lenteur de la convergence de la solution et le bruit présent dans cette dernière. Ce bruit se traduit dans une image par la présence de certains pixels dont la couleur est incohérente par rapport au voisinage qui les entoure. En somme, certains pixels n'ont pas été évalués avec un nombre suffisant de chemins alors que d'autres peuvent avoir été sur-évalués (cf. image (a) de la figure 3.12). En effet, on peut montrer que la variance dans les techniques de Monte Carlo est proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{N}}$ où N est le nombre d'échantillons (de chemins ou de particules dans notre cas). En d'autres termes pour diviser l'erreur par 2, il faut quadrupler le nombre d'échantillons.

Le *Path-Tracing*

Le *Path-Tracing* a été introduit par Kajiya [Kaj86] dans le même article que l'équation du rendu, en tant que solution de celle-ci. Les chemins lumineux sont générés à partir du dispositif d'observation et sont réfléchis et propagés à travers la scène de manière probabiliste à l'aide de la roulette russe (cf. 3.3.1) en fonction des propriétés des matériaux intersectés. En général, un grand nombre de rayons et donc de chemins lumineux sont lancés par pixel afin d'améliorer la qualité de la solution, et lors d'une intersection un seul rayon est propagé (cf. figure 3.10).

L'inconvénient du *Path-Tracing* directement lié aux méthodes de Monte Carlo est qu'il produit en général une solution très bruitée (insuffisance de rayons primaires lancés par pixel) et même avec un grand nombre de rayons par pixel, il est difficile, voire impossible d'éliminer le bruit lorsqu'on est en présence de phénomènes de haute fréquence tels que des caustiques par exemple (cf. image (a) de la figure 3.12). Plus de détails sur le *Path-Tracing* peuvent être trouvés dans le livre de Dutré et

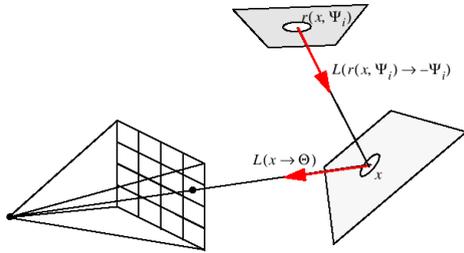


FIG. 3.10 – Illustration [Dut03] de l’algorithme du Path-Tracing.

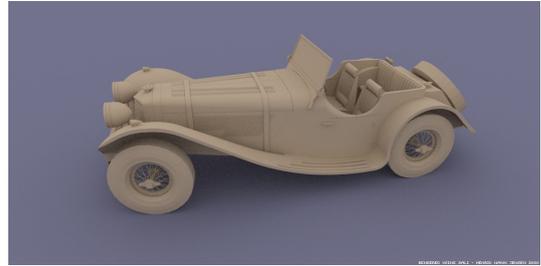


FIG. 3.11 – Image [Jen01] peu bruitée obtenue avec du Path-Tracing sans phénomène de haute fréquence.

al. [DBB02].

Tracé de rayons bidirectionnel

L’idée maîtresse du tracé de rayons bidirectionnel (*Bidirectional Path-Tracing*), introduit conjointement par LaFortune et Willems [LW93] et Veach et Guibas [VG94], est d’exploiter le fait que certains chemins lumineux sont plus faciles à échantillonner en partant de l’œil, alors que d’autres sont plus faciles à échantillonner en partant des sources lumineuses comme, par exemple, les caustiques (cf. image (b) de la figure 3.12). En effet, lorsqu’un rayon émanant de l’œil touche une surface diffuse, la probabilité qu’il touche une source lumineuse après avoir été réfléchi spéculairement au moins une fois est très faible. Les caustiques sont donc des sources de bruit pour le *Path-Tracing*. Arvo [Arv86] avait déjà exploité l’idée de rayons partant de la lumière pour faire un rendu de caustique. Pour évaluer la radiance d’un pixel, le tracé de rayons bidirectionnel consiste à tracer deux rayons, l’un depuis l’œil et l’autre depuis la lumière. Les deux chemins lumineux sont alors combinés et pondérés suivant une heuristique afin d’obtenir une valeur de radiance. Le lecteur pourra se référer à [LW93, VG94, Laf96] ou encore au chapitre 10 de la thèse d’Eric Veach [Vea97] pour plus de détails. Signalons qu’une extension du tracé de rayons bidirectionnel, basée sur les techniques d’échantillonnage de Métropolis, a été introduite par Veach dans son article [VG97] et le chapitre 11 de sa thèse [Vea97]). Dans les méthodes de Métropolis, les chemins sont « mutés » (i.e. un chemin existant est utilisé pour créer un nouveau chemin qui s’adapte aux conditions locales) et toute la difficulté d’une telle méthode est alors de choisir une bonne fonction de mutation.

Lancer de particules

Contrairement au tracé de rayons qui transporte de la radiance, le lancer de particules (*Particle Tracing*) transporte de l’énergie. Plus précisément, chaque particule, assimilable à un photon, contient une fraction d’énergie des sources lumineuses. On modélise donc de la sorte les chemins partant des sources lumineuses du tracé de rayons bidirectionnel. La distribution des particules dans la scène permet d’avoir une approximation de l’éclairage, plus particulièrement en calculant la densité de photons.

On peut distinguer deux types de reconstruction : celle en espace objet, développée

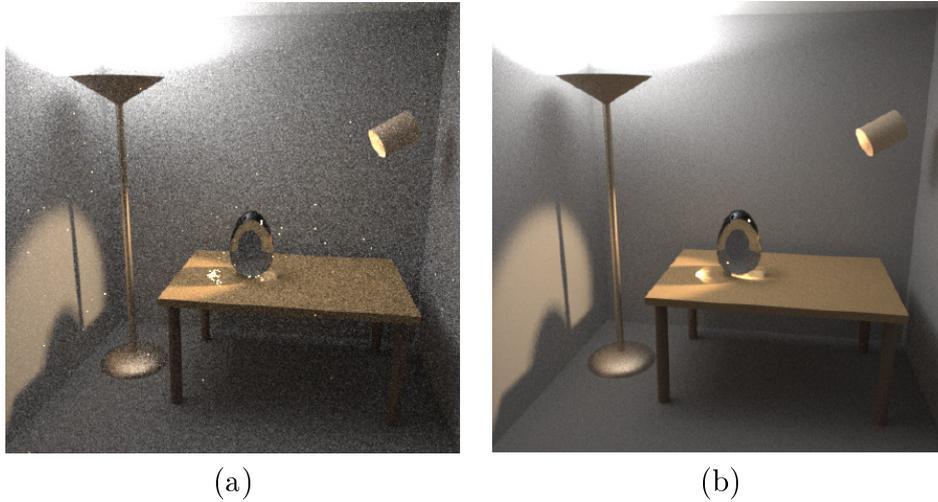


FIG. 3.12 – (a) Image [Vea97] bruitée obtenue avec l’algorithme de *Path-Tracing* dans le cas d’une scène contenant des phénomènes de haute fréquence. (56 échantillons par pixel). (b) Image [Vea97] obtenue avec le tracé bidirectionnel de rayon. (25 échantillons par pixel).

par Walter [WHS97] et fondée sur l’estimation de la densité de photons et celle en espace image, introduite par Jensen [Jen01] appelée *Photon Map*.

Nous reviendrons en détail dans la section 3.3 sur cette dernière et, par la même occasion, sur l’étape du lancer de particules qui en est le prélude. La technique de Bruce Walter constitue l’un des exemples les plus développés d’utilisation de technique d’estimation de densité. Elle se décompose en trois étapes :

1. Lancer de particules (cf. image (a) de la figure 3.13) : chaque particule est émise avec une fraction d’énergie des sources lumineuses et une certaine longueur d’onde. A la fin de cette passe, on obtient une liste de tous les points d’impact.
2. Estimation de la densité : sur chaque surface, on approxime la fonction d’éclairage à l’aide de la densité de particules présentes. On peut alors afficher la radiosité sur chaque surface avec un algorithme de Gouraud. Pour ce faire, on multiplie la fonction d’éclairage reconstruite par la partie diffuse de la BRDF de la surface (cf. images (b) et (c) de la figure 3.13).
3. Décimation de maillage : dans cette phase, on élimine progressivement, avec un paramètre utilisateur, des sommets aux endroits où il est trop dense. Il en résulte un maillage plus petit et donc plus rapide à afficher (cf. image (d) de la figure 3.13).

Il s’agit donc d’une reconstruction indépendante du point de vue. La phase de décimation restreint la géométrie utilisée à des polygones. Lorsque des réflexions miroirs ou des réfractions doivent être rendues, on utilise le tracé de rayons classique.

Quelques méthodes hybrides

L’une des approches hybrides les plus simples est de combiner la solution obtenue

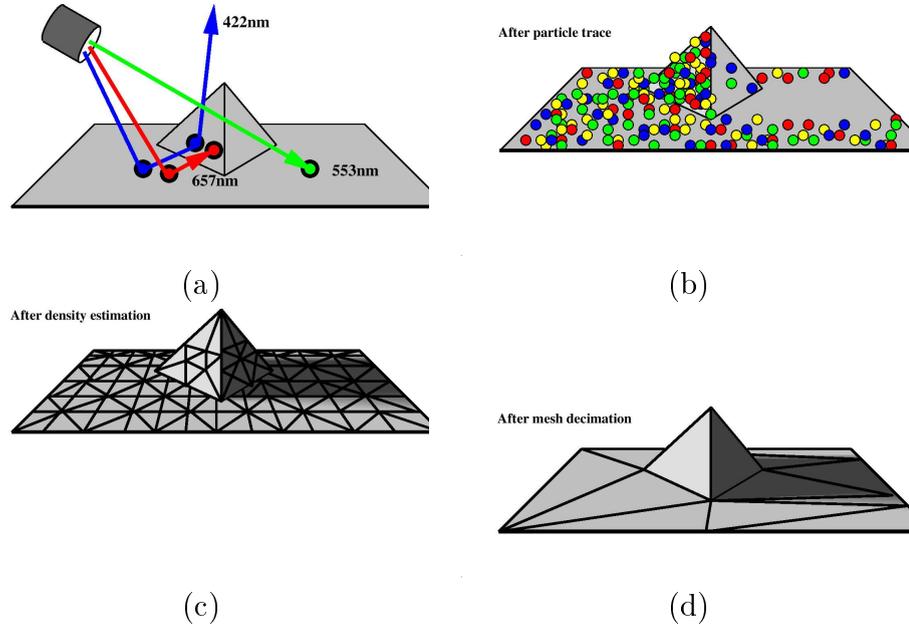


FIG. 3.13 – Les différentes étapes de la technique de *Density Estimation*. (a) *Emission de particules*. (b) *Impacts des particules après l'émission*. (c) *Estimation de densité sur le maillage d'origine*. (d) *Après la décimation du maillage*. Images tirées de [Wal98].

par une méthode de radiosité avec un lancer de rayons [WCG87, WEH89]. La solution obtenue permet de simuler un plus grand nombre de chemins lumineux mais certains phénomènes comme les caustiques restent absents. Une extension multi-passes de cet algorithme a été proposée par Chen [CCWG88] qui combine du tracé de rayon depuis les sources lumineuses et depuis l'œil de l'observateur, et une méthode de radiosité progressive dont la solution est corrigée par les lancers de rayons. Dans [GDW00], Granier et al. combinent une méthode de radiosité hiérarchique à celle du lancer de particules. Une autre approche, dite de radiosité stochastique, consiste à éviter de calculer des facteurs de forme en exploitant le fait qu'ils peuvent être évalués de manière stochastique puisqu'ils représentent une fraction d'énergie. En effet, le terme $F_{i,j}$ représente la fraction d'énergie émise par un patch P_i qui arrive sur un patch P_j et on peut donc évaluer $F_{i,j}$:

$$F_{i,j} \approx \frac{N_{i,j}}{N_i}$$

avec $N_{i,j}$ le nombre de particules qui ont atterri sur le patch P_j et N_i le nombre total de particules émises depuis le patch P_i considéré comme une source de lumière virtuelle.

La radiosité instantanée [Kel97] (*Instant Radiosity*) est une technique hybride qui se rapproche de la technique du lancer de rayons bidirectionnel et de celle en deux passes de Wallace [WCG87]. L'idée est de remplacer l'éclairage indirect diffus par un ensemble de sources lumineuses ponctuelles placées en fonction de la distribution des photons émis dans la scène lors d'une première passe. La seconde passe est un tracé

de rayon classique nettement plus rapide que le tracé de rayon bidirectionnel qui peut aussi être remplacé par une approche multi-passes sur processeur graphique.

3.3 La technique du *Photon Mapping* en détail

Notre technique de reconstruction possède des similitudes avec la technique du *Photon Mapping* et il convient donc de détailler cette dernière dans cette section cette.

Le *Photon Mapping* est un algorithme d'éclairage global en deux passes. La première passe consiste à émettre des photons et construire une carte d'éclairage (*Photon Map*) les contenant tandis que la seconde passe est un tracer de rayons type *Path-Tracing* utilisant, à la demande, le *Photon Map* pour reconstruire la radiance réfléchi. Le stockage des photons effectué dans le *Photon Map* est découplé de la géométrie de la scène et l'implémentation classique prévoit deux cartes, l'une pour les caustiques et l'autre pour les photons ayant été réfléchis au moins une fois de manière diffuse.

3.3.1 Première passe : lancer de photons

Cette première passe d'émission de photons est similaire à celle utilisée dans le lancer de particules. Les particules sont émises en fonction des critères suivants :

1. Puissance des sources d'éclairage.
2. Distribution directionnelle des sources d'éclairage.

Génération de directions

En fonction du type de la source lumineuse, on cherche à émettre les photons de manière à approcher au mieux la distribution spatiale, directionnelle et spectrale de celle-ci. Par exemple, dans le cas d'un émetteur diffus², les photons sont uniformément distribués dans l'espace de direction avec chacun la même énergie et ce, pour chaque point de la surface de l'émetteur.

Quelques exemples de sources lumineuses :

- Lumière ponctuelle dont la surface est assimilable à un point et qui émet uniformément des photons dans toutes les directions.
- Lumière sphérique pour laquelle la direction d'émission du photon doit être choisie proportionnelle au cosinus de l'angle d'émission et ce pour tenir compte du fait que le receveur « voit » l'aire projetée de la source lumineuse.
- Lumière polygonale planaire dont la distribution directionnelle est modélisée de la même façon que précédemment. Seule la distribution spatiale sur la surface est modifiée.

²Un bon exemple d'un émetteur non diffus est une télévision laissée allumée dans une pièce sans autre source lumineuse.

Puissance émise d'un photon

Les photons sont tous émis avec la même énergie :

$$\Phi_{\lambda,i} = \frac{\Phi_{\lambda,totale}}{n}$$

avec

- $\Phi_{\lambda,i}$ puissance spectrale du i ème photon
- $\Phi_{\lambda,totale}$ puissance totale spectrale des sources d'éclairage
- n nombre total de photons.

Propagation du photon avec l'utilisation de la roulette russe

Lorsque la scène contient plusieurs lumières, les photons sont émis en fonction des différentes puissances de ces dernières : plus de photons seront émis des lumières de forte puissance que de celles de faible puissance. Lorsqu'un photon atteint une surface, il est soit absorbé, soit réfléchi, soit transmis. La décision se fait de manière probabiliste en fonction de la BRDF de la surface touchée en utilisant le mécanisme de la roulette russe. La roulette russe est une technique statistique qui permet de s'assurer que les photons émis garderont la même puissance. Par exemple, si 1 000 photons ayant chacun une puissance de 10 Watts atteignent une surface qui réfléchit un photon avec une probabilité de $\frac{1}{2}$, alors on peut choisir de réfléchir 1 000 photons avec 5 Watts de puissance chacun ou de n'en réfléchir que 500 avec une puissance de 10 Watts chacun. La roulette russe permet de choisir ces 500 photons. Intuitivement, on peut voir la roulette russe comme de l'*Importance Sampling*, où la fonction de probabilité est utilisée pour enlever des régions moins importantes du domaine. La roulette russe a le désavantage d'augmenter la variance sur le résultat mais reste une technique non biaisée.

Si l'on considère une description du matériau à l'aide du triplet (ρ_d, ρ_s, ρ_t) où :

- ρ_d est le coefficient de réflexion diffuse
- ρ_s est le coefficient de réflexion spéculaire
- ρ_t est le coefficient de transmission

avec $\rho_d + \rho_s + \rho_t \leq 1$.

Pour savoir comment se comporte le photon lorsqu'il arrive sur une telle surface, on effectue un tirage aléatoire $\zeta \in [0, 1]$ et on prend la décision suivante :

1. Si $\zeta \in [0, \rho_d]$, on effectue une réflexion diffuse.
2. Si $\zeta \in]\rho_d, \rho_d + \rho_s]$, on effectue une réflexion spéculaire.
3. Si $\zeta \in]\rho_d + \rho_s, \rho_d + \rho_s + \rho_t]$, le photon est réfracté.
4. Si $\zeta \in]\rho_d + \rho_s + \rho_t, 1]$, le photon est absorbé.

Comme on travaille habituellement avec trois composantes (R, G, B) , la roulette russe s'applique en prenant la moyenne [Jen01] (ou la valeur maximale) des valeurs pour chacune des composantes. Par exemple, pour la transmission décrite par $\{\rho_{t,R}, \rho_{t,G}, \rho_{t,B}\}$, ρ_t sera égal à :

$$\rho_t \equiv \bar{\rho}_t = \frac{\rho_{t,R} + \rho_{t,G} + \rho_{t,B}}{3} .$$

Similairement, on a, pour la réflexion diffuse et spéculaire :

$$\begin{aligned}\rho_d &\equiv \bar{\rho}_d = \frac{\rho_{d,R} + \rho_{d,G} + \rho_{d,B}}{3} \\ \rho_s &\equiv \bar{\rho}_s = \frac{\rho_{s,R} + \rho_{s,G} + \rho_{s,B}}{3} .\end{aligned}$$

Les photons sont émis avec une puissance qui, elle aussi, peut être projetée dans l'espace de couleur (R, G, B) . La puissance d'un photon doit donc être modifiée s'il a été réfléchi ou réfracté. Soit $\Phi_{i,\{R,G,B\}}$ la puissance d'un photon incident à la surface, alors $\Phi_{o,\{R,G,B\}}$ sa puissance une fois réfléchi ou transmis est obtenue par :

$$\Phi_{o,\{R,G,B\}} = \frac{\rho_{evt,\{R,G,B\}}}{\bar{\rho}_{evt}} \Phi_{i,\{R,G,B\}} \quad (3.5)$$

où *evt* correspond à l'évènement survenu, à savoir : *d* en cas de réflexion diffuse, *s* en cas de réflexion spéculaire et *t* en cas de transmission.

3.3.2 Structure de données pour le stockage des photons

Parallèlement à l'émission de photons, quand ceux-ci touchent une surface non spéculaire (et donc diffuse) leurs impacts sont insérés dans la structure de données appelée carte de photons (*Photon Map*). La structure utilisée est un *kd-tree* de dimension 3 dont une illustration en dimension 2 est donnée à la figure 3.14. Il s'agit d'un arbre binaire de recherche (balancé à gauche ici), implémenté de telle manière que les plans de séparation passent par le photon médian. L'élément racine est la position 1, le fils gauche du *i*ème élément est à l'emplacement $2i$ et son fils droit en $2i + 1$. On évite donc le stockage de pointeurs pour les fils d'un nœud. Le coût pour localiser un photon dans la structure est en $O(\log N)$ où N est le nombre total de photons contenus dans la structure. Quant au photon lui-même, il est stocké sous la forme d'une structure de 20 octets³ composée comme suit :

- la position dans l'espace codée avec 3 flottants, soit 12 octets
- la puissance du photon codée sur 4 octets dans le format RGBE de Ward
- la direction incidente quantifiée sur 65 536 directions soit 2 octets
- un drapeau (*flag*) utilisé pour stocker le plan séparateur qui passe par le photon dans le *kd-tree*, soit 2 octets (1 + 1 d'alignement).

Enfin, notons qu'il est possible de pré-calculer et de stocker dans des tables les valeurs des cosinus et des sinus puisque les directions incidentes sont quantifiées. Ces tables serviront pour transformer la direction incidente en coordonnées cartésiennes.

3.3.3 Deuxième passe : reconstruction de la radiance

Une fois les photons émis et les cartes d'éclairage construites, la deuxième passe effectue le rendu de la scène (*Final Gathering*) en reconstruisant la radiance au point d'intersection des rayons lancés depuis l'observateur avec la géométrie de la scène. Ainsi, contrairement à la technique de Bruce Walter, il s'agit d'une reconstruction en espace image, dépendante du point de vue. Pourtant, le problème à résoudre reste

³Dans ce mémoire la machine utilisée est une machine 32 bits.

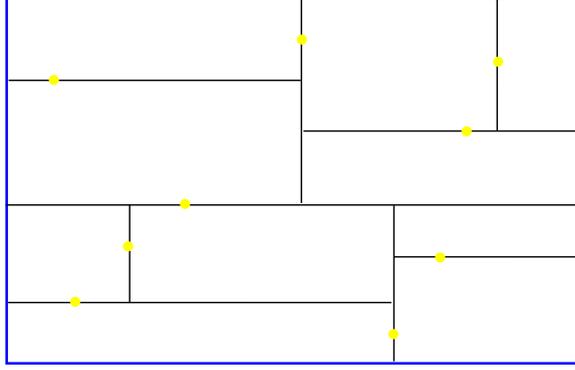


FIG. 3.14 – Illustration d'un kd-tree en deux dimensions. Les points jaunes correspondent aux photons.

le même, on cherche la radiance en un point x étant donné un certain nombre de photons stockés autour de x . Il s'agit donc d'un problème d'estimation de densité ⁴. On cherche à établir la radiance incidente à partir de la densité de photons. Reste à déterminer la surface prise en compte pour pouvoir calculer la densité. Soit dA cette surface, la radiance incidente vaut alors :

$$L(x \leftarrow \Psi) = \frac{d^2\Phi_i(x \leftarrow \omega_i)}{\cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega dA}$$

où $\Phi_i(x \leftarrow \omega_i)$ est le flux incident de direction ω_i au point x et la radiance réfléchie peut alors être calculée suivant l'équation :

$$\begin{aligned} L_r(x \rightarrow \omega_r) &= \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \Psi) f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \\ &= \int_{\Omega_x} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) \frac{d^2\Phi_i(x \leftarrow \omega_i)}{dA} \quad . \end{aligned}$$

Si l'on considère un ensemble de n photons, on discrétise l'intégrale ci-dessus et on obtient alors :

$$L_r(x \rightarrow \omega_r) \approx \sum_{p=1}^{p=n} f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_r) \frac{\Delta\Phi_p(x \leftarrow \omega_p)}{\Delta A} \quad . \quad (3.6)$$

Cette approximation peut être vue comme une sphère que l'on agrandit jusqu'à ce qu'elle contienne n photons ou jusqu'à ce qu'elle atteigne un rayon maximal fixé par l'utilisateur. Si l'on suppose que la zone autour de x est planaire, on a automatiquement $\Delta A = \pi r^2$, *i.e.* l'aire de la projection de la sphère sur un plan. Naturellement, lorsque cette supposition n'est pas vérifiée, comme par exemple dans le cas où l'on se trouve dans un coin ou sur une arête saillante, on inclut alors des photons qui

⁴L'estimation de densité est le problème qui consiste à estimer une densité inconnue à partir d'un ensemble d'échantillons tirés en utilisant la fonction de densité.

devraient être exclus. Une solution peut consister à prendre un autre volume que la sphère mais ceci ne résout pas forcément le problème. En fait, il faudrait calculer l’enveloppe convexe formée par les photons, mais en général des techniques de filtrage sont utilisées. Les techniques d’estimation de densité basées sur un noyau de filtrage sont, d’après la littérature sur les statistiques, meilleures que celles basées sur les histogrammes. L’intérêt de filtrer la radiance provient du fait que, lorsqu’on a trop peu de photons dans une zone, la radiance estimée est trop floue. Ceci peut être intéressant dans certains cas, mais non souhaitable lorsqu’on est, par exemple, en présence de caustiques. En effet, les caustiques introduisent une discontinuité dans l’éclairage de la scène et cette discontinuité doit être préservée dans le rendu final. En utilisant un filtre de type gaussien, conique ou celui d’Epanechnikov, la radiance réfléchie se calcule alors de la manière suivante :

$$L_r(x \rightarrow \omega_r) \approx \frac{1}{K(\Delta A)} \sum_{p=1}^{p=n} \omega_p f_r(x, \omega_p \rightarrow \omega_r) \Delta\Phi_p(x \leftarrow \omega_p)$$

avec K le filtre choisi et ω_p le poids du photon p qui dépend du filtre choisi. La bande passante du filtre est réglée par l’utilisateur. Il s’agit en général d’un réglage global pour toute la scène mais il existe néanmoins une technique introduite par Myszkowski [Mys97] qui sélectionne de manière adaptative la bande passante.

3.3.4 Optimisations et techniques d’accélération

Dans cette sous-section, nous présentons quelques optimisations et variantes apparues après l’introduction du *Photon Map*. Certaines de ces techniques peuvent être utilisées conjointement avec le *Photon Map* et d’autres sont des améliorations pour des problèmes spécifiques.

Optimisations générales

Contrôle de la densité des photons

Suykens et al. [SW00] ont proposé une nouvelle approche lors de l’émission de photons afin de mieux contrôler la densité de photons. Leur idée est de considérer que lorsqu’un photon devrait être stocké dans une zone qui contient déjà suffisamment de photons, on ne le stocke pas mais on répartit son énergie sur les photons présents. Naturellement, on perd la propriété importante qui est que l’ensemble des photons possède la même puissance, mais le gain au niveau de la place mémoire occupée peut atteindre un facteur 2 à 5 suivant les scènes.

Structure de données alternative

Christensen a proposé d’utiliser plusieurs cartes de photons dans une même scène afin d’éviter les problèmes liés aux coins. Il a également proposé dans [CB04] une nouvelle structure utilisant un *octree* permettant de faire du cache de photons lorsque l’on désire utiliser un grand nombre de photons (de l’ordre de 60 millions) et qu’il est alors impossible de faire tenir en mémoire vive tous les photons et la géométrie de la scène.

Les *Shadow Photons*

Introduits par Jensen [JC95], les *Shadow Photons* sont des photons qui transportent une énergie négative. Leur but est de permettre de détecter rapidement les zones d'ombre d'une scène quand celle-ci contient un nombre élevé de lumières. En effet, la passe de lancer distribué de rayons pour évaluer l'éclairage direct et donc les ombres est d'autant plus coûteuse qu'il y a de sources lumineuses. En utilisant le drapeau de la structure de données du photon, on peut stocker la lumière d'où provient le photon. On émet les photons de manière à ce qu'ils traversent les objets. Si un photon touche un deuxième objet après le premier, alors le photon est de type *shadow*. Lors de la passe de rendu, l'évaluation des ombres se fait en utilisant le fait qu'il y ait ou non des *Shadow Photons*. Si on est en présence de photons des deux types, il est vraisemblable que l'on se trouve dans une zone de pénombre et on pourra tirer des rayons d'ombres. Si l'on se trouve dans une zone contenant uniquement des photons d'ombres il sera vraisemblablement inutile de tirer des rayons d'ombres.

***Importance Sampling* [Jen95] et *Visual Importance* [PP98]**

Ces deux techniques consistent à échantillonner l'hémisphère en vue de déterminer la radiance réfléchiée suivant des critères définis. Dans le cas de la première, il s'agit de distribuer les rayons en utilisant comme critère les informations contenues dans le *Photon Map*, à savoir : les directions d'où vient la lumière. Traditionnellement le critère d'échantillonnage est fonction de la BRDF. On peut donc coupler l'information sur les directions incidentes de la lumière et de la BRDF pour échantillonner l'hémisphère. Cette stratégie sera d'autant plus payante pour les surfaces diffuses. Dans le cas de la technique de *Visual Importance*, on émet dans une première passe (l'algorithme contient 3 passes dans ce cas) depuis le dispositif d'observation des photons, appelés *importons*, qui seront réfléchis au plus une fois de manière diffuse, afin d'identifier les zones vues par l'observateur qui sont les plus importantes. Ensuite, l'émission de photons depuis les lumières est modifiée de manière à tenir compte de la densité d'importons, *i.e.* on stockera des photons seulement si la densité d'importons est « suffisante ».

Optimisation spécifique : mise en cache

Il paraît naturel de vouloir réutiliser sur un même voisinage les valeurs d'éclairage. Dans ce paragraphe, nous présentons les techniques mettant en œuvre des mécanismes de cache pour la radiance et l'irradiance.

Mise en cache de l'irradiance (*Irradiance Caching*)

L'*Irradiance Caching* classique

Une observation effectuée par Ward est que l'irradiance varie de manière douce sur les surfaces lambertiennes et que, par conséquent, cet éclairage incident est un bon candidat pour une méthode d'interpolation. L'*Irradiance Caching* [WRC88] est un schéma d'interpolation ainsi qu'une structure de cache de pour l'éclairage indirect diffus introduit par Ward. L'irradiance est pré-calculée à certains endroits de la scène et est ensuite interpolée à d'autres quand cela est possible. Pour chaque position à

laquelle l'irradiance a été pré-calculée on stocke également un poids γ qui servira pour l'interpolation. Ce poids est donné par la formule suivante :

$$\gamma_i(P) = \frac{1}{\frac{\|\vec{PP}_i\|}{R_i} + \sqrt{1 - (\vec{N}_P \cdot \vec{N}_{P_i})}}$$

avec

- R_i moyenne harmonique des distances des objets vus depuis P
- \vec{N}_P normale au point P
- \vec{N}_{P_i} normale au point P_i .

Pour un point P dont on cherche l'irradiance $E(P)$, une recherche dans le cache est effectuée pour trouver de bons « voisins ». L'interpolation de $E(P)$ est alors donnée par l'équation suivante :

$$E_P = \frac{\sum_i \gamma_i E_i(P_i)}{\sum_i \gamma_i(P_i)}$$

en ne prenant que les P_i dont le poids γ_i est supérieur à $\frac{1}{a}$ (a est une constante définie par l'utilisateur). De plus, les P_i se trouvant en dessous du plan passant par P et de normale \vec{N}_P sont également rejetés. Dans le cas où il n'y a aucun point avec lesquels une interpolation est possible, on échantillonne l'hémisphère et on ajoute dans le cache l'irradiance calculée.

Une extension proposée par Ward [WH92] pour obtenir des variations plus lisses est d'utiliser des gradients : un translationnel et un rotationnel. Enfin, Tabellion et al. [TL04] ont également proposé une modification de la manière de calculer les poids afin de tenir compte de l'importance visuelle qu'ils occupent dans la scène. La répartition des échantillons est alors nettement meilleure que celle de Ward.

Irradiance Volume

Plutôt que de stocker les échantillons directement sur les surfaces Greger et al. [GSHG92] construisent adaptativement, en suivant la géométrie de la scène, une grille bi-linéaire. Sur chaque sommet, l'irradiance est calculée en échantillonnant l'hémisphère. Lors de la passe de rendu, le volume ainsi construit est interrogé de manière à trouver les échantillons qui forment la boîte englobant le point dont on cherche l'irradiance et une interpolation tri-linéaire est alors effectuée pour trouver l'irradiance.

Pré-calcul d'irradiance

La phase de recherche de n photons pour évaluer la radiance réfléchie est la plus coûteuse dans l'algorithme original du *Photon Map*. Christensen [Chr00] propose de pré-calculer l'irradiance pour certains photons (par exemple pour le quart des photons contenus dans la carte), toujours avec la technique de la sphère qui s'étend. Pour ce faire, il est nécessaire de stocker la normale de la surface et l'irradiance calculée dans la structure du photon. Ceci a pour effet de faire passer la taille mémoire d'un photon de 20 à 26 octets, pour un gain de rapidité lors du rendu

qui peut être significatif. La passe de rendu se voit alors simplifiée puisqu'il suffit pour calculer la radiance réfléchie $L(x \rightarrow \omega)$ au point x de localiser le photon le plus proche qui a la même normale que \vec{N}_x à un ε près.

Mise en cache de la radiance (*Radiance Caching*)

Plutôt que de mettre en cache l'irradiance, quelques techniques ont été introduites pour mettre en cache la radiance. Ces techniques ont l'avantage de conserver une direction, quantité absente dans le cas de l'irradiance.

Jaroslav et al. [JPSK04] mettent en cache la radiance incidente, tout en la représentant par des harmoniques hémisphériques. Plutôt que d'utiliser le gradient translationnel de Ward, ils en établissent un nouveau basé sur les harmoniques hémisphériques pour interpoler les valeurs de radiance. De cette manière, leur technique permet d'interpoler des valeurs pour des surfaces non diffuses de type *glossy*.

Récemment, Arikan et al. [AFO04, AFO05, OAO04] ont aussi choisi de mettre en cache la radiance incidente en la décomposant en deux termes : un terme pour la radiance lointaine et un autre pour la proche. Un seul paramètre α contrôle la définition de proche et de lointain.

Si l'on écrit la radiosité $B(x)$ en un point x sous la forme suivante :

$$B(x) = \frac{\rho}{\pi} \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \quad (3.7)$$

l'espace de directions Ω_x peut être divisé en deux espaces, l'un Ω_P pour lequel les directions échantillonnées « atteignent » les objets proches et un autre Ω_D pour les objets distants :

$$\Omega_x = \Omega_P \cup \Omega_D.$$

On peut donc séparer en deux termes l'équation :

$$B(x) = \frac{\rho}{\pi} \int_{\Omega_P} L_P(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega + \frac{\rho}{\pi} \int_{\Omega_D} L_D(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \quad (3.8)$$

avec :

- L_P radiance incidente générée par les objets proches
- L_D radiance incidente générée par les objets distants.

Comme il est généralement complexe de déterminer Ω_D , Arikan propose de calculer Ω_P , facilement déterminable en prenant l'ensemble de la géométrie proche, et de trouver l'angle solide qu'elle définit, et définit L_D^* , une extension de L_D sur Ω , en négligeant les occlusions dues aux surfaces proches. On peut alors réécrire l'équation (3.8) sous la forme de deux termes : l'un pour l'éclairage distant et l'autre pour l'éclairage proche, qui agit comme un terme de correction qui prend en compte l'éclairage dû à la géométrie proche :

$$\begin{aligned} B(x) &= \frac{\rho}{\pi} \int_{\Omega} L_D^*(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega + \\ &\quad \frac{\rho}{\pi} \int_{\Omega_P} [L_P(x \leftarrow \omega_i) - L_D^*(x \leftarrow \omega_i)] \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \\ &= \frac{\rho}{\pi} (E_D + E_P) \end{aligned}$$

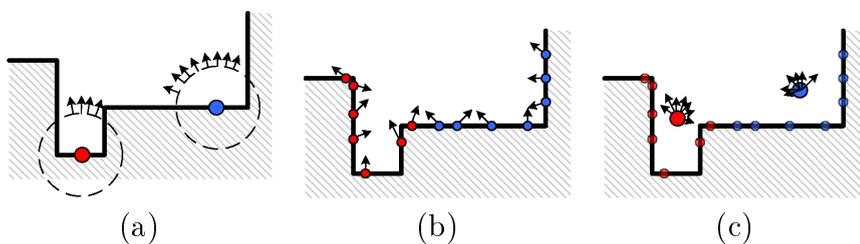


FIG. 3.15 – Illustration [AFO05] de la technique d'Arikian pour calculer les échantillons à l'aide d'harmoniques sphériques.

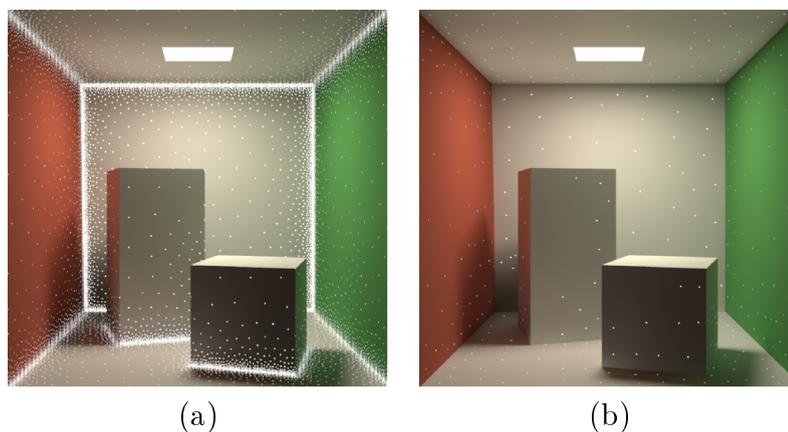


FIG. 3.16 – Comparaison du nombre d'échantillons utilisés avec la technique de Ward, à gauche, et avec celle d'Arikian à droite. Notez comme la technique de Ward a tendance à concentrer les échantillons dans les angles. Images tirées de [AFO05].

avec

- E_D l'irradiance due à la géométrie distante
- E_P l'irradiance due à la géométrie proche.

On constate donc l'intérêt de mettre en cache la radiance incidente due à la géométrie distante L_D^* plutôt que l'irradiance, puisque le terme sera soustrait à L_N . La représentation choisie par Arikian et al. utilise les harmoniques sphériques (avec 9 coefficients). Le schéma d'interpolation choisi sur les coefficients harmoniques est une modification de la méthode de Ward. Ω est échantillonné de manière aléatoire pour déterminer L_D^* . Les rayons qui intersectent une géométrie avec une distance inférieure à α sont ignorés. Plutôt que de mettre en cache des valeurs de L_D^* sur la géométrie, les échantillons sont déplacés dans l'espace de manière aléatoire tout en restant proches de la géométrie (cf. figure 3.15). Le but est d'éviter une accumulation des échantillons dans les coins avec la méthode de Ward, comme le montre la figure 3.16.

3.4 Bilan

Cet état de l'art nous a donc montré que de nombreux modes de représentation ont été explorés et ce pour différentes quantités radiométriques. Des modes complexes tels les harmoniques sphériques ou les ondelettes, côtoient des modes plus

simples qui utilisent des scalaires et des grandeurs directionnelles (*Light Vector*).

Les différents algorithmes d'éclairage global que nous avons passés en revue nous permettent de conclure qu'un faible nombre d'entre eux reconstruisent une quantité radiométrique ou par extension la fonction d'éclairage.

Les méthodes de radiosité reconstruisent de manière locale, sur un *patch*, la radiosité. Elles sont dépendantes de la géométrie sous jacente mais restent indépendantes du point de vue. De même que la technique de Walter [Wal98] qui reconstruit la luminance. Le *Photon-Map* reconstruit la radiance réfléchie de manière indépendante de la géométrie mais c'est une reconstruction en espace image et donc dépendante du point de vue.

Il parait donc intéressant de vouloir introduire une nouvelle technique de reconstruction indépendante du point de vue et qui ne dépend fortement de la géométrie présente dans la scène. Le choix de la quantité radiométrique reconstruite revêt toute son importance et le mode choisi pour la représenter et la stocker doit rester simple et efficace. Enfin, le mode de représentation choisi ne peut se faire au détriment d'une facilité d'utilisation de ce dernier.

Chapitre 4

Une nouvelle approche de reconstruction de la fonction d'éclairage

Dans ce chapitre, nous introduisons notre nouvelle méthode pour reconstruire la fonction d'éclairage. Nous verrons qu'il s'agit d'une méthode de reconstruction indépendante du point de vue et qui reconstruit la radiance incidente sur une géométrie sous-jacente sans effectuer de traitement dessus.

4.1 Aperçu de la méthode proposée

La technique proposée pour reconstruire la fonction d'éclairage se décompose en 3 passes :

- Lancer de photons depuis les sources lumineuses
- Construction d'un *octree* dont les cellules contiennent la fonction d'éclairage reconstruite
- Utilisation de l'*octree* pour effectuer le rendu de la scène.

Le lancer de photons est nécessaire pour propager la lumière dans la scène. En effet, les photons transportent une portion d'énergie lumineuse ainsi qu'une direction incidente et leur densité constitue une approximation de la fonction d'éclairage. Cette étape peut être vue comme la mise en place de l'équilibre énergétique supposé dans l'équation du rendu (cf. équation 2.17).

A partir des photons, plus précisément de leurs impacts, ces derniers sont organisés dans un *octree* de manière à ce que les grandes cellules correspondent à une variation faible de l'éclairage tandis que les plus petites correspondent à des variations élevées. Au sein de chaque cellule, nous utilisons les photons y appartenant pour reconstruire la fonction d'éclairage.

Enfin, la dernière étape est une passe de tracé de rayons modifié qui utilise notre structure de données pour inclure des effets d'éclairage global.

A l'inverse du *Photon Map*, la fonction d'éclairage reconstruite est indépendante du point de vue. C'est une reconstruction en espace objet et non en espace image. Elle entre dans la catégorie des techniques d'estimation de densité mais, à la différence

de celle de Bruce Walter, nous n'effectuons aucun traitement sur la géométrie de la scène (pas de décimations de maillage etc.).

La fonction d'éclairage est reconstruite sous la forme de radiance incidente et plus précisément sous la forme de 3 directions et de 3 intensités (cf. 4.2.1). La radiance incidente est reconstruite pour une géométrie sous-jacente. L'intérêt de stocker la radiance incidente plutôt que la radiance réfléchie réside dans le fait que, contrairement à ce qui est fait par exemple pour les *Light Vector* qui stocke la radiance incidente calculée de manière dépendante de la BRDF, ou les techniques qui stockent la radiosité, la radiance incidente est une quantité indépendante des propriétés matérielles (BRDF) associées à la géométrie. Ceci permet donc un gain de place mémoire au niveau de notre *octree* puisque aucune propriété matérielle n'y est stockée. De même qu'il ne contient ni les normales de la géométrie sous-jacente utilisée pour la reconstruction, ni primitives géométriques ! Nous verrons que nous avons choisi d'utiliser une représentation simple et intuitive pour stocker la radiance incidente et qu'aucune ondelette ou harmonique sphérique n'est utilisée.

4.2 Lancer de photons et construction de l'*octree*

4.2.1 Radiance incidente

Cette sous-section précise ce qu'on entend par radiance incidente dans ce chapitre. Comme expliqué à la section 3.3, chaque photon p transporte une fraction d'énergie lumineuse Φ_p ainsi qu'une direction incidente ω_p . Si l'on utilise l'espace RGB¹ pour représenter l'énergie lumineuse Φ_p à l'aide d'un vecteur \mathcal{C}_p de trois scalaires r_p, g_p, b_p , nous pouvons représenter le photon par le produit d'une direction D_p telle que $D_p = \omega_p$ et d'un vecteur \mathcal{C}_p tel que $(\mathcal{C}_p)^T = [r_p, g_p, b_p]$:

$$\mathcal{M}_p = \mathcal{D}_p (\mathcal{C}_p)^T \quad . \quad (4.1)$$

\mathcal{M}_p est une matrice 3×3 formée de 3 vecteurs colonnes M_r, M_g et M_b :

$$\mathcal{M}_p = \begin{pmatrix} M_r & M_g & M_b \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

avec :

- $\frac{M_r}{\|M_r\|}$ représente la direction incidente pour la composante rouge et $\|M_r\| = r_p$.
- $\frac{M_g}{\|M_g\|}$ représente la direction incidente pour la composante verte et $\|M_g\| = g_p$.
- $\frac{M_b}{\|M_b\|}$ représente la direction incidente pour la composante bleue. et $\|M_b\| = b_p$.

La matrice \mathcal{M}_p est ce que nous manipulons et appelons par abus de langage radiance incidente. En effet, il s'agit plus d'une astuce de calcul ou une commodité de manipulateur qu'une grandeur radiométrique. Notons que nous utilisons l'espace de couleur RGB pour des raisons d'implémentation mais que nous aurions pu utiliser un autre espace.

¹RGB est d'ailleurs l'espace de couleur le plus utilisé.

4.2.2 Lancer de photons

La première passe qui consiste à lancer des photons dans la scène est très similaire à celle utilisée dans la technique du *Photon Map* mais, contrairement à cette dernière, les impacts des photons sont stockés sur les objets diffus et spéculaires. Cette nécessité peut être comprise en prenant le cas simple où l'on éclaire un miroir suspendu sur un mur diffus. Si l'on ne stockait pas les photons qui ont touché le miroir, nous pourrions avoir une cellule contenant une partie du miroir avec une valeur de radiance incidente nulle alors que la cellule voisine contenant une partie du mur contiendrait une valeur de radiance incidente non nulle. Clairement, une discontinuité serait introduite dans la reconstruction de la radiance incidente lorsqu'on cherche à reconstruire la radiance incidente aux endroits qui sont sur le mur mais proches du miroir. Dans le *Photon Map*, ce problème est compensé en augmentant le rayon de recherche des photons.

La structure de données utilisée pour le photon est modifiée puisqu'on ajoute la normale de la surface touchée lors d'un impact. La taille en mémoire d'un photon passe alors de 20 octets à 22 octets dans le cas où la direction de la normale est quantifiée sur 2 octets, ou 28 octets dans le cas où la normale est stockée à l'aide de 2 flottants.

Trois types de photons sont émis afin de traiter spécifiquement certains chemins lumineux :

1. Photons globaux : ces photons représentent les chemins lumineux de type $LD^+(D|S)^*$. Il s'agit donc de photons qui ont été réfléchis, au moins une fois de manière diffuse.
2. Photons caustiques : ces photons représentent les chemins lumineux de type LS^+D . Il s'agit donc de photons qui correspondent aux caustiques directes.
3. Photons directs : ces photons représentent les chemins lumineux de type $L(S|D)$. Ils représentent l'éclairage direct et seul le premier impact du photon est stocké.

Rappelons que, dans le *Photon Map*, les photons caustiques sont identiques, les globaux représentent quant à eux les chemins lumineux de type $L(D|S)^*$ et, enfin, aucun photon direct n'est lancé.

Notons que certains chemins, représentant des phénomènes fortement indirects, ne sont pas pris en compte, tels que les chemins de type $LSD(S|D)^+$. Ceci est dû au fait que les photons caustiques ne sont pas réfléchis une fois qu'ils ont touché une surface diffuse. Ces phénomènes fortement indirects sont donc ignorés (comme dans le *Photon Map*) par notre technique. Bien que nous ne reconstruisions pas la solution totale de l'éclairage global mais une solution partielle, ceci permet d'obtenir des caustiques plus nettes.

Une fois les photons émis, on construit pour chaque catégorie de photons émis un *octree* qui sera le support de notre fonction d'éclairage.

4.2.3 Construction de l'*octree*

La structure choisie pour segmenter les photons est celle de l'*octree* et ce, pour plusieurs raisons. Comparé à un *kd-tree*, l'*octree* donne réellement une information volumique sur la répartition des photons dans la scène. En effet, le *kd-tree* répartit

les photons de manière à optimiser la recherche des voisins à l'intérieur de celui-ci. A chaque étape de subdivision, les photons sont séparés en deux groupes de quantité égale. Si l'on visualise le *kd-tree* on s'aperçoit qu'il ne donne aucune information intuitive sur la répartition des photons dans la scène. Par exemple, la segmentation des photons directs avec un *kd-tree* ne fera pas apparaître des cellules vides représentant les ombres de la scène tandis qu'un octree construit avec des critères de subdivision appropriés le permettra.

Paramètres de construction de l'octree

Plusieurs critères sont utilisés pour construire l'octree. Leur effet sur la reconstruction de la fonction d'éclairage sera détaillé dans la section 4.3.2. Les critères sont présentés ci-dessous dans l'ordre dans lequel ils sont testés :

- Une profondeur maximale est fixée par l'utilisateur. Il s'agit d'avoir un critère d'arrêt simple pour éviter de se retrouver avec un seul photon par cellule et permet donc également de limiter la place mémoire occupée.
- Le nombre de photons, stipulé par un intervalle $[n_{min}, n_{max}]$, par cellule feuille désirée. Ce paramètre permet, en fonction du nombre total de photons lancés, d'obtenir un *octree* plus ou moins profond. Dans certains cas, comme des zones d'ombre, le nombre de photons contenus dans la cellule sera inférieur à n_{min} . Ce paramètre permet aussi une réduction du temps de calcul (cf. 4.3.2) de la radiance incidente au sein d'une cellule.
- La variation maximale des normales. Lorsqu'un impact est stocké la normale de la surface touchée est stockée. Ce paramètre permet de forcer une subdivision lorsque les photons contenus dans la cellule courante ont touché des géométries trop disparates.

Grâce à l'utilisation de la radiance incidente (tout comme pour l'irradiance) on ignore les variations locales des propriétés matérielles qui ne sont pas stockées ni testées pour la construction de l'octree.

Tous ces critères sont simples et rapides à tester lorsque l'octree est construit. Ils regroupent à la fois des critères liés à la géométrie de la scène (critère sur les normales) et ceux liés (critères sur le nombre de photons) à l'éclairage tout en ignorant les variations locales des propriétés matérielles.

Cellules atmosphériques

Les critères de construction peuvent conduire à ce que l'*octree* contiennent des cellules feuilles sans photon. Il serait hâtif de conclure que l'absence de photon implique nécessairement une valeur de radiance incidente nulle. En effet, il faut distinguer deux cas pour ce type de configuration :

1. Si la cellule contient de la géométrie, la valeur de radiance incidente est nulle parce que la cellule correspond à une zone d'ombre dans la scène.
2. Si la cellule ne contient pas de géométrie, alors on parle de cellule atmosphérique et la valeur de radiance incidente n'est pas nulle.

Les images de la figure 4.1 illustrent le concept de cellule atmosphérique pour un octree donné. Dans l'implémentation de notre *octree*, nous sauvegardons un booléen indiquant si la cellule est une cellule atmosphérique ou non.

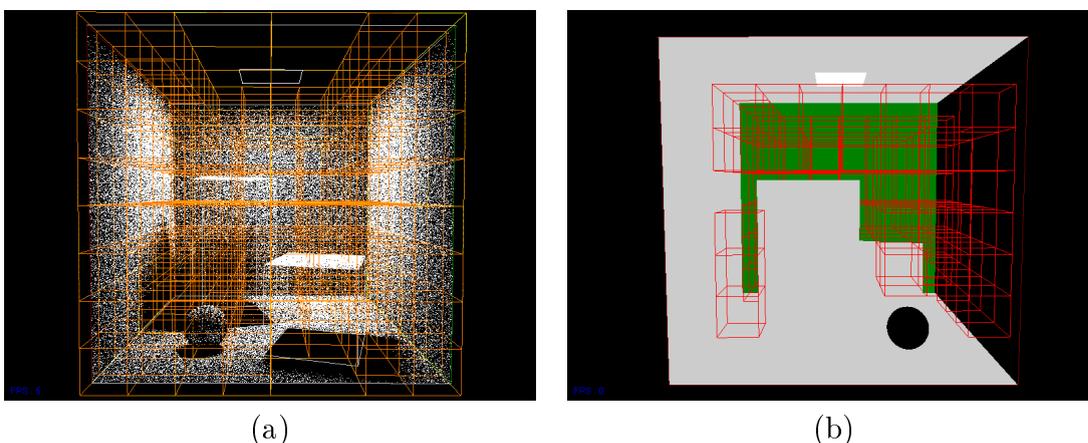


FIG. 4.1 – (a) *Un octree obtenu à partir de photons directs.* (b) *Cellules atmosphériques de l'octree.*

Étude de la complexité de la construction de l'octree

Soit n le nombre de photons à trier, alors le nombre de cellules m est borné par $m = \lceil \frac{n}{n_{min}} \rceil$. Dans notre approche $m \ll n$ et la profondeur de l'octree est en $O(\log n)$. Le coût pour le partitionnement est en $O(n \log n)$ puisqu'à chaque étape de la subdivision les n photons sont triés.

A cette complexité de partitionnement s'ajoute la complexité de calcul de la radiance incidente au sein des cellules feuilles. Les opérations pour calculer la radiance incidente au sein d'une cellule feuille sont proportionnelles au nombre de photons contenus dans celle-ci et elles peuvent donc être bornées par $O(n_{max})$. La complexité de l'ensemble des opérations pour le calcul de radiance incidente est donc bornée par $m O(n_{max})$. Notons qu'il faut également ajouter la complexité liée au test d'appartenance de la géométrie à une cellule feuille pour détecter les cellules atmosphériques. Soit n_e le nombre d'éléments géométriques contenus dans la scène. La complexité associée au test de la géométrie est donc en $O(n_e)$. Soit n_s le nombre de cellules sans photon. La complexité associée au test de géométrie est alors $n_s O(n_e)$ et non $m O(n_e)$. Il est difficile de prévoir la grandeur de n_s par rapport à m , de même que la grandeur du nombre n_e d'éléments géométriques par rapport au nombre n de photons.

Stockage de la radiance incidente

Dans chaque feuille de l'arbre, la radiance incidente est évaluée (cf. section 4.3.2) et stockée sous une forme compressée ou non.

Dans sa forme non compressée, nous stockons la matrice \mathcal{M} pour chaque cellule. Cette matrice occupe donc 36 octets (9 flottants) en mémoire. Ceci correspond au même coût mémoire que pour les harmoniques sphériques utilisées par Ramamoorthi et al. [RH01].

Pour réduire le coût de stockage de la radiance incidente, on compresse cette dernière en 6 octets (soit un facteur 6 de compression) en repassant à la forme initiale que nous avons avec les photons. On décompose \mathcal{M} en deux vecteurs \mathcal{D} et \mathcal{C} pour le stockage. Une fois les vecteurs \mathcal{D} et \mathcal{C} obtenus sous la forme de 6

flottants on compresse \mathcal{D} en le quantifiant sur 2 octets, comme cela est fait dans le *Photon Map*, et \mathcal{C} est quantifié sur 4 octets grâce au format RGBE [War91] de Ward. L'ensemble des calculs nécessaires pour la radiance incidente est effectué en flottants. La compression s'effectue « au dernier moment » et uniquement à des fins de stockage. Il en va de même lors de la passe de rendu lorsqu'une valeur de radiance incidente est récupérée.

Pour trouver D et C à partir de \mathcal{M} , il faudrait résoudre un système de 6 équations à 9 inconnues ; on préfère donc introduire des contraintes supplémentaires et on tente de résoudre le problème de minimisation P_1 suivant :

$$P_1 : \begin{cases} \text{Min} \left[|\mathcal{M} - \mathcal{N}|^2 \right] \\ |M_1| = c_1, |M_2| = c_2, |M_3| = c_3 \\ c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, c_3 \geq 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

On cherche donc une direction D qui minimise la norme au carré de la différence. L'objectif étant bien sûr d'avoir la matrice \mathcal{N} la plus proche possible de la matrice de départ \mathcal{M} .

La solution du problème P_1 est donnée par :

$$\begin{cases} x = \frac{c_1 m_{11} + c_2 m_{12} + c_3 m_{13}}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \\ y = \frac{c_1 m_{21} + c_2 m_{22} + c_3 m_{23}}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \\ z = \frac{c_1 m_{31} + c_2 m_{32} + c_3 m_{33}}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \end{cases}$$

Puisque D représente une direction, sa norme doit être égale à 1 et on doit donc ajouter cette nouvelle condition à notre problème de minimisation. On obtient alors 4 équations pour 3 inconnues. En utilisant les multiplicateurs de Lagrange, on se ramène à un problème P_2 à 4 équations et à 4 inconnues :

$$P_2 : \begin{cases} \text{Min} \left[|M - N|^2 + \lambda [|D|^2 - 1] \right] \\ |M_1| = c_1, |M_2| = c_2, |M_3| = c_3 \\ c_1 \geq 0, c_2 \geq 0, c_3 \geq 0 \\ \lambda \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

On peut montrer qu'une solution de cette minimisation P_2 revient à calculer la solution de la minimisation P_1 et normaliser la solution obtenue !

La compression effectuée est une compression avec perte. Dans le cas où les vecteurs M_1, M_2, M_3 sont très disparates, ceci peut théoriquement poser problème.

Notons qu'une fois la radiance incidente stockée dans chaque feuille, le stockage des photons n'est évidemment plus nécessaire. L'annexe F passe en revue les différentes possibilités de stockage pour la radiance incidente ainsi que le coût mémoire associé pour le stockage de l'*octree* lui-même.

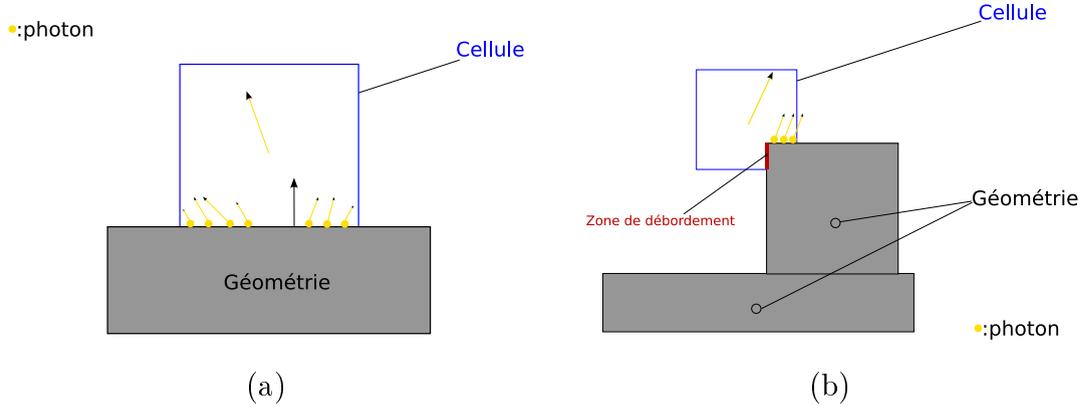


FIG. 4.2 – (a) Illustration du concept de reconstruction de la radiance incidente au centre. (b) Illustration des phénomènes de débordement qui peuvent arriver au niveau des concavités.

4.3 Reconstruction de la radiance incidente

Lorsqu’une cellule ne peut plus être subdivisée, on procède à la reconstruction de la radiance incidente à l’aide des photons contenus dans cette dernière. La taille s de la cellule peut être agrandie par l’utilisateur à l’aide d’un paramètre nommé ε . ε représente un pourcentage d’agrandissement de taille de la cellule courante. Ce paramètre permet d’agrandir virtuellement une cellule qui contiendrait un nombre insuffisant de photons pour obtenir une meilleure valeur de radiance incidente.

4.3.1 Reconstruction au centre

Une première technique investie est de reconstruire la radiance incidente au centre de la cellule (cf. image A figure 4.2) et d’y stocker une matrice \mathcal{M} obtenue à l’aide des différentes matrices \mathcal{M}_p des photons.

Pour calculer \mathcal{M} , on utilise la formulation suivante :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{\Delta A} \sum_{p=1}^{p=n} \mathcal{M}_p \quad (4.4)$$

Cette formulation est très similaire à celle (cf. section 3.3.3) utilisée pour reconstruire la radiance réfléchiée dans le *Photon Map* à l’exception de la BRDF qui est exclue. Le choix de ΔA est une approximation du même ordre que celle effectuée avec la sphère englobante du *Photon Map*.

Cette technique est d’autant plus intéressante d’un point de vue stockage, si l’on utilise la compression, mais ne donne pas entièrement satisfaction au niveau de la qualité visuelle. En effet, de forts débordements de couleur apparaissent au niveau des concavités comme le montre l’image (a) de la figure 4.3 dans laquelle l’irradiance est obtenue à l’aide de notre technique. Ces débordements sont dus au fait que la valeur de radiance incidente reconstruite tient compte d’une seule géométrie sous-jacente, à savoir celle des impacts de photons puisque le critère de subdivisions sur

l'uniformité des normales tend à « rassembler » les impacts de photons qui ont touché la même géométrie. Or la cellule peut très bien contenir plusieurs normales, comme c'est le cas dans l'image (a) de la figure 4.3 où la face avant du cube a reçu peu de photons. Ce problème de débordement est illustré de manière schématique dans l'image (b) de la figure 4.2.

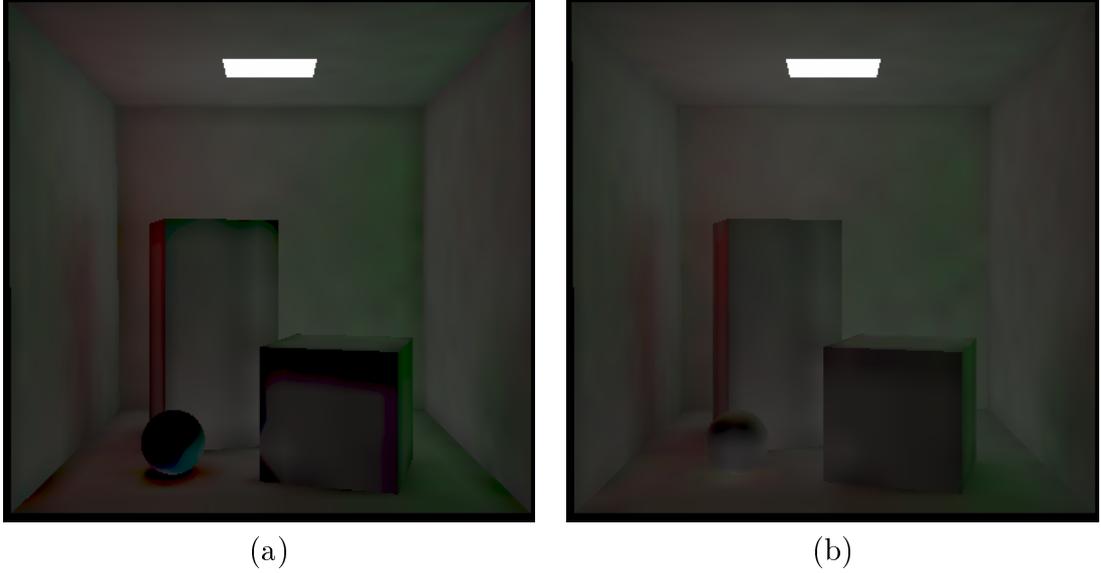


FIG. 4.3 – (a) Reconstruction au centre avec les problèmes de débordement. (b) Reconstruction avec les 3 plans virtuels qui élimine les problèmes précédents.

4.3.2 Reconstruction au centre sur 3 plans virtuels

Pour pallier le problème de la technique de reconstruction précédente, on choisit de stocker 6 valeurs de radiance incidente par cellule. Ceci reste intéressant du point de vue de la place mémoire occupée par l'*octree* grâce à la compression introduite précédemment. Nous choisissons 6 valeurs pour avoir une reconstruction dans les 6 directions principales qui existent au sein d'une boîte alignée sur les axes.

Pour obtenir les 6 valeurs de radiance incidente, on teste le produit scalaire entre la direction incidente du photon et les normales de 3 plans virtuels (cf. images de la figure 4.4) passant par le centre de la cellule et parallèles aux plans OX , OY et OZ . Pour chaque plan, on obtient deux valeurs de radiance incidente, l'une correspondant au dessus du plan et l'autre au dessous. On note :

- $\mathcal{M}_X^{+|-}$ (resp. $\mathcal{M}_Y^{+|-}$ et $\mathcal{M}_Z^{+|-}$) les deux valeurs de radiances obtenues pour le plan OX (resp. OY et OZ)
- N_X (resp. N_Y et N_Z) la normale du plan OX (resp. OY et OZ)
- ω_p la direction incidente du p ième photon et ω_{p_x} , ω_{p_y} et ω_{p_z} ses coordonnées cartésiennes.

Pour calculer $\mathcal{M}_X^{+|-}$ on trie les photons en fonction de leur direction d'incidence ω_p et de la normale considérée. Par exemple, si

$$\omega_p \cdot N_X > 0$$

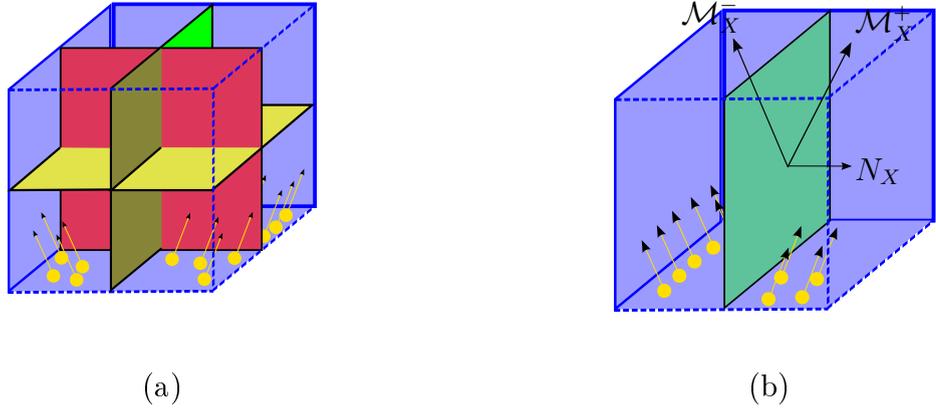


FIG. 4.4 – (a) Illustration des 3 plans virtuels entrant en jeu pour la reconstruction. (b) Exemple de valeurs de radiances incidentes reconstruites dans le cas du plan OX .

alors le photon en question contribue à \mathcal{M}_X^+ tandis que si

$$\omega_p \cdot N_X < 0$$

alors il contribue à \mathcal{M}_X^- . Comme N_x correspond à la normale du plan OX le test précédent se réduit simplement à :

$$\omega_{p_x} > 0$$

ou

$$\omega_{p_x} < 0.$$

De même pour \mathcal{M}_Y (resp. \mathcal{M}_Z) pour lesquels les tests se réduisent simplement à : $\omega_{p_z} > 0$ (resp. $\omega_{p_z} > 0$) et $\omega_{p_y} < 0$ (resp. $\omega_{p_z} < 0$). On peut donc, en une seule passe sur l'ensemble des photons contenus dans la cellule, calculer les 6 valeurs de radiance et ensuite les stocker sous une forme compressée et ce, pour un coût de calcul supplémentaire très faible. Nous verrons dans la section 4.4 que seules 3 valeurs sur 6 sont utilisées à la fois pour récupérer la radiance incidente en un point.

Notons que, pour diminuer le biais, nous pourrions reprojeter les photons sur le plan pour lequel nous reconstruisons la radiance et exclure ceux dont la projection est en dehors de la cellule courante. L'image (b) de la figure 4.3 montre le résultat obtenu avec une reconstruction utilisant les 3 plans virtuels et sous les mêmes conditions que celles utilisées dans l'image (a) de la même figure.

Lorsque l'on doit récupérer une valeur de radiance incidente pour un point P , $\mathcal{M}(P)$ appartenant à une cellule on utilise la formule suivante :

$$\mathcal{M}(P) = \mathcal{M}_X^{+|-} N_x^2 + \mathcal{M}_Y^{+|-} N_y^2 + \mathcal{M}_Z^{+|-} N_z^2$$

avec N_x , N_y et N_z coordonnées cartésiennes de la normale N au point P . Ce schéma permet d'interpoler les directions incidentes sur la sphère unitaire ($N_x^2 + N_y^2 + N_z^2 =$

1). La sélection de \mathcal{M}_X^+ ou de \mathcal{M}_X^- s'effectue en testant le signe du produit scalaire entre N et \mathcal{M}_X . Ce test se réduit simplement aux deux tests suivants : si

$$N_x > 0$$

alors \mathcal{M}_X^+ est actif et si

$$N_x < 0$$

alors \mathcal{M}_X^- est actif. On procède de même pour sélectionner $\mathcal{M}_Y^{+|}$ et $\mathcal{M}_Z^{+|-}$.

4.3.3 Influences des paramètres sur la reconstruction

Reconstruire la fonction d'éclairage au sein d'une cellule avec un nombre de photons donné est bien évidemment un problème d'estimation de densité. Dans notre cas, nous cherchons à reconstruire $L_i(x)$ radiance incidente au point x (nous omettons la direction ω dans cette sous-section pour alléger la notation). L'erreur $\chi(x)$ liée à cette reconstruction peut être exprimée par la fonction suivante :

$$\chi(x) = L_i(x) - \hat{L}_i(x) \quad (4.5)$$

qui mesure la différence entre la radiance incidente $L_i(x)$ et son estimation $\hat{L}_i(x)$. Silverman [Sil86] a montré qu'en utilisant une technique d'estimation de densité, $\chi(x)$ est composée d'un biais $\chi_{biais}(x)$ et d'une erreur aléatoire $\chi_{rnd}(x)$. Le biais $\chi_{biais}(x)$ est défini par :

$$\chi_{biais}(x) = L_i(x) - E(\hat{L}_i(x)) \quad (4.6)$$

où E représente l'espérance mathématique tandis que l'erreur aléatoire est définie par :

$$\chi_{rnd}(x) = E(\hat{L}_i(x)) - \hat{L}_i(x) \quad (4.7)$$

En utilisant les équations (4.7) et (4.6) l'équation (4.5) devient alors :

$$\chi(x) = \chi_{biais}(x) + \chi_{rnd}(x) \quad (4.8)$$

Il est commode, pour caractériser l'erreur dans une région (ou sur tout le domaine), d'utiliser une norme $D_2(\chi)$ définie par :

$$D_2(\chi) = \frac{\sum_{p=1}^{p=n} (L_i(x_p) - \hat{L}_i(x_p))^2 \Delta h_p}{H} \quad (4.9)$$

où les Δh_p correspondent à des régions centrées en x_p et H est tel que : $H = \sum_{p=1}^{p=n} \Delta h_p$.

Cette norme nous permet alors, à l'aide de l'équation (4.6), de prévoir l'influence de nos paramètres de construction de l'arbre et de reconstruction sur la qualité visuelle et l'exactitude de la fonction reconstruite.

En effet, grâce aux propriétés des normes euclidiennes, on peut écrire :

$$D_2(\chi) \leq D_2(\chi_{biais}) + D_2(\chi_{rnd}) \quad (4.10)$$

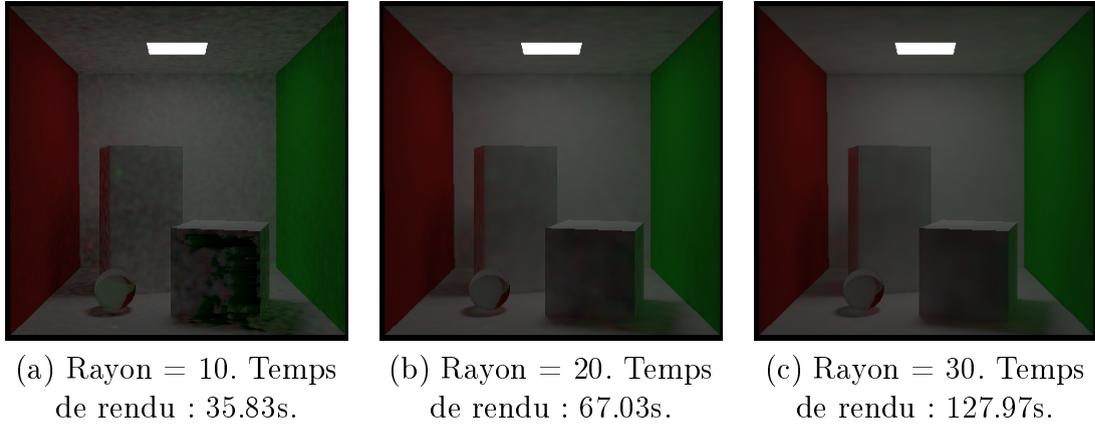


FIG. 4.5 – *Reconstruction classique avec le Photon Map pour différents rayons de recherche et le même nombre de photons (2000).*

$D_2(\chi_{biais})$ et $D_2(\chi_{rnd})$ sont fortement liés et diminuer l'un se fait au prix d'une augmentation de l'autre. Par exemple, dans la technique classique du *Photon Map* où une sphère est étendue pour reconstruire la radiance, on prend en compte un nombre n de photons sur une région h_p (en général $h_p > \Delta h_p$) qui correspond à la surface de la sphère. En augmentant h_p on diminue $D_2(\chi_{rnd})$ mais on augmente $D_2(\chi_{biais})$. On obtient alors $\hat{L}_i(x)$ version lissée de $L_i(x)$ visuellement plus plaisante qu'une version qui contiendrait du bruit. Malheureusement, ce lissage assimilable à un filtre passe bas efface des détails (des hautes fréquences) qu'il est souhaitable de préserver dans certains cas (caustiques par exemple). Le lissage dépend donc de la méthode d'estimation de densité choisie ainsi que de ses paramètres (h par exemple) et elle ne dépend pas directement du nombre de photons.

Dans notre technique, le paramètre ε permet d'augmenter de manière relative la taille assimilable à h_p d'une cellule donnée et permet donc un lissage local. De même, n_{min} et n_{max} influencent la profondeur de l'*octree*, donc la taille des cellules, et permettent de contrôler les détails de la solution reconstruite. Par exemple, si l'*octree* est de niveau 0, une seule valeur de radiance sera reconstruite et des détails (tels que les ombres) seront perdus. Le nombre de photons par cellule joue aussi sur la qualité de la reconstruction en fonction de la position de la cellule. La densité de photons, fonction aléatoire, doit être suffisante pour la reconstruction de la radiance. Malheureusement, il est difficile de prévoir le nombre optimal de photons pour une scène donnée, de même qu'il faudrait pour chaque x_p trouver un h_p optimal.

Les images de la figure 4.6 montrent l'influence du paramètre ε pour un *octree* donné.

Enfin, signalons que les paramètres de notre solution nous paraissent plus intuitifs à manipuler que ceux utilisés dans le *Photon Map* (rayon de la sphère et nombre de photons). En effet, dans le *Photon Map* ces derniers sont fortement liés et prévoir leur effet sur le rendu final reste difficile. Ceci conduit à un lissage trop important à certains endroits ou insuffisant à d'autres. En fait, le rayon de recherche et le nombre de photons sont corrélés et prévoir l'effet de l'un par rapport à l'autre n'est pas évident. Si l'on choisit un grand rayon de recherche avec un nombre faible de

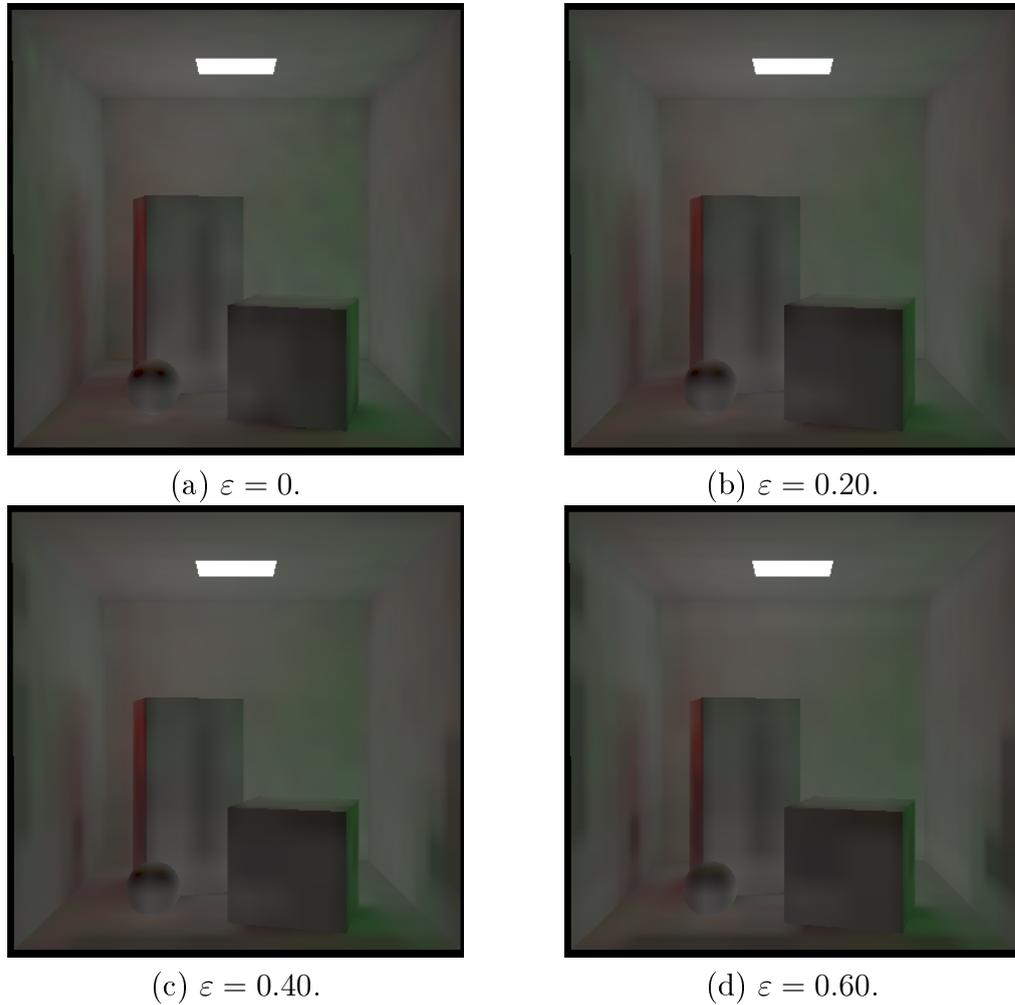


FIG. 4.6 – Visualisation de la carte d'irradiance pour l'éclairage indirect diffus obtenue avec notre technique pour différentes valeurs du paramètres ε . 377 077 impacts de photons générés en 24.16s.

photons cette taille de rayon ne sera certainement pas atteinte et aucun lissage ne sera effectué. De même, si l'on choisit un nombre de photons élevé avec un faible rayon de recherche. Il faut donc pour l'utilisateur trouver le juste milieu pour le nombre de photons et le rayon de recherche sachant que, plus le rayon de recherche est élevé, plus les temps de calculs seront élevés.

Les images de la figure 4.5 montrent deux scènes rendues avec la *Photon Map* pour lesquelles le nombre de photons par recherche est fixe. Dans la première image, le rayon de la sphère est insuffisant et la solution affichée est bruitée et visuellement déplaisante tandis que dans les autres images le rayon a été augmenté pour réduire le bruit.

4.4 Passe de rendu

L'algorithme de rendu que nous utilisons est un lancer de rayon modifié qui tire profit des *octrees* précédemment construits. Pour chaque rayon lancé depuis le dispositif d'observation, vers un point P appartenant à la géométrie de la scène, nous devons interroger les *octrees* pour calculer sa radiance. Pour ce faire, nous récupérons la cellule feuille qui contient le point P ainsi que l'ensemble I des cellules voisines qui entrent en jeu pour le calcul de la radiance. La sous-section 4.4.3 détaille le calcul et l'utilisation la radiance incidente dans notre algorithme de rendu tandis que les sous-sections 4.4.1 et 4.4.2 détaillent comment l'ensemble I est obtenu.

4.4.1 Type de volume d'interrogation

Nous présentons ici deux types de volumes d'interrogation : l'un de taille fixe, l'autre avec une taille adaptative pour laquelle il est possible pour l'utilisateur de spécifier une borne supérieure. Dans les deux cas, un paramètre utilisateur α permet d'agrandir ce volume afin de lisser un peu plus la solution.

Volume de taille fixe

Le volume de taille fixe utilisé est le volume de la plus petite cellule feuille obtenue lors de la construction de l'*octree*. Ce volume garantit que le passage d'une cellule à une cellule de taille plus grande est identique à celui utilisé lors du passage d'une cellule à une cellule de taille plus faible. Ce volume garantit une continuité C^0 au bord des cellules.

Volume adaptatif première version

Soit h_{min} la taille de la plus petite cellule contenue dans l'*octree*. Dans cette première version, la taille $s(P)$ du volume d'interrogation au point P est interpolée de manière linéaire de la manière suivante :

$$s(P) = \frac{\sum_{k \in A} \gamma_k s_k}{\sum_{k \in A} \gamma_k}$$

avec :

- A ensemble des cellules voisines intersectées par un volume initial V_{init} de taille αh_{min} centré en P
- γ_k volume d'intersection entre V_{init} et la cellule k
- s_k taille de la cellule k .

La simplicité de calcul de ce volume est avantageuse mais, comme nous le verrons au prochain chapitre, il est parfois préférable d'utiliser une autre définition pour le volume adaptatif. Ainsi, on introduit une deuxième version de volume adaptatif un peu plus complexe à calculer.

Volume adaptatif seconde version

Soit l la profondeur de la cellule C qui contient le point P pour lequel on cherche la radiance incidente. Si l'ensemble des cellules voisines de C a une profondeur l' telle

que $l' < l$ alors on peut utiliser comme volume d'interrogation le volume de la cellule courante centré en P . Dans le cas contraire, on définit de manière adaptative la taille $s(P)$ du volume d'interrogation. Pour ce faire, on utilise δ la distance minimale entre P et la cellule voisine dont la profondeur est notée l_{max} (l_{min} étant, dans ce cas, la profondeur de la cellule C). On définit alors τ de la manière suivante :

$$\tau = \min\left(\frac{2\delta}{h_{l_{min}}}, 1\right) .$$

$s(P)$ est alors obtenue par une interpolation quartique :

$$(a\tau^4 + b\tau^3 + c\tau^2 + d\tau + e) h_{l_{min}}$$

avec :

- $a = \frac{8(-5h_{l_{min}} + 32\beta h_{l_{min}} - 27h_{l_{max}})}{9h_{l_{min}}}$
- $b = -\frac{2(-31h_{l_{min}} + 256\beta h_{l_{min}} - 225h_{l_{max}})}{9h_{l_{min}}}$
- $c = \frac{-13h_{l_{min}} + 256\beta h_{l_{min}} - 243h_{l_{max}}}{9h_{l_{min}}}$
- $d = 0$
- $e = \frac{hl_{max}}{hl_{min}}$
- β paramètre utilisateur contrôlant la taille de la cellule pour $\tau = \frac{1}{4}$.

Intuitivement, cette formulation a pour effet de faire décroître $s(P)$ au fur et à mesure que P se rapproche de la cellule de profondeur maximale. Quand P est au centre de la cellule C , $s(P)$ est égale à $h_{l_{min}}$ tandis que lorsque P se trouve à la frontière de la cellule C la plus profonde, $s(P)$ est égale à $h_{l_{max}}$. L'utilisation du min pour calculer τ contraint le volume d'interrogation à être de la taille de la cellule C lorsque P est trop « loin » de la cellule voisine de profondeur l_{max} .

L'utilisation du volume adaptatif permet d'obtenir une continuité de type C^1 pour la valeur de radiance reconstruite.

4.4.2 Détermination des voisins d'une cellule

Soient C_a et C_b deux cellules de l'*octree*. Pour tester si C_b est voisine de C_a on utilise le prédicat [BRS05] suivant :

$$\max(\zeta_X(u_a - u_b), \zeta_Y(u_a - u_b), \zeta_Z(u_a - u_b)) - h_{min} < \frac{h_a + h_b}{2}$$

avec :

- h_{min} plus petite taille de cellule feuille contenue dans l'*octree*
- u_a centre de la cellule C_a
- u_b centre de la cellule C_b
- h_a taille de la cellule C_a
- h_b taille de la cellule C_b
- $\zeta_{X,Y,Z}(u)$ la norme euclidienne de la projection de u sur l'axe OX , OY ou OZ .

Comme expliqué dans [BRS05], l'utilisation de ce prédicat permet de récupérer en une seule descente de l'*octree* tous les voisins d'une cellule donnée en $O(\log m)$ où m représente le nombre de cellules de l'arbre.

4.4.3 Calcul de la radiance incidente

Nous effectuons une interpolation linéaire entre les différentes valeurs de radiance incidente contenues dans l'ensemble I des cellules voisines.

Formellement on calcule $\mathcal{M}(P)$, radiance incidente pour le point P , à l'aide de l'interpolation suivante :

$$\mathcal{M}(P) = \frac{\sum_{k \in I} \gamma_k \mathcal{M}_k(P)}{\sum_{k \in I} \gamma_k}$$

avec I l'ensemble des cellules de l'*octree* intersecté par le volume d'interrogation V . Les poids γ_k sont donnés par le volume d'intersection entre V et chacune des cellules de l'ensemble I .

Signalons que nous excluons de I toutes les cellules atmosphériques car ces dernières ne contiennent aucune valeur valide de radiance incidente.

4.4.4 Stratégies et coût d'utilisation des *octrees*

En fonction de la qualité ou du temps de rendu souhaités, l'utilisateur peut choisir d'utiliser ou non les *octrees* construits ou de ne pas en construire certains. Par exemple, pour la reconstruction de l'éclairage direct l'utilisation de l'*octree* direct peut être évitée et remplacée par un échantillonnage de sources lumineuses comme cela est fait dans le lancer de rayons ou le *Photon Map*. Échantillonner des sources lumineuses donnera de meilleurs résultats mais sera d'autant plus coûteux en présence d'une scène avec de nombreuses sources lumineuses.

Notons que lorsque l'on utilise la radiance compressée on ne calcule qu'un seul produit scalaire entre la normale de la surface et le vecteur \mathcal{D} alors qu'avec la version non compressée il faut en calculer trois (un pour \mathcal{M}_r , un pour \mathcal{M}_g , un pour \mathcal{M}_b).

La complexité associée à l'utilisation des *octrees* pour le rendu est en $O(\log m)$ où m est le nombre de cellules de l'arbre. En effet, pour chaque point dont nous cherchons la radiance incidente nous devons trouver la cellule feuille à laquelle il appartient, opération en $O(\log m)$, déterminer le volume d'interrogation, opération en $O(1)$ dans le cas du volume de taille fixe et en $O(\log m)$ dans le cas du volume adaptatif, puis calculer les intersections correspondantes, opération en $O(\log m)$, pour interpoler la radiance incidente.

Chapitre 5

Résultats comparés

Dans ce chapitre, nous présentons les différents résultats obtenus grâce à notre nouveau mode de représentation de la radiance incidente. Dans la première section, nous comparons la carte d'irradiance reconstruite avec deux variantes de la technique de cache de Ward tandis que dans la section suivante nous comparons les rendus finaux obtenus avec la technique du *Photon Mapping* utilisant le cache pour l'éclairage indirect diffus. Une comparaison pour les caustiques et l'éclairage direct est également présentée en fin de chapitre.

Dans tout ce chapitre notre technique utilise la radiance stockée sous sa forme compressée et la technique de reconstruction est celle des 3 plans virtuels. La taille des images est de 400 par 400 pixels sauf mention contraire et le nombre de rayons d'ombre utilisé est de 4. Tous les temps ont été mesurés sur processeur Pentium M cadencé à 1600MHz.

La table 5.1 synthétise l'ensemble des notations utilisées pour décrire les différentes caractéristiques d'un *octree*.

| Notation | Signification |
|-------------|---|
| h_{MAX} | Profondeur maximale de l' <i>octree</i> |
| F_m | Place occupée par l' <i>octree</i> en mémoire (machine 32 bits) |
| m_v | Nombre de cellule-feuilles avec une valeur de radiance valide |
| \bar{n}_p | Nombre moyen de photons (impacts) par cellule |
| \bar{s} | Taille moyenne d'une cellule (unité scène) |
| t_c | Temps de construction de la structure |
| t_v | Temps de visualisation de la structure |
| n_p | Nombre total de photons (impacts) triés |
| t_p | Temps pour générer n_p |

TAB. 5.1 – Table des notations utilisées pour décrire les caractéristiques d'un *octree*.

5.1 Comparaison pour l'éclairage indirect

Cette section présente une comparaison de l'irradiance reconstruite pour l'éclairage indirect diffus avec notre technique et l'*Irradiance Caching* de Ward modifiée

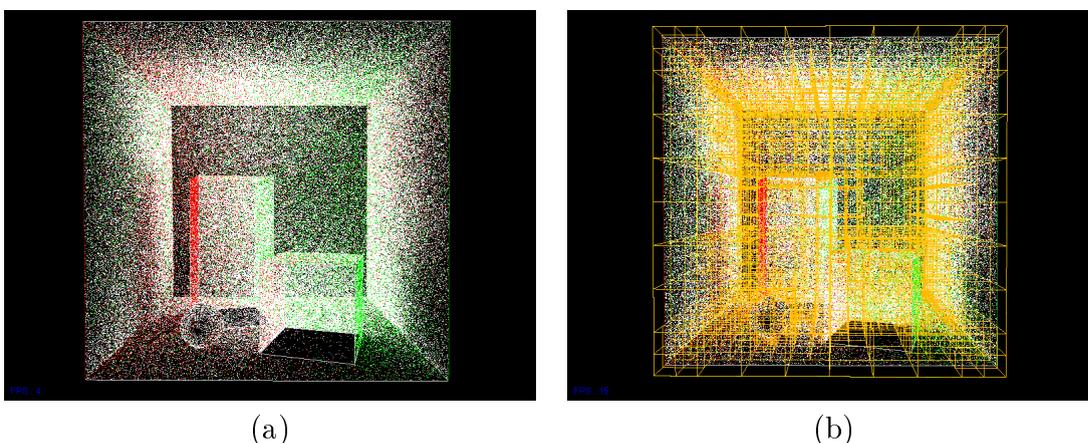


FIG. 5.1 – (a) *Distribution des photons globaux dans la scène.* (b) *Octree obtenu.*

pour utiliser le *Photon Map* tel que recommandé par Jensen [Jen01]. La scène utilisée est la célèbre boîte de Cornell¹ dont les caractéristiques géométriques et matérielles sont parfaitement connues.

Les caractéristiques de notre *octree* sont résumées dans la table 5.2 et la distribution des photons dans la scène est illustrée dans la figure 5.1.

| h_{MAX} | F_m | \bar{m}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|--------|-------------|-------------|-----------|--------|---------|---------|
| 6 | 269 ko | 1834 | 205 | 30.69 | 1.18 s | 377 405 | 24.86 s |

TAB. 5.2 – *Caractéristiques de l'octree construit pour l'éclairage indirect.*

Les images de la figure 5.2 présentent deux cartes obtenues grâce à notre technique en utilisant un volume adaptatif version 2.

Ces deux images montrent que notre technique reconstruit bien l'éclairage indirect. Ceci peut notamment se voir sur le bord droit du cube à l'avant plan et le bord gauche de la boîte rectangulaire à l'arrière plan. Le trait noir sur la boîte à l'arrière plan provient de la subdivision obtenue et de l'aire ΔA trop grande par rapport à l'aire de la géométrie supportant les photons contenus dans la cellule. Une façon de résoudre ce problème serait de re-subdiviser la cellule. Pour détecter ce cas il faudrait calculer le pourcentage de volume occupé par la géométrie par rapport au volume de la cellule.

Notre technique de reconstruction est parfaitement assimilable à un cache de radiance incidente. Cependant, pour la comparer de manière cohérente à celle de Ward il est nécessaire d'effectuer des adaptations. En effet, le schéma original de Ward (cf. 3.3.4) utilise uniquement un tracer de rayons stochastiques pour calculer l'irradiance et les poids affectés aux échantillons. Contrairement à notre technique, aucune phase préliminaire n'est utilisée pour lancer des particules. Nous adaptons donc le schéma de Ward de deux manières. La première est un cache dont la position des échantillons dépend de la position du dispositif d'observation tandis que la

¹cf. notamment <http://www.graphics.cornell.edu/online/box/>

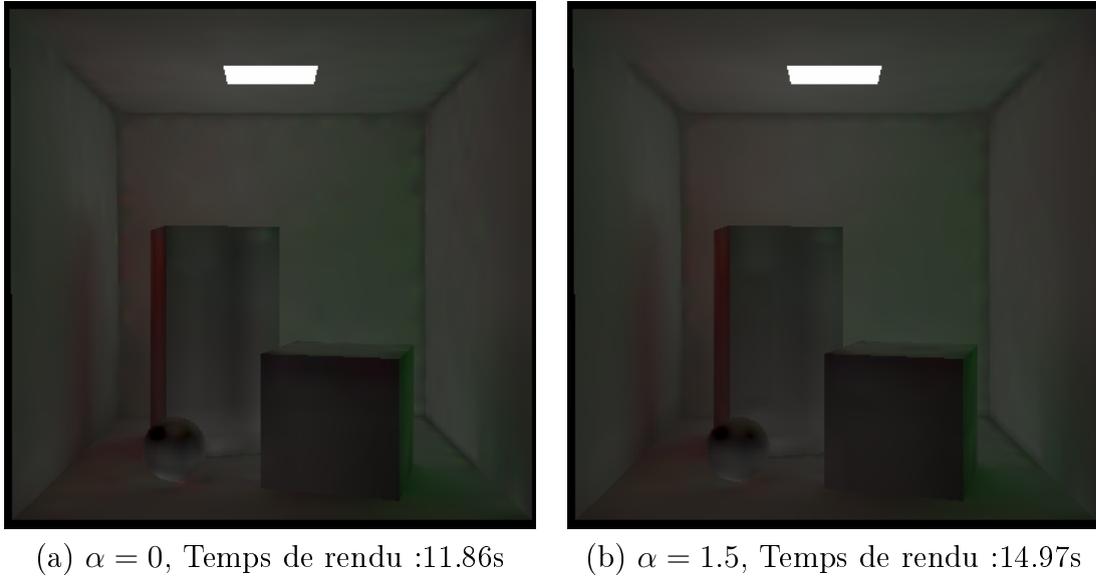


FIG. 5.2 – *Reconstruction obtenue à l'aide de notre technique avec volume adaptatif version 2.*

| Notation | Signification |
|-----------|---|
| a | tolérance |
| m_e | nombre d'échantillons pré-calculés |
| m_a | nombre d'échantillons supplémentaires (Ward-Christensen uniquement) |
| q_{min} | distance minimale entre deux échantillons du cache |
| n_R | nombre de rayons utilisés pour approximer R_i |
| r_{max} | rayon maximum de recherche dans la carte de photons pour évaluer l'irradiance |
| n_{max} | nombre maximum de photons à utiliser pour évaluer l'irradiance dans la carte de photons |
| f | Proportion d'irradiance pré-calculée (Ward-Christensen uniquement) |

TAB. 5.3 – *Les différents paramètres pour construire les cache de Ward et Ward-Christensen.*

deuxième est une adaptation de la méthode de Christensen [Chr00] pour la coupler à celle de Ward.

Pour ajouter un échantillon au cache, nous devons calculer son poids et donc R_i (cf. 3.3.4). Pour ce faire nous échantillonnons l'hémisphère avec un nombre de rayons fixé par l'utilisateur. Le calcul de E_{P_i} s'effectue à l'aide de la carte globale utilisée dans le *Photon Map*.

La table 5.3 présente les différentes notations utilisées pour décrire les caractéristiques et paramètres utilisateur des caches de Ward et Ward-Christensen.

Un échantillon dans le cache de Ward ou dans celui de Ward-Christensen occupe 16 octets. A cela s'ajoute la taille occupée par l'ensemble des impacts de photons stockés. Ceci est nécessaire dans le cas du cache de Ward puisqu'il s'agit d'un cache

dépendant du point de vue et dans le cas de Ward-Christensen puisqu'il faut pouvoir ajouter des échantillons lors de la passe de rendu en cas de défaut de cache. Notons que si l'on décide d'augmenter le nombre de photons émis on peut, en maintenant les mêmes paramètres de construction, obtenir un nouvel *octree* de taille similaire alors que la carte globale de photons augmentera proportionnellement au nombre de photons ajoutés.

5.1.1 Cache dépendant du point de vue

Dans ce cas, le cache construit à l'aide de la technique de Ward, utilise les intersections des rayons primaires lancés depuis l'observateur, avec la scène pour déterminer les échantillons qui y seront ajoutés. Pour calculer l'irradiance d'un échantillon nous utilisons la carte globale de photons.

Dans une première passe le cache construit est dépendant du point de vue et des paramètres utilisateur. Dans une seconde passe, la passe finale de rendu, le cache est utilisé pour approximer l'éclairage indirect diffus. Afin d'utiliser la carte de photons, les photons doivent être stockés et organisés dans un *kd-tree* balancé à gauche ce qui induit un coût de calcul supplémentaire même s'il reste faible (1.18 secondes pour les 377 405 photons).

Pour comparer notre technique avec celle de Ward nous avons fixé le nombre maximum de photons au nombre moyen de photons obtenus dans notre *octree* et le rayon maximum de recherche à la taille moyenne des cellules. Dans un premier temps, configuration *A*, nous avons fixé la tolérance a du cache de manière à ce que le nombre d'échantillons soit pratiquement égal à celui du nombre de cellules et dans un deuxième temps, configuration *B*, nous l'avons divisé par environ 9.

La figure 5.3 compare les cartes d'irradiance obtenues avec la technique de Ward pour une configuration *A* donnée table 5.4 et pour une configuration *B* donnée en table 5.5.

| a | m_e | F_m | q_{min} | n_R | r_{max} | n_{max} | t_c | t_v |
|------|-------|-------------|-----------|-------|-----------|-----------|--------|--------|
| 0.25 | 1824 | 9Mo + 28 ko | 1.0 | 40 | 31 | 205 | 14.42s | 19.83s |

TAB. 5.4 – *Caractéristiques du cache de Ward pour la configuration A.*

| a | m_e | F_m | q_{min} | n_R | r_{max} | n_{max} | t_c | t_v |
|-----|-------|------------|-----------|-------|-----------|-----------|--------|--------|
| 3 | 223 | 9Mo + 3 ko | 1.0 | 40 | 31 | 205 | 10.85s | 18.13s |

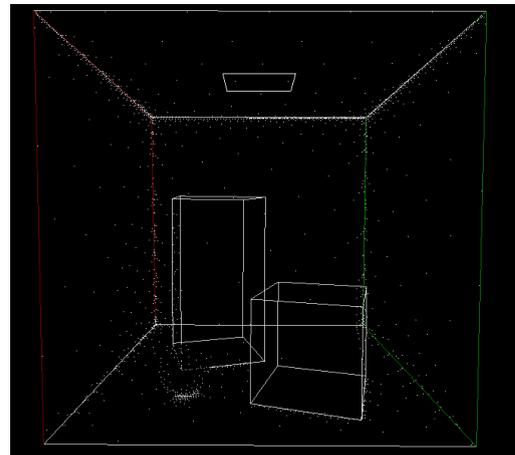
TAB. 5.5 – *Caractéristiques du cache de Ward pour la configuration B.*

Notons qu'environ 90% du temps utilisé pour la visualisation est passé dans le parcours du cache que ce soit pour la configuration *A* ou la configuration *B* et que le gain de construction du cache de la configuration *B* se fait au détriment de la qualité de la reconstruction obtenue.

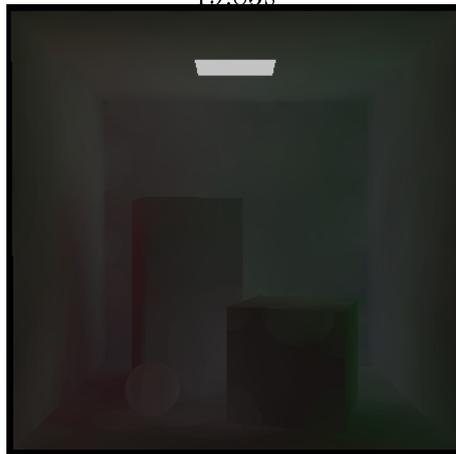
La figure 5.4 montre côte à côte une reconstruction obtenue avec la technique de Ward et notre technique. Les temps de construction sont nettement en faveur de



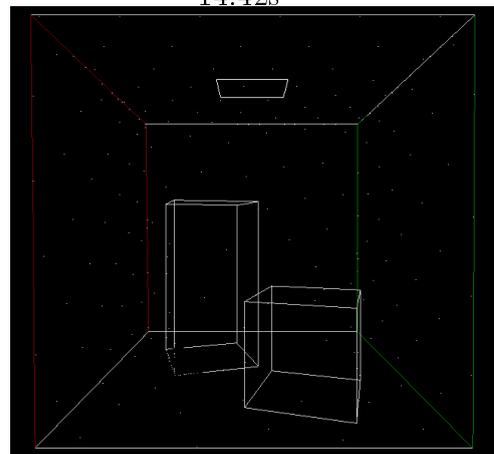
(a) Temps de visualisation :
19.83s



(b) Temps de construction :
14.42s



(c) Temps de visualisation :
18.13s



(d) Temps de construction :
10.85s

FIG. 5.3 – Carte d'irradiance obtenue avec la technique de Ward (colonne de gauche) et position des échantillons (colonne de droite). (a) et (b) : 1824 échantillons. (c) et (d) : 223 échantillons.

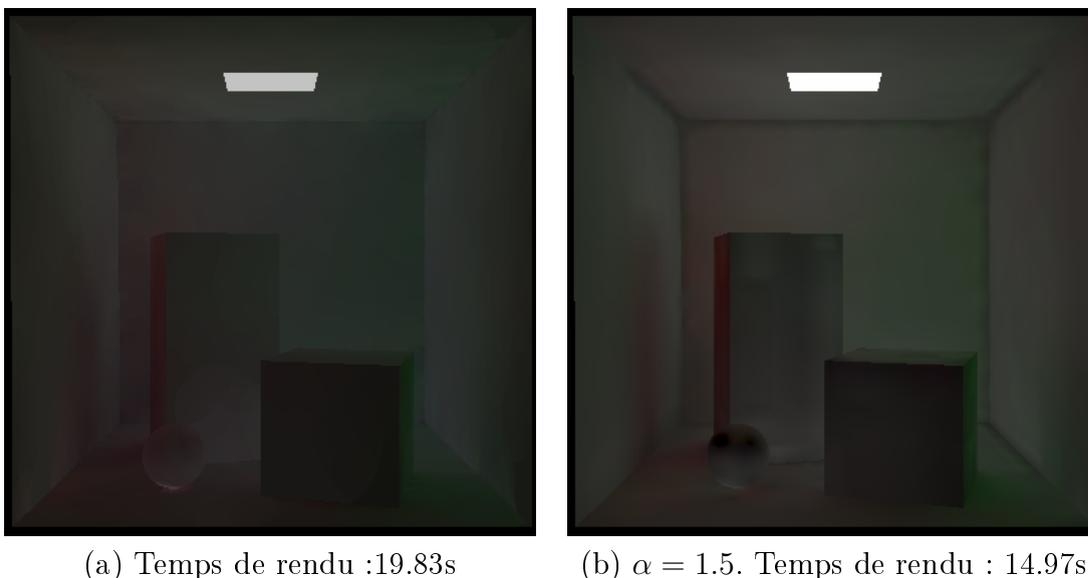


FIG. 5.4 – Comparaison des cartes d’irradiance obtenues pour l’éclairage indirect diffus avec la technique de Ward, en (a) et notre technique, en (b), pour le même nombre d’échantillons.

notre technique avec un gain de vitesse de l’ordre de 11 et ceux de visualisation aussi avec un gain de vitesse de 1.32. La qualité de notre solution apparaît meilleure et ce notamment sur les faces avant des boîtes sur lesquelles des disques apparaissent dans la solution de Ward.

5.1.2 Cache indépendant du point de vue

Dans cette sous-section nous comparons notre *octree* à un cache, que nous nommerons Ward-Christensen, obtenu de manière indépendante du point de vue. Pour ce faire, nous positionnons les échantillons du cache à la position des impacts de photons. L’utilisateur choisit le nombre d’échantillons qui seront calculés à l’aide du paramètre f . Notons que l’insertion dans le cache lors de la passe de rendu ou de visualisation est une opération comptabilisée dans le temps de construction.

Les table 5.6 et 5.7 présentent deux configurations testées (cf. figure 5.5) avec deux valeurs différentes de a . Les paramètres q_{min} , r_{max} et n_R sont identiques à ceux utilisés pour le technique de Ward. Dans la technique de Ward-Christensen, a influence non plus le nombre d’échantillons pré-calculés m_e mais le nombre d’échantillons ajoutés à la volée m_a pendant la passe de rendu ou de visualisation.

| a | f | m_e | m_a | F_m | t_c | t_v |
|------|--------|-------|-------|-------------|--------------|--------|
| 0.25 | 0.0045 | 1701 | 902 | 9Mo + 66 ko | 4.38 + 2.01s | 73.28s |

TAB. 5.6 – Caractéristiques du cache de Ward-Christensen pour la configuration A.

Le gain de temps observé, comparé à la technique de Ward s’explique par le fait qu’aucun rayon ne doit être lancé depuis le dispositif d’observation pour trouver la

| a | f | m_e | m_a | F_m | t_c | t_v |
|-----|--------|-------|-------|-------------|--------------|---------|
| 3.0 | 0.0045 | 1701 | 18 | 9Mo + 27 ko | 4.43 + 0.04s | 116.40s |

TAB. 5.7 – *Caractéristiques du cache de Ward-Christensen pour la configuration B.*

position des échantillons. Naturellement la qualité de la reconstruction obtenue dans le premier cas est nettement supérieure à la seconde. On peut néanmoins la juger de moins bonne qualité que celle obtenue à l'aide de notre technique.

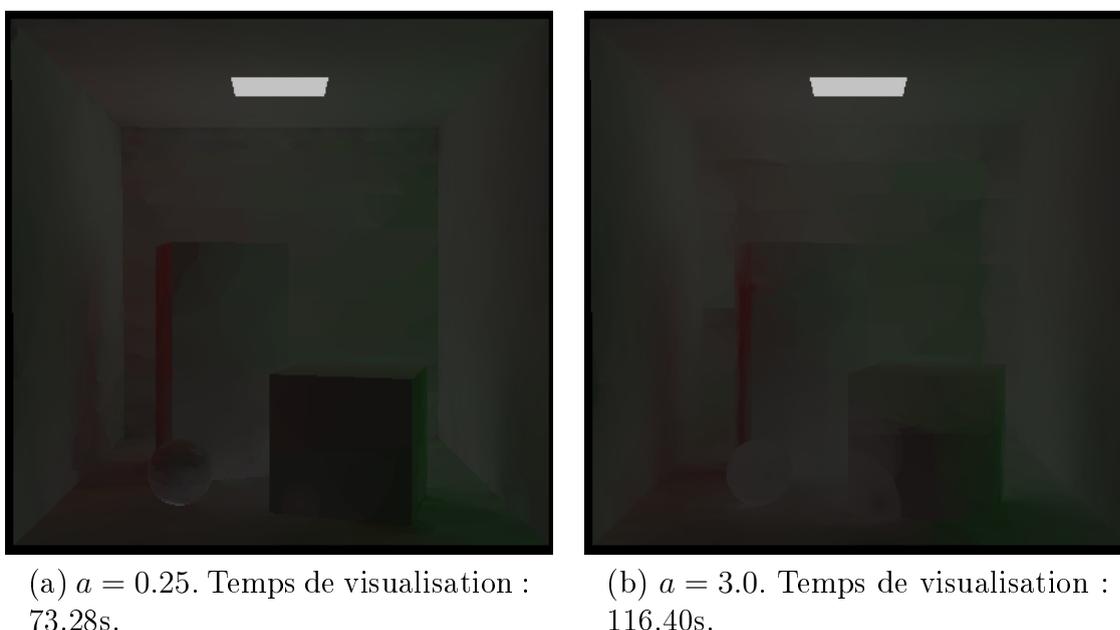


FIG. 5.5 – *Carte d'irradiance obtenue à l'aide de la technique de Ward-Christensen. (a) Configuration A. (b) Configuration B.*

Curieusement, on constate qu'il est plus rapide de visualiser un cache avec un grand nombre d'échantillons manquant qu'un avec peu d'échantillons manquant. Pour illustrer ce propos, nous avons réduit le nombre d'échantillons pré-calculés en créant une nouvelle configuration *C* dont les caractéristiques sont données à la table 5.8 tandis que la figure 5.6 présente les résultats obtenus avec une telle configuration. Enfin, la table 5.7 résume les résultats obtenus pour les trois différentes techniques.

| a | f | m_e | m_a | F_m | t_c | t_v |
|------|--------|-------|-------|-------------|--------------|--------|
| 0.25 | 0.0045 | 378 | 1300 | 9Mo + 26 ko | 1.02 + 2.87s | 22.84s |

TAB. 5.8 – *Caractéristiques du cache de Ward-Christensen pour la configuration C.*

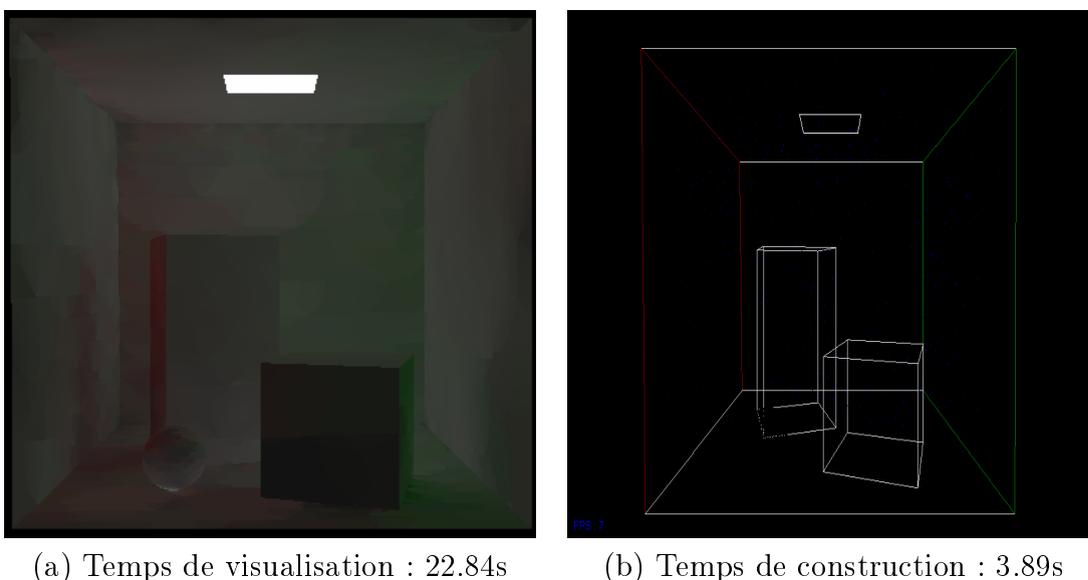


FIG. 5.6 – (a) : carte d’irradiance obtenue avec la technique de Ward-Christensen. (b) : positions des 378 échantillons utilisés.

| Technique | t_c | t_v | F_m |
|------------------------------------|--------|--------|--------|
| La nôtre ($\alpha = 1.5$) | 1.18s | 14.87s | 269ko |
| Ward (configuration A) | 14.42s | 19.83s | 9244ko |
| Ward-Christensen (configuration C) | 3.89s | 22.84s | 9242ko |

FIG. 5.7 – Résumé des différents temps de construction et de visualisation obtenus ainsi que l’empreinte mémoire pour les trois techniques.

5.2 Comparaisons de solutions complètes

Dans cette section, nous comparons la qualité des images obtenues lors de la passe finale de rendu.

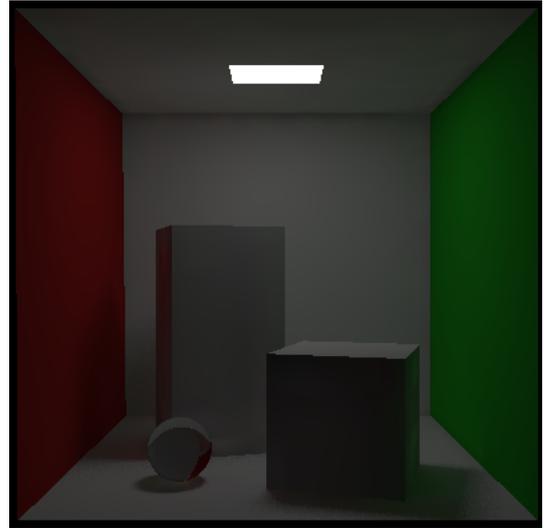
5.2.1 Image finale avec éclairage indirect diffus

Dans cette sous-section, nous comparons les rendus finaux, avec un éclairage indirect diffus, obtenus avec les différentes cartes d’irradiance précédemment construites. Notons que la passe de lancer de rayons pour calculer l’éclairage direct est la même pour toutes les techniques utilisées.

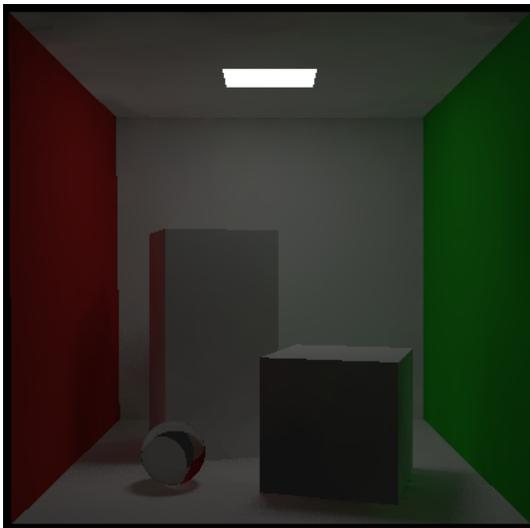
La figure 5.8 présente les solutions obtenues avec les différentes techniques de mise en cache. On remarque que certains défauts présents dans les cartes d’irradiance sont gommés ou fortement adoucis par l’éclairage direct (murs latéraux par exemple) tandis que d’autres restent présents (face avant du cube le plus proche par exemple). Comparées à l’image 5.9, obtenue avec la technique classique du *Photon Map*, les images de la figure 5.8 sont plus lisses et moins bruitées (comme par exemple sur le plafond et le mur du fond) grâce au mécanisme de cache utilisé. La diminution du temps de rendu de l’image D de la figure 5.8 est rendue possible grâce une



(a) Ward avec la configuration A. Temps de rendu : 26.08s.



(b) Notre technique avec la configuration A et $\alpha = 1.5$. Volume adaptatif version 2. Temps de rendu : 21.61s.



(c) Ward-Christensen avec la configuration. Temps de rendu : 34s.



(d) Notre technique Configuration B. Volume fixe. Temps de rendu : 17.49s.

FIG. 5.8 – *Solution complète avec éclairage indirect diffus en fonction des trois techniques de cache utilisées.*



FIG. 5.9 – Solution complète avec éclairage indirect diffus obtenu avec la technique classique du Photon Map sans mécanisme de cache. Temps de rendu : 90.15 secondes.

| h_{MAX} | F_m | \bar{n}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|--------|-------------|-------------|-----------|--------|---------|---------|
| 4 | 236 ko | 1417 | 266 | 36.94 | 1.06 s | 377 405 | 24.86 s |

TAB. 5.9 – Configuration B du second octree construit pour l'éclairage indirect.

configuration (cf. table 5.9) de construction de l'octree moins profonde et l'utilisation d'un volume d'interrogation de taille fixe. La qualité de l'image D reste néanmoins comparable à celle de l'image C.

5.2.2 Comparaison pour l'éclairage direct

Dans cette sous-section nous construisons notre *octree* sur les photons de type direct afin de reconstruire la partie directe de la fonction d'éclairage. Dans un premier temps, l'*octree* construit est un *octree* de faible profondeur dont les caractéristiques sont données à la table 5.10. Cet *octree* est donc comparable à celui construit pour la reconstruction de l'éclairage indirect diffus.

| h_{MAX} | F_m | \bar{n}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|--------|-------------|-------------|-----------|-------|---------|---------|
| 4 | 187 ko | 1151 | 706 | 39.17 | 2.49s | 813 297 | 14.73 s |

TAB. 5.10 – Configuration A l'octree construit pour l'éclairage direct.

Les images de la figure 5.10 montrent les résultats obtenus avec notre technique avec différents coefficients de lissage et en utilisant un volume d'interrogation fixe. Les discontinuités apparaissent nettement au niveau des ombres sans lissage et augmenter le lissage tend à gommer les ombres. Ceci est dû au fait que les ombres sont

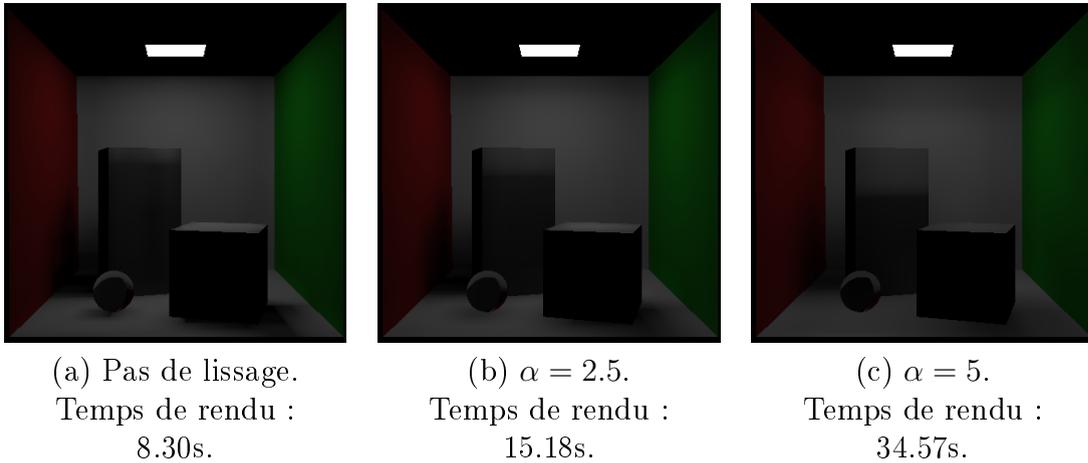


FIG. 5.10 – *Reconstruction avec notre technique avec la configuration A.*

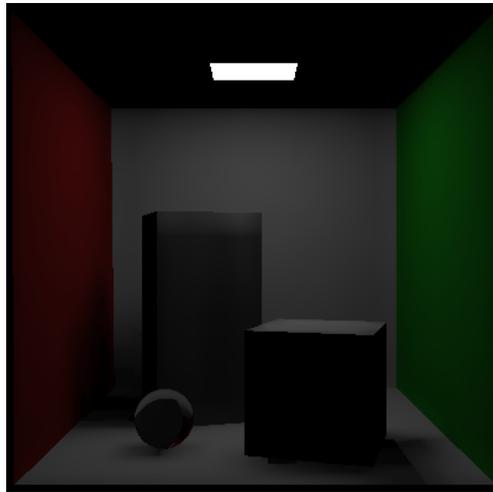
des discontinuités dans la fonction d'éclairage et donc des hautes fréquences qu'il faut préserver et non lisser. Notons que la forme de l'ombre du fond générée par la grande boîte est assez proche de l'ombre réelle tandis que celle générée par le cube à l'avant plan est nettement plus approximative. Ceci est dû au fait que les cellules de l'*octree* sont mieux alignées avec l'ombre du fond que celles au premier plan. Notons aussi, que les intensités calculées sont trop approximatives. Dans les deux cas ceci est principalement dû à l'utilisation d'un volume d'interrogation de taille fixe et minimale. En somme, les grandes cellules de l'*octree* présentent des variations faibles d'intensité tandis que les plus petites des variations élevées. Pourtant les discontinuités ne doivent pas apparaître de manière abrupte puisqu'une zone dite de pénombre existe - zone dans laquelle l'ombre est atténuée.

Tenant compte de cette observation nous utilisons un volume adaptatif afin d'interroger au mieux notre *octree*. Les résultats d'utilisation des deux versions de nos volumes adaptatifs contraints sont montrés à la figure 5.11.

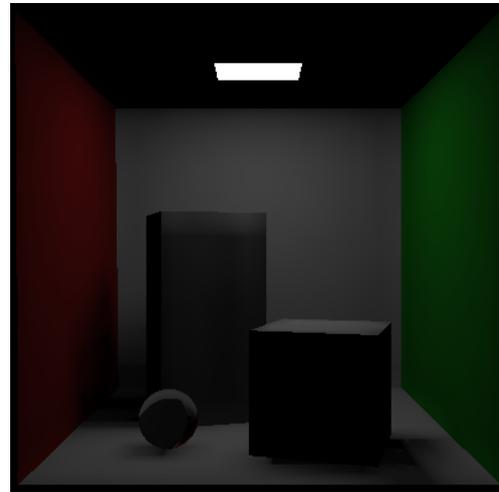
Malgré l'utilisation de nos volumes adaptatifs, il reste difficile de reconstruire les ombres et les pénombres. Ce problème vient principalement du fait que nous reconstruisons la radiance incidente au centre de la cellule sans tenir compte de la répartition des photons dans cette cellule. Il se produit alors qu'une cellule peut contenir le nombre de photons souhaités par les critères de subdivisions mais les photons sont répartis uniquement dans une portion de celle-ci. Ils décrivent une partie de la forme de l'ombre. La discontinuité qui apparaît au sein d'une même cellule est gommée par notre unique reconstruction au centre. Pour pallier ce problème, on montre qu'en forçant la subdivision de notre *octree* de manière brutale de façon à ce qu'il suive au plus près la répartition des photons, on peut obtenir de meilleurs résultats pour reconstruire les ombres.

L'image (a) de la figure 5.12 montre l'*octree* (sur les mêmes photons) généré dont les caractéristiques sont données en table 5.11 tandis que l'image (b) de la même figure montre une reconstruction avec un volume d'interrogation de taille fixe sans lissage.

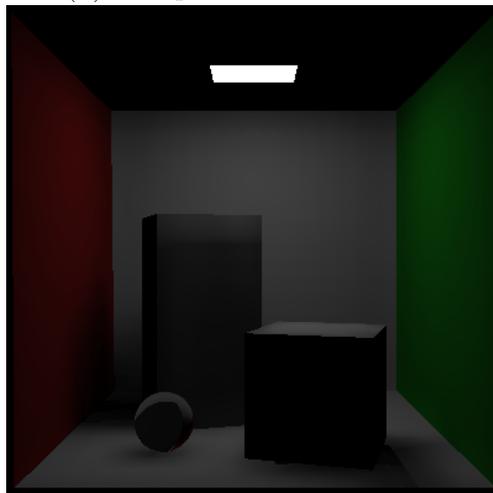
L'image (a) de la figure 5.13 montre une reconstruction avec un volume de taille



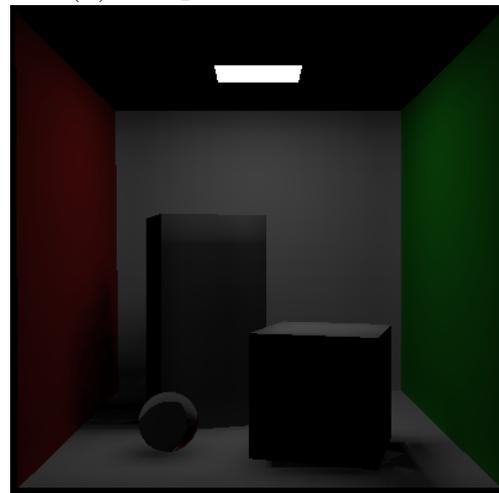
(a) Temps de rendu : 13.3s.



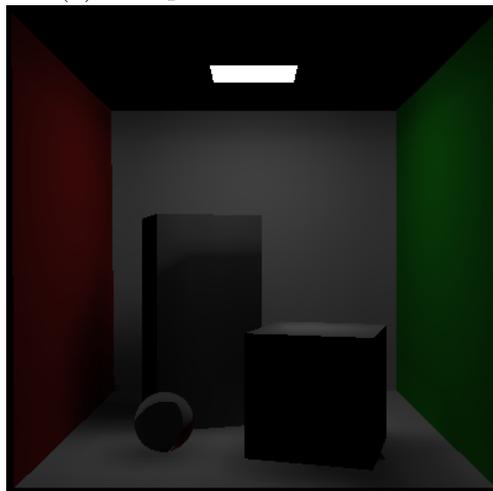
(b) Temps de rendu : 12.5s.



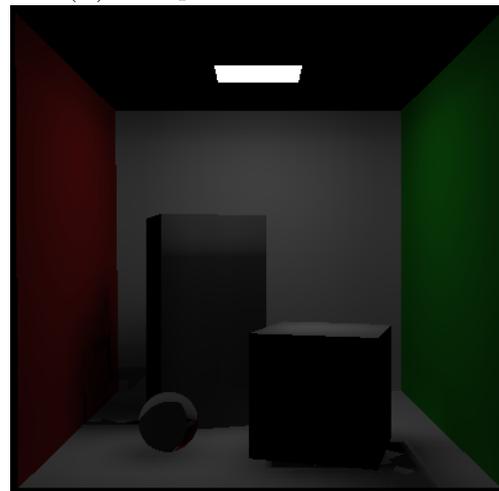
(c) Temps de rendu : 17.48s.



(d) Temps de rendu : 16.41s.



(e) Temps de rendu : 28.66s.



(f) Temps de rendu : 27.13s.

FIG. 5.11 – *Reconstruction avec volume adaptatif version 1, colonne de gauche et version 2 colonne de droite. Première ligne $\alpha = 1$, deuxième ligne $\alpha = 1.5$ et troisième ligne $\alpha = 2.5$.*

| h_{MAX} | F_m | \bar{m}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|---------|-------------|-------------|-----------|-------|---------|---------|
| 6 | 3525 ko | 17067 | 47 | 9.67 | 4.89s | 813 297 | 14.73 s |

TAB. 5.11 – *Configuration B de l’octree construit pour l’éclairage direct.*

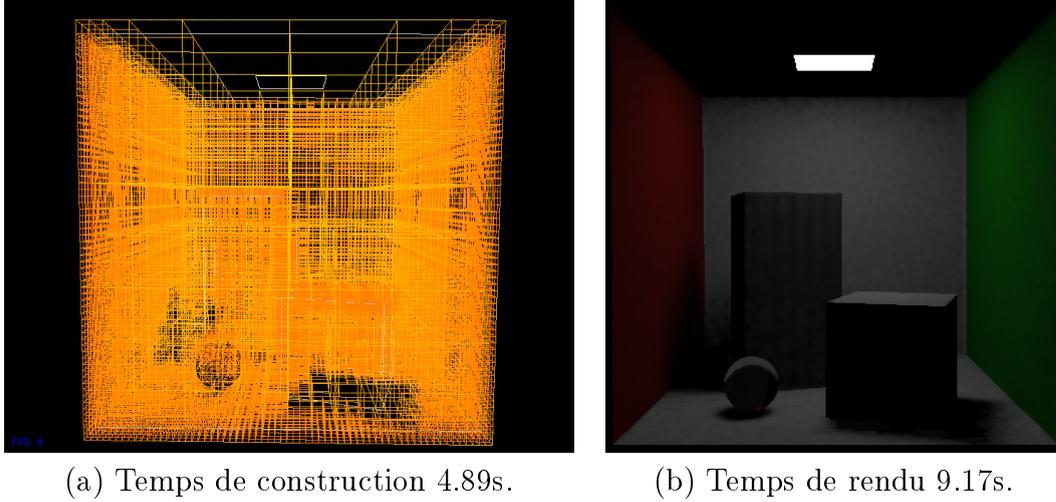


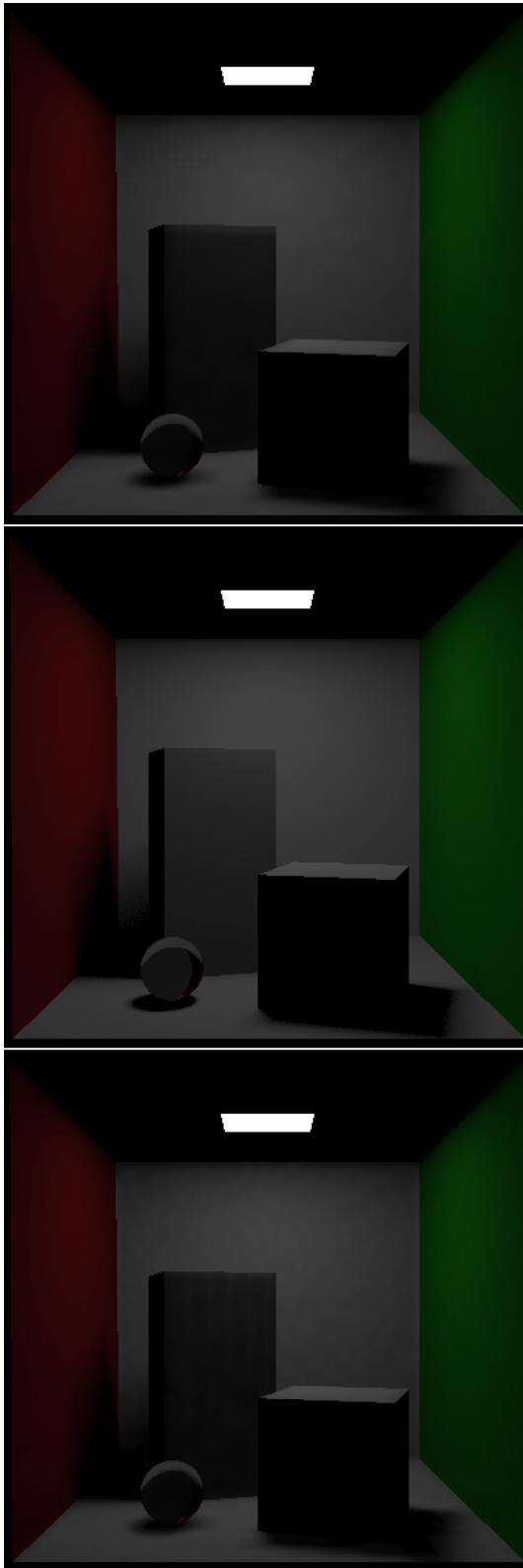
FIG. 5.12 – (a) : *Octree obtenu avec la configuration B.* (b) : *Reconstruction avec un volume d’interrogation de taille fixe sans lissage.*

fixe et un coefficient de lissage de 3.0 tandis que l’image (c) montre une reconstruction avec un volume adaptatif contraint (version 1). Le paramètre de lissage revêt toute son importance puisque que les cellules de l’octree contiennent peu de photons. Cette subdivision forcée introduit un bruit conséquent que le paramètre de lissage permet de diminuer.

Les temps de rendu sont supérieurs dans le cas de l’utilisation d’un volume adaptatif puisque des calculs supplémentaires ont bien évidemment lieu pour calculer la taille du volume d’interrogation.

Notons que l’octree en configuration *B* reste de taille inférieure à la place mémoire occupée par les photons (15Mo) soit un facteur de compression égal à 4. Bien que les résultats soient améliorés, si on les compare avec ceux obtenus par tracé de rayons d’ombre (cf. image (b) de la figure 5.13) pour le même temps de rendu, on ne peut que constater que la qualité reste meilleure pour le tracé de rayons. Comme expliqué au chapitre précédent, la profondeur de l’octree joue en notre défaveur en ce qui concerne le temps de rendu tout comme le paramètre de lissage qui augmente les temps de calcul.

Ceci nous conduit à penser qu’il faut introduire une nouvelle technique de reconstruction pour l’éclairage direct qui prenne plus en compte la répartition des photons dans une même cellule (cf. chapitre 7).



(a) Notre technique volume fixe
 $\alpha = 3.0$. Temps de rendu : 18.01s

(b) Tracé de rayons. Temps de rendu :
22.08s.

(c) Notre technique avec un volume
adaptatif version 1. $\alpha = 2.0$. Temps
de rendu : 22.42s.

FIG. 5.13 – *Comparaison des reconstructions pour l'éclairage direct pour notre technique avec la configuration B et le tracé de rayons.*

5.2.3 Comparaison pour les caustiques

Dans cette sous-section nous appliquons notre technique aux photons de type caustique et nous comparons les images finales avec celles obtenues avec la technique classique du *Photon Map*. La taille originale des images est de 800 par 800 pixels. Notre technique utilise un volume d’interrogation de taille fixe.

Les caustiques introduisent, comme les ombres, des discontinuités dans l’éclairage. Les mêmes problèmes et effets apparaissent dans notre technique de reconstruction. Une caustique concentrante est créée par la sphère réfractive dans la scène de la boîte de Cornell utilisée jusqu’à présent.

Comme pour l’éclairage direct nous construisons un *octree* « peu » profond (configuration *A*) dont les caractéristiques sont données en table 5.12 et un nettement « plus » profond (configuration *B*) dont les caractéristiques sont données en table 5.13.

| h_{MAX} | F_m | \bar{m}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|-------|-------------|-------------|-----------|-------|--------|----------|
| 6 | 19ko | 156 | 239 | 39.51 | 0.15s | 37 200 | 110.82 s |

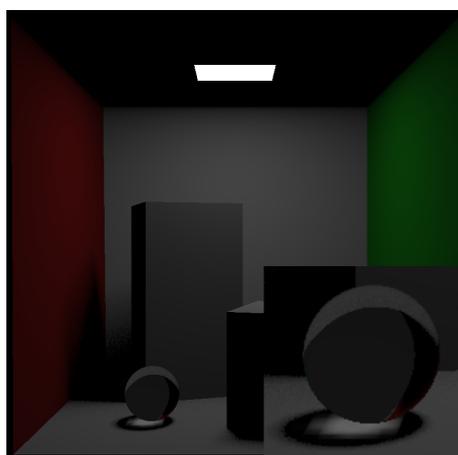
TAB. 5.12 – Configuration *A* de l’octree construit pour les caustiques.

| h_{MAX} | F_m | \bar{m}_v | \bar{n}_p | \bar{s} | t_c | n_p | t_p |
|-----------|-------|-------------|-------------|-----------|-------|--------|----------|
| 9 | 378ko | 2733 | 13 | 3.44 | 0.33s | 37 200 | 110.82 s |

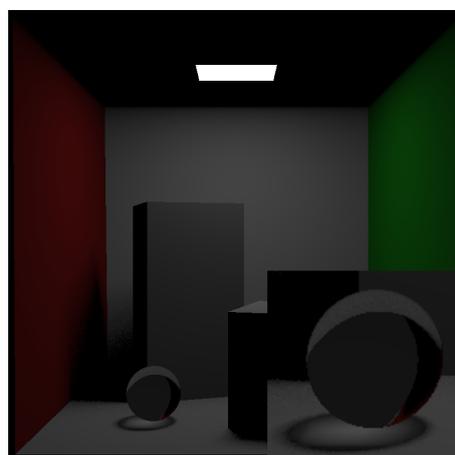
TAB. 5.13 – Configuration *B* de l’octree construit pour les caustiques.

La figure 5.14 compare différentes reconstructions de caustiques. Les caustiques de la première ligne ont été obtenues avec notre technique en configuration *A* tandis que celles de la dernière ligne avec la configuration *B*. La deuxième ligne de la même figure montre une reconstruction à l’aide du *Photon Map* pour deux r_{max} différents. On constate qu’en configuration *A*, notre technique (cf. image (a)) ne réussit pas à reconstruire une caustique aussi concentrante que celle obtenue à l’image (c). Comme pour les ombres le fait de reconstruire au centre de la cellule pose problème et des « patches » apparaissent. Bien qu’en augmentant le lissage (cf. image (b)) ces défauts soient gommés, on n’obtient pas pour autant une intensité lumineuse concentrée sur une zone aussi faible que celle de l’image (c) ou celle de l’image (d) (obtenue en augmentant le r_{max}). Pour reconstruire au mieux le phénomène on utilise la configuration *B* nettement plus profonde. Bien que la taille de la caustique reconstruite soit meilleure (cf. image (e)) des petites discontinuités (visibles sur l’agrandissement) sont toujours présentes et comme précédemment augmenter le coefficient α de lissage permet de les supprimer au prix d’une augmentation de la surface du phénomène de caustique.

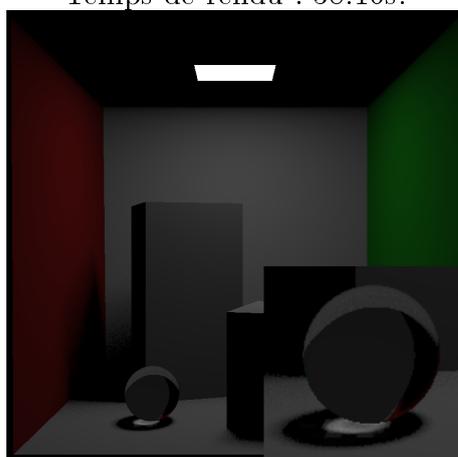
Notons que notre technique se révèle plus lente (de l’ordre de 10%) que celle du *Photon Map* bien que la place mémoire occupée soit moitié moins importante. Notons enfin que le temps de construction de l’*octree*, bien que nettement plus grand que précédemment, reste très faible tout comme le temps de balancement du kd-tree (0.07 seconde).



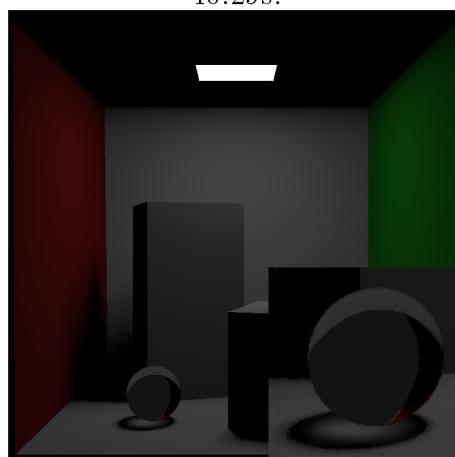
(a) Aucun coefficient de lissage.
Temps de rendu : 38.16s.



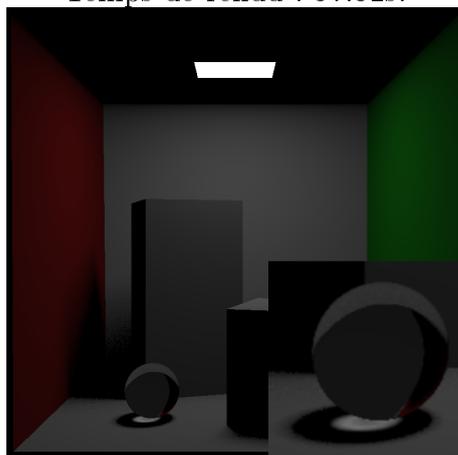
(b) $\alpha = 4$. Temps de rendu :
40.29s.



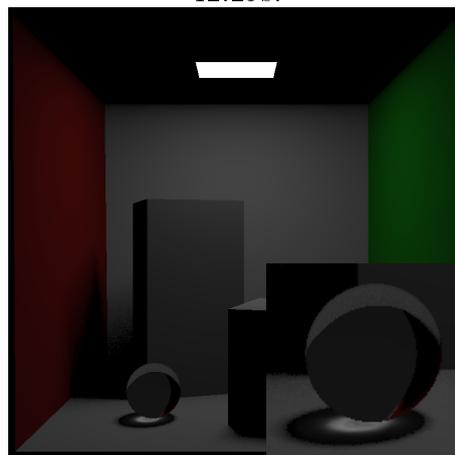
(e) Aucun coefficient de lissage.
Temps de rendu : 37.82s.



(f) $\alpha = 20$. Temps de rendu :
42.29s.



(c) Rayon de recherche : 3.
Temps de rendu : 32.21s.



(d) Rayon de recherche : 20.
Temps de rendu : 36.47s.

FIG. 5.14 – Comparaisons des différentes caustiques obtenues. Volume de taille fixe utilisé. Première ligne : configuration A et deuxième ligne configuration B. Troisième ligne : Photon Map. Première colonne : caustique très concentrée. Deuxième colonne caustique plus étendue.

Chapitre 6

Conclusion

L'approche qualitative en éclairage global reste peu utilisée alors que son besoin est réel. Le talent des artistes à manipuler des outils complexes pourrait être transféré et décuplé en leur fournissant des outils plus intuitifs et réactifs. Dans une telle approche, trouver de nouveaux modes de représentation simples, intuitifs et faciles à mettre en oeuvre est une première étape nécessaire. Ces outils permettraient à terme, non seulement de simuler les phénomènes d'éclairage global de manière plausible, mais également d'en créer de nouveaux physiquement irréalistes. Tel un utilisateur qui modélise des monstres ou autres objets sortis de son imagination, ces nouveaux outils donneraient la possibilité aux utilisateurs de créer de manière interactive les effets d'éclairage qu'ils souhaitent.

Dans cette optique, nous avons introduit, dans ce mémoire, une nouvelle forme de représentation et de stockage de la fonction d'éclairage. Notre technique utilise les techniques d'estimation de densité pour reconstruire la radiance incidente et la stocker dans une structure simple - l'*octree* - et indépendante de la position du dispositif d'observation. La construction de notre *octree* est rapide et les critères de construction nous apparaissent simples et intuitifs : une profondeur maximale et un nombre de photons par cellule. Les seules données sauvegardées dans les cellules sont la radiance incidente et un booléen indiquant s'il s'agit d'une cellule atmosphérique.

Une technique de reconstruction, nommée reconstruction à l'aide de trois plans virtuels, au centre de la cellule a été introduite. Cette technique permet d'obtenir une reconstruction valide sur une géométrie non-planaire tout en restant efficace.

Pour stocker la radiance incidente, nous avons proposé deux formes de stockage. Une première sous la forme d'une matrice et une seconde sous la forme de deux vecteurs. Nous avons établi que nous pouvions obtenir la deuxième forme à partir de la première en minimisant le carré de l'erreur du produit des deux vecteurs de la deuxième forme. Aussi, nos deux formes de stockage restent plus simples à utiliser que les ondelettes ou les harmoniques sphériques ou hémisphériques pour un coût mémoire plus faible ou équivalent.

Nous avons montré que notre structure constituait une alternative plus rapide et moins coûteuse en terme d'occupation mémoire pour l'éclairage indirect diffus que les techniques de cache habituelles basées sur les travaux de Ward.

On peut conclure que cette reconstruction constitue une première étape dans une reconstruction complète et multi-résolution sur tout le volume défini par la

scène dans laquelle des valeurs de radiance incidente valides seraient calculées dans les cellules atmosphériques.

L'utilisation de notre structure pour des phénomènes de hautes fréquences tels que les caustiques et les ombres nous a montré que notre technique ne donne pas encore entièrement satisfaction et de nouvelles méthodes de reconstruction doivent être explorées. Dans le cas où le volume de la géométrie de la scène présent dans la cellule est faible devant le volume de cette dernière, des artefacts apparaissent. Pour palier ce problème des critères supplémentaires sur la géométrie de la scène doivent être inclus afin de resubdiviser une telle cellule.

Enfin nous pensons, que cette approche reste valide pour représenter l'éclairage indirect de type *glossy* grâce au stockage de la radiance incidente et cette voie mérite d'être explorée au cours de futurs travaux.

Chapitre 7

Travaux futurs

7.1 Nouvelles approches pour reconstruire la radiance incidente

Dans cette section nous présentons différentes possibilités pour améliorer la qualité de la solution obtenue à l'aide de notre technique. Les premières approches sont destinées à améliorer la passe de rendu tandis que les secondes doivent améliorer la reconstruction de la radiance incidente au sein des cellules.

7.1.1 Autres volumes d'interrogation possibles

Afin d'améliorer la qualité de rendu de la scène il serait intéressant d'utiliser d'autres volumes d'interrogation pour mieux interpoler la radiance incidente à partir des radiances incidentes stockées dans l'arbre.

Interpolation tétraédrique

Pour un point x donné dont on cherche la radiance incidente, il est possible de déterminer le tétraèdre qui contient ce point à partir des cellules intersectées par le volume d'interrogation. Les sommets de ce tétraèdre correspondent au centre des cellules qui le composent. Une fois ce tétraèdre déterminé, la radiance incidente serait interpolée en calculant les coordonnées barycentriques du point x au sein du tétraèdre.

Différentiels de rayon

Les différentiels de rayon (*Ray Differentials*) introduits par Igehy [Ige99] sont les dérivées partielles d'ordre 1 par rapport au plan image d'un rayon lancé à partir du dispositif d'observation. Ces dérivées permettent de connaître comment les rayons des pixels voisins varient en fonction du rayon lancé. Igehy les utilise pour filtrer avantageusement les textures tandis que Christensen les utilise notamment pour définir un volume d'interrogation afin d'exploiter ses « Bricks » dans [CB04]. L'intérêt des différentiels dans le cadre de notre reconstruction serait de les utiliser de définir un volume d'interrogation anisotropique. En effet, si l'on note P le point intersecté par le rayon $r(i, j)$ où i et j sont les coordonnées du pixel, les différentiels de rayons

permettent d'obtenir P_x et P_y points intersectés par les rayons $r(i+1, j)$ et $r(i, j+1)$. Le système formé par P , P_x et P_y permet de définir un volume d'interrogation tels qu'un ellipsoïde ou un parallélépipède rectangle. De plus, on peut aussi calculer les différentiels de rayon si le rayon est réfracté ou réfléchi et le volume d'interrogation peut être mis à jour en conséquence.

7.1.2 Utilisation/Adaptation de méthodes de reconstruction de surfaces à partir de points

Ces dernières années, un certain nombre de techniques de reconstruction de surfaces à partir de points ont vue le jour. Les données en entrées sont les points, primitives géométriques et les normales aux points.

Ces techniques peuvent être divisées en deux catégories :

- celles effectuant une reconstruction implicite et celles effectuant une reconstruction explicite. Les techniques de reconstruction explicites produisent une surface explicite sous la forme d'un maillage polygonal ou d'une surface Spline mais sont peu utilisées
- celles de reconstruction implicites définissent une surface implicite qui passe par tous les points donnés en entrée (ils peuvent être obtenus à l'aide d'un scanner 3D).

En général des contraintes supplémentaires sont introduites pour réussir à déterminer la surface implicite. Deux approches sont en général utilisées. L'une utilise les RBF (Radial Basis Function) (cf. [CBC⁺01, OBS03]) et la partition de l'unité (cf. [OBA⁺03, TRS04]) pour accélérer le processus de reconstruction. L'autre, est basée sur la méthode Moving Least Squares (MLS) (cf. [ABCO⁺03, AA03, SOS04]) et permet de reconstruire une fonction polynomiale définies par morceaux qui approxime les points donnés en entrée.

Le principe proposé serait de reconstruire la radiance incidente au centroïde des photons de la même manière que cela est fait actuellement. Lorsque l'on chercherait la radiance incidente en un point x , on pourrait utiliser les RBF pour effectuer une interpolation des différentes radiances incidentes reconstruites dans les cellules et obtenues à l'aide du volume d'interrogation. On pourrait alors effectuer des interpolations quadratiques et non plus linéaires. L'intérêt principal serait de résoudre les problèmes qui apparaissent lors d'une reconstruction au centre pour les phénomènes tels que les ombres ou les caustiques.

7.2 La diffusion et ses applications

Comme nous l'avons expliqué au chapitre 4, les cellules atmosphériques ne contiennent pas de valeur de radiance valide. Pour remédier à ce problème il serait intéressant d'adapter les techniques de diffusion utilisées notamment pour la diffusion de normales (cf. [ES03]). Une fois des valeurs correctement diffusées dans l'ensemble de l'*octree* nous aurions alors une reconstruction volumique de l'éclairage pour toute la scène et différentes applications possibles.

Streaming de l'éclairage

La représentation multi-résolution que constitue l'*octree* permettrait de faire du streaming de l'éclairage utilisé pour faire du rendu sur plates-formes mobiles comme cela est étudié dans le cadre du projet IPARLA (LaBRI - INRIA Futurs). Par exemple, lorsqu'un utilisateur se déplace dans un monde virtuel qu'il visualise sur son PDA, le serveur lui envoie en streaming une géométrie très faiblement détaillée afin d'assurer un maximum de réactivité. A contrario, lorsque l'utilisateur cesse de se déplacer le serveur lui envoie un raffinement de la géométrie afin d'augmenter les détails visibles. Grâce à notre reconstruction volumique le serveur pourrait envoyer les informations d'éclairage également de manière progressive, en parallèle du streaming de géométrie,

Immersion de la géométrie

Une autre application possible serait de plonger un objet dans notre structure de reconstruction de l'éclairage afin de l'éclairer et de modifier la reconstruction en conséquence. En effet, plonger un objet supplémentaire peut créer des ombres nouvelles mais modifie aussi l'éclairage indirect de manière plus ou moins forte en fonction de sa BRDF. Une application possible, dans le domaine de l'architecture d'intérieur, serait pour le décorateur de visualiser la pièce dans laquelle il se trouve et de plonger différents meubles. Le résultat serait alors perçu de manière interactive.

Contrôle de l'éclairage de manière intuitive par un utilisateur

Actuellement, notre programme permet d'afficher les différents vecteurs représentant la radiance incidente. Il serait intéressant de visualiser l'ensemble de la fonction d'éclairage représentée par les différents vecteurs tels que cela est fait en visualisation scientifique de champs vectoriels (cf. image 7.1). On pourrait alors permettre à un utilisateur de modifier l'éclairage de manière locale (modification des directions et/ou des normes des vecteurs). Toute la difficulté serait alors de répercuter de telles modifications sur le reste du champ vectoriel afin de garder une cohérence énergétique.

7.3 Autres applications possibles

Dans cette section nous présentons deux autres applications plus directes d'utilisation de notre structure de données.

Reconstruction sur géométrie simplifiée

Le but de cette application serait de reconstruire très rapidement la fonction d'éclairage sur une géométrie simplifiée d'un objet et d'utiliser lors de la passe de rendu la géométrie détaillée afin d'obtenir une pré-visualisation rapide de l'influence de l'éclairage incident sur l'objet en question. Naturellement, certains phénomènes tels que les ombres portées par l'objet sur lui-même ne pourront être rendus de manière adéquate. La géométrie détaillée pourrait être obtenue, par exemple, à l'aide d'une texture procédurale ou encore d'un maillage haute résolution d'un objet multi-résolution.

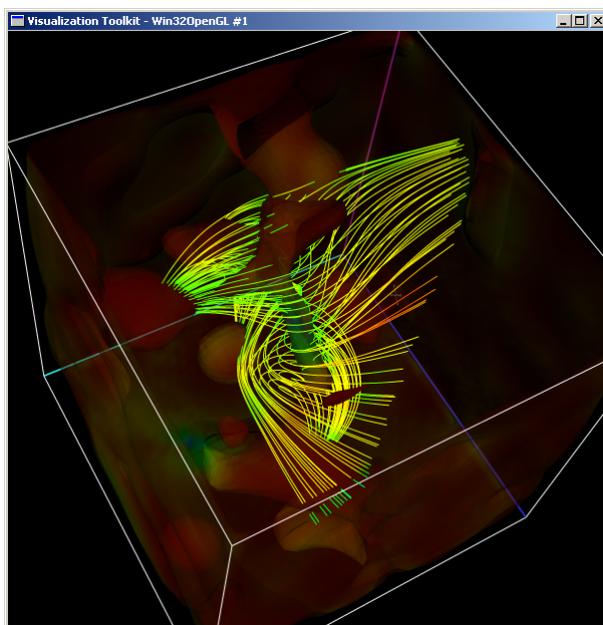


FIG. 7.1 – *Exemple de visualisation scientifique de lignes de flux.*

Encodage de l'*octree* sur une texture pour une navigation interactive

L'avantage de notre reconstruction est qu'elle peut évidemment être pré-calculée. On pourrait sauvegarder les *octrees* dans des textures qui seraient chargées sur la carte graphique et utilisées pour éclairer la scène dans le cadre d'un jeu vidéo ou de la navigation dans un monde virtuel. La technique d'encodage d'un *octree* sur une texture serait dérivée de celle proposée par Lefebvre [SLN05].

Annexe A

Un bref aperçu historique de l'étude de la lumière

L'étude de la lumière et de son interaction avec les différents milieux par les physiciens remonte au temps de la Grèce antique. Les philosophes grecs (Pythagore, Democrite, Platon ou encore Aristote) pensaient, à tort, que la lumière émanait des yeux et touchait les objets que nous voyons. Euclide (300 AJC) fut le premier à décrire les lois de la réflexion et Ptolémée (130 AJC) travailla sur la réfraction.

L'optique fut un domaine de recherche peu actif durant la période sombre du Moyen-Âge, à quelques exceptions près (Al-Hazem, R. Bacon et R. Grosseteste), avant de revenir au premier plan au XVII^{ème} siècle avec l'apparition des premiers microscopes et télescopes. En 1611 J. Kepler établit la loi de la réflexion totale interne. Puis, en 1621, W. Snell établit la loi de la réfraction, reformulée par R. Descartes en termes de sinus. Plus tard, Grimaldi (1618–1683) et Hooke (1635–1703) observèrent le phénomène de diffraction, tandis que C. Huyguens (1629–1695) observa celui de polarisation. A la différence de Hooke et de Huyguens, qui sont les premiers à proposer une théorie ondulatoire de la lumière, Newton (1642–1727), qui observa la dispersion de la lumière à travers un prisme, était un fervent partisan d'une théorie particulaire. La très grande influence de Newton sur son temps eut pour conséquence que la théorie ondulatoire fut délaissée jusqu'au XIX^{ème} siècle.

T. Young, en 1801, décrivit le principe d'interférence, tandis que Fresnel, en 1816, décrivit formellement les phénomènes de diffraction et d'interférence et montra qu'ils ne pouvaient être expliqués à l'aide de la théorie ondulatoire. En 1821, Fresnel publia les lois qui permettent de calculer l'intensité et la polarisation de la lumière réfléchie et réfractée. Maxwell (1831–1879) introduisit 4 équations décrivant les propriétés des ondes électromagnétiques et conclut que la lumière est une onde électromagnétique.

Cependant, l'effet photoélectrique¹, découvert accidentellement par Hertz en 1887, ainsi qu'entre autres, la lumière émise par un corps chaud, la fluorescence ou encore la phosphorescence, ne pouvaient être expliquées par la théorie ondulatoire. En 1900, Max Planck introduisit une constante universelle h , désormais connue sous le nom de *constante de Planck* qui permet d'expliquer le spectre de lumière émis par un corps chauffé à une certaine température. Il inspira Albert Einstein, qui expliqua

¹Emission d'électrons par un matériau généralement métallique sous l'effet de la lumière de fréquence suffisamment élevée et dépendante du matériau.

l'effet photoélectrique en se basant sur le fait que la lumière est un flux de paquets d'énergie quantifiée, qu'on appellera plus tard photon. Chaque photon est associé à une fréquence ν et son énergie E est régie par la « fameuse » équation : $E = h\nu$.

Il faut attendre l'émergence de la mécanique quantique, avec notamment les travaux de Bohr, Born, Heisenberg, Schrödinger, Paulie, De Broglie ou encore Dirac, pour réconcilier les deux théories conflictuelles. Bohr appela cela : la nature duale (onde-particule) de la lumière.

De nos jours, plusieurs modèles existent pour expliquer le comportement de la lumière en fonction des phénomènes étudiés :

- **L'optique géométrique**, qui considère la lumière comme un ensemble de rayons indépendants qui se propagent en fonction des lois géométriques, permet d'expliquer les phénomènes de réflexion, réfraction et la formation des images.
- **L'optique ondulatoire**, qui décrit la lumière comme une onde électromagnétique, permet de décrire les phénomènes pris en compte par l'optique géométrique ainsi que ceux d'interférence et de diffraction.
- **L'optique électromagnétique** permet de décrire en plus des phénomènes décrits par l'optique géométrique, ceux de polarisation et diffraction de la lumière.
- **L'optique quantique** permet d'expliquer la nature duale onde-particule de la lumière et fournit les bases pour comprendre l'interaction entre la lumière et la matière.

D'une manière générale, en éclairage global, le modèle utilisé est celui de l'optique géométrique, éventuellement complété en fonction des besoins ou des effets désirés.

Annexe B

Complément sur la radiométrie

B.1 Définition quantique de l'énergie rayonnante spectrale

L'équation reliant la constante universelle de Planck et l'énergie d'un photon, quantité radiométrique élémentaire, permet d'établir la relation entre l'énergie du photon pour une longueur d'onde donnée :

$$e_\lambda = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{B.1})$$

avec

- h la constante universelle de Planck ($h \simeq 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$)
- c la vitesse de la lumière dans le vide ($c \simeq 299\,792\,458 \text{ m.s}^{-1}$).

Il en découle deux quantités radiométriques :

- l'énergie rayonnante spectrale¹ Q_λ , exprimée en Joule par nanomètre (J nm^{-1}), qui est définie pour un ensemble de n photons ayant la même longueur d'onde :

$$\begin{aligned} Q_\lambda &= n e_\lambda \\ Q_\lambda &= n \frac{hc}{\lambda} \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

- l'énergie rayonnante² Q , exprimée en Joule (J) qui est l'énergie obtenue en intégrant l'énergie rayonnante spectrale sur tout le spectre :

$$Q = \int_{\lambda=0}^{\infty} Q_\lambda d\lambda \quad . \quad (\text{B.3})$$

¹Le terme utilisé dans la littérature anglo-saxonne est *spectral radiant energy*.

²Le terme utilisé dans la littérature anglo-saxonne est *radiant energy*.

B.2 Définition du flux énergétique spectral en fonction de la température

Si la lumière est donnée par sa température, la formule de Planck rappelée ci-dessous permet de calculer son flux énergétique spectral par :

$$\Phi_\lambda = \frac{2\pi C_1}{\lambda^5 (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)} \quad (\text{B.4})$$

avec

- T la température du corps donnée en degré Kelvin (K)
- $C_1 = h c^2$
- $C_2 = \frac{hc}{k}$
- k la constante de Boltzmann ($k = 1,380\,650\,5 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$).

B.3 Coefficient/Facteur de réflexion ou Albedo

Le but de cette section est de démontrer que dans le cas diffus l'albedo diffus $\rho_d = \pi f_{r,d}(x)$. Pour ce faire, on part de l'équation générale qui donne l'albedo :

$$\rho(x) = \frac{\Phi_r(x)}{\Phi_i(x)}$$

et on développe $\Phi_r(x)$ de manière à faire apparaître la BRDF et utiliser l'hypothèse diffuse pour la sortir de l'intégrale. En effet, on a pour $\Phi_r(x)$:

$$\begin{aligned} \Phi_r(x) &= \int_A \int_\Omega L(x \rightarrow \omega_r) \cos(N_x \omega_r) d\omega_r dA_x \\ &= \int_A \int_\Omega \int_\Omega f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) L(x \leftarrow \omega_i) \cos(N_x, \omega_r) \cos(N_x, \omega_r) d\omega_i d\omega_r dA_x \\ &= f_{r,d}(x) \int_A \int_\Omega \int_\Omega L(x \leftarrow \omega_i) \cos(N_x, \omega_r) \cos(N_x, \omega_r) d\omega_i d\omega_r dA_x \\ &= f_{r,d}(x) \int_A E(x) dA_x \int_\Omega \cos(N_x, \omega_r) d\omega_r \\ &= \pi f_{r,d}(x) \int_A E(x) dA_x \\ &= \pi f_{r,d}(x) \Phi_i(x) \end{aligned}$$

On a bien alors $\rho_d(x)$, albedo diffus en x égal à :

$$\begin{aligned} \rho_d(x) &= \frac{\pi f_{r,d}(x) \Phi_i(x)}{\Phi_i(x)} \\ &= \pi f_{r,d}(x) \quad \text{cqfd.} \end{aligned}$$

Annexe C

Harmoniques

C.1 Harmoniques sphériques

Les harmoniques sphériques sont notamment utilisées dans le domaine de l'électromagnétisme sous le nom de fonctions potentielles où elles permettent la réduction de l'étude de champs vectoriels à 3 composantes à une fonction unidimensionnelle de scalaires. En fonction du type de système de coordonnées utilisé, on parle d'harmoniques cartésiennes, ellipsoïdales, coniques ou encore sphériques.

On note $Y_l^m(\theta, \phi)$ une harmonique sphérique avec

- θ angle colatitudinal $\theta \in [0, \pi]$
- ϕ angle azimutal $\phi \in [0, 2\pi]$
- $l \in \mathbb{N}$ et $\{m \in \mathbb{Z} \mid m \in [-l, l]\}$

Formellement, la définition de Y est donnée par :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = K_l^m P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

avec

- l qui est appelé index de bande
- K_l^m qui sont les constantes de normalisation définies par :

$$K_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}$$

- P_l^m qui sont les polynômes de Legendre associés définis par :

$$P_l^m(x) = \begin{cases} P_l^{m+}(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{m+l}}{dx^{m+l}} (x^2-1)^l & \text{si } m \geq 0 \\ P_l^{m-}(x) = (-1)^m \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^{m+}(x) & \text{sinon} \end{cases} .$$

En imagerie, on utilise la partie réelle de Y_l^m qui s'exprime par :

$$y_l^m(\theta, \phi) = \Re(Y_l^m(\theta, \phi)) = K_l^m P_l^m(\cos \theta) \cos(m\phi). \quad (\text{C.1})$$

Les polynômes associés de Legendre sont orthogonaux (avec une fonction de poids

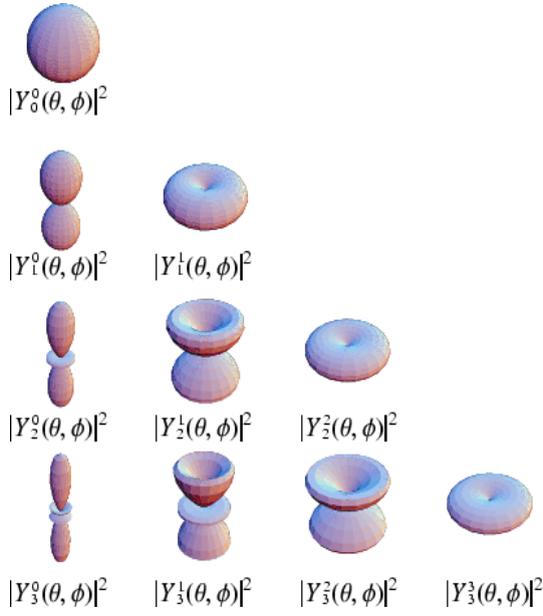


FIG. C.1 – Quelques harmoniques sphériques.

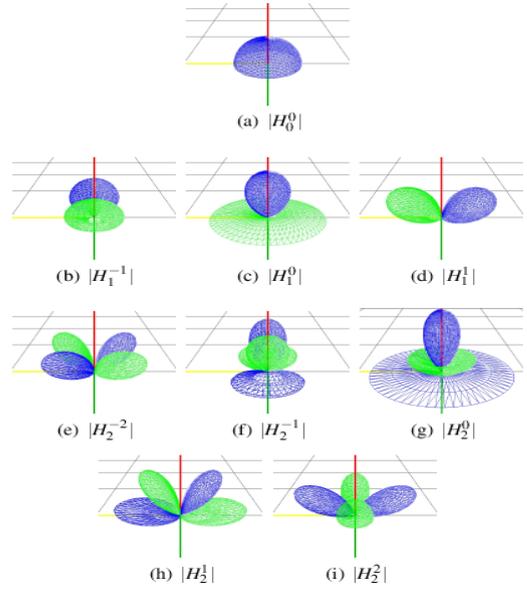


FIG. C.2 – Illustration [GKPB04] de quelques harmoniques hémisphériques.

égale à 1) sur $[-1, 1]$ et leur évaluation se fait à l'aide de la formule de récurrence :

$$P_l^m(x) = \begin{cases} P_0^0(x) = 1 \\ P_m^m(x) = (1 - 2m)\sqrt{(1 - x^2)} P_{m-1}^{m-1}(x) \\ P_{m+1}^m(x) = x(2m + 1) P_m^m(x) \\ P_l^m(x) = x \left(\frac{2l-1}{l-m} P_{l-1}^m(x) - \frac{l+m-1}{l-m} P_{l-2}^m(x) \right) \end{cases} . \quad (\text{C.2})$$

Les harmoniques sphériques forment donc une base orthonormales définie sur la sphère dans laquelle on peut projeter une fonction, comme la BRDF ou la radiance, définie sur la sphère. Mathématiquement, on peut donc écrire qu'une fonction $f(\theta, \phi)$ définie sur la sphère peut être approximée à l'ordre n par :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^{m=l} c_l^m y_l^m(\theta, \phi) \quad (\text{C.3})$$

avec c_l^m qui sont les coefficients des harmoniques définis tels que :

$$c_l^m = \int_{\Omega} f(\theta, \phi) y_l^m(\theta, \phi) d\omega \quad .$$

Notons que la double somme de l'équation (C.3) peut se traduire en une simple somme de telle sorte que pour une harmonique d'ordre n , un vecteur de n^2 composants est nécessaire pour stocker les coefficients :

$$f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{n^2-1} c_l y_l(\theta, \phi) \quad .$$

Une propriété importante et très utilisée lors du rendu d'une image avec les harmoniques sphériques est leur invariance par rotation, *i.e.* une fonction représentée par un ensemble de coefficients d'harmoniques sphériques peut être rotatée en appliquant une transformation linéaire à ses coefficients. Cette transformation linéaire est une matrice de rotation de dimension supérieure dont le résultat pour chaque bande dépend uniquement des coefficients de la bande en question. La matrice est donc creuse. La matrice M peut être calculée de manière analytique en résolvant l'intégrale suivante :

$$M_{i,j} = \int_{\Omega} y_l(R(\theta, \phi)) y_l(\theta, \phi) d\omega$$

ou en décomposant la rotation R en angle d'Euler. Pour les harmoniques d'ordre faible, on utilise en général la formulation analytique ; pour les autres, la décomposition en angle d'Euler. L'importance de l'existence d'une telle matrice provient du fait qu'en général, la BRDF est décrite dans le repère local de l'objet, tandis que l'éclairage (radiance incidente par exemple) est, lui, décrit dans le repère global de la scène. Il convient donc d'effectuer un changement de repère pour exprimer la radiance incidente dans le même repère que celui de l'objet et donc de la BRDF.

C.2 Harmoniques hémisphériques

Mathématiquement les harmoniques hémisphériques sont définies par Gautron et al. [GKPB04] de la manière suivante :

A partir des polynômes de Legendre P_l^m on définit \tilde{P}_l^m par :

$$\tilde{P}_l^m(x) = P_l^m(2x - 1) \quad . \quad (C.4)$$

Le but de cette transformation linéaire est d'obtenir $\tilde{P}_l^m(\cos \theta)$ défini sur l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$ ce qui correspond bien à l'intervalle de définition pour l'hémisphère. Il s'ensuit que les harmoniques hémisphériques notées $H_l^m(\theta, \phi)$ sont définies en substituant P_l^m par \tilde{P}_l^m dans l'équation C.1 :

$$H_l^m(\theta, \phi) = K_l^m \tilde{P}_l^m(\cos \theta) \cos(m\phi) \quad . \quad (C.5)$$

La figure C.2 illustre quelques harmoniques hémisphériques à comparer avec les harmoniques sphériques dont des exemples sont redonnés en figure C.1.

C.3 Exemple d'utilisation d'harmoniques sphériques en éclairage global

Sillion et al. [SAWG91] utilisent les harmoniques sphériques pour représenter une BRDF quelconque multipliée par le facteur $\cos(N_x, \omega_i)$. D'un point de vue pratique, on approxime chacune des BRDF présentes dans la scène par des harmoniques sphériques dont l'ordre est choisi en fonction du type de BRDF. En projetant les directions incidentes ω_i et ω_r dans la base sphérique, *i.e.* $\omega_i = (\theta_i, \phi_i)$ et $\omega_r = (\theta_r, \phi_r)$,

la BRDF est alors approximée par :

$$f_r(x, (\theta_i, \phi_i) \rightarrow (\theta_r, \phi_r)) \approx \sum_{l=0}^{n-1} \sum_{l=-m}^{l=m} B_l^m(\theta_i) y_l^m(\theta_r, \phi_r) \quad .$$

Les coefficients $B_l^m(\theta_i)$ sont en fait obtenus par une interpolation cubique d'une Spline de dimension 1 une fois la direction incidente θ_i discrétisée en $(q+1)$ valeurs. Les Splines passent par les points $((\theta_i^0, b_l^m(0)), \dots, (\theta_i^k, b_l^m(k)), \dots, (\theta_i^q, b_l^m(q)))$ avec :

$$b_l^m(k) = \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\frac{\pi}{2}} f_r(x, (\theta_i^k, \phi_i) \rightarrow (\theta_r, \phi_r)) y_l^m(\theta_r, \phi_r) \underbrace{\sin\theta d\theta d\phi}_{d\omega} \quad .$$

Le fait que θ ne varie que jusqu'à $\frac{\pi}{2}$ provient du fait que les deux hémisphères de la BRDF sont symétriques. Ceci a l'avantage de maintenir une continuité C_1 entre les deux hémisphères au niveau du plan équatorial, continuité assurée par l'inclusion du facteur $\cos(\vec{N}_x, \omega_i)$.

Notons que la technique proposée par Westin et al. [WAT92] est de représenter les coefficients B_l^m par une matrice $M_{j,k}$ afin qu'ils dépendent de θ_i et de ϕ_i .

Annexe D

Ondelettes

D.1 Aperçu historique

Historiquement¹ c'est Karl Weierstrass en décrivant une famille de fonctions qui peuvent être construites par superposition de fonctions de base transformées par une homothétie à qui on doit, en 1873, la première idée de ce que deviendront les ondelettes de nos jours. En 1909, Haar construisit un système orthonormal de fonctions à support compact appelée Base de Haar qui sert toujours de support à la théorie des ondelettes. Gabor, en 1946, décrivit un système non orthogonal - de ce que nous appelons aujourd'hui - ondelettes à support non compact reposant sur la translation de fonctions gaussiennes. On doit le terme *ondelette* à Ricker (1940), sismologue, qui l'utilisa pour décrire la perturbation produite par une charge explosive ou une onde sismique. En 1982, Morlet montre que les ondelettes sismiques peuvent être modélisées par des fonctions mathématiques définies par Gabor. Un peu plus tard, Morlet et Grossman montrent qu'un signal arbitraire peut être analysé en termes de fonctions obtenues par transformation (translation ou homothétie) d'une seule fonction ondelette *mère*. Cette idée sera développée par Meyer et Mallat dans une théorie appelée : « analyse multi-résolution ».

Aujourd'hui la forme classique de l'analyse multi-résolution décompose un signal dans une base de fonctions appelées « ondelettes » dans laquelle chaque ondelette est obtenue par transformation (translation ou homothétie) d'une unique fonction appelée « ondelette mère ». Cette approche traditionnelle est invariante par translation (*shift-invariant theory*) et est donc à support infini. Ce qui pose bien évidemment des problèmes en imagerie puisque les quantités en jeu (couleurs, courbes, etc.) sont définies de manière bornée. L'utilisation d'ondelettes en imagerie se fait donc à l'aide de fonctions qui varient de manière translationnelle avec des ondelettes qui s'accommodent de la frontière du domaine de définition.

¹Le bref aperçu historique donné ici est une compilation de ceux fournis dans [GW02] et dans [SDS96].

D.2 La base de Haar

Parmi les nombreuses familles d'ondelettes, celle de Haar de dimension 1 est sans conteste la plus simple. Les deux ingrédients de base en analyse multi-résolution sont une famille d'espace vectoriel V^j tels que : $V^0 \subset V^1 \dots \subset V^j \dots \subset V^n$ et sur laquelle on peut définir un produit interne pour toute paire de fonctions linéaires par morceaux f et g appartenant à V^j . Ce produit interne est noté $\langle f | g \rangle$ et est défini par :

$$\langle f | g \rangle \equiv \int_0^1 f(x) g(x) dx. \quad (D.1)$$

Deux éléments (vecteurs) u et v de l'espace vectoriel sont dits orthogonaux si et seulement si :

$$\langle u | v \rangle = 0 \quad .$$

On peut alors définir W^j , sous espace vectoriel de V^{j+1} , orthogonal à V^j . En d'autres termes, W^j contient toutes les fonctions de V^{j+1} qui sont orthogonales à toutes les fonctions contenues dans V^j .

Dans chaque espace vectoriel V^j une base est nécessaire pour engendrer n'importe quelle fonction qui y appartient. On note ϕ_i^j les fonctions de la base de l'espace vectoriel V^j et ψ_i^j les fonctions de la base de l'espace complémentaire orthogonal à V^j .

Les fonctions ψ_i^j linéairement indépendantes qui engendrent W^j sont appelées ondelettes². Une propriété importante de cette construction est que les fonctions de base $\psi_i^j \in W^j$ couplées avec les fonctions $\phi_i^j \in V^j$ forment une base de V^{j+1} . De plus chaque fonction $\psi_i^j \in W^j$ est orthogonale à $\phi_i^j \in V^j$ en fonction du produit interne choisi.

Une base simple pour V^j peut être définie en prenant l'ensemble des fonctions « porte » auxquelles une transformation de type homothétie ou translation a été appliquée. Les fonctions ϕ_i^j sont alors définies par :

$$\phi_i^j(x) = \phi(2^j x - i) \quad \text{pour } i \text{ allant de } 0 \text{ à } 2^j - 1$$

avec $\phi(x)$ la fonction « porte » définie par :

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad .$$

Ces fonctions sont à support compact et sont appelées fonctions de Haar dont une illustration est donnée à la figure D.1.

Les fonctions orthogonales aux ϕ_i^j correspondent aux ondelettes de Haar et sont définies par :

$$\psi_i^j(x) = \psi(2^j x - i) \quad \text{pour } i \text{ allant de } 0 \text{ à } 2^j - 1$$

avec $\Psi(x)$ la fonction porte définie par :

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \text{si } \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad .$$

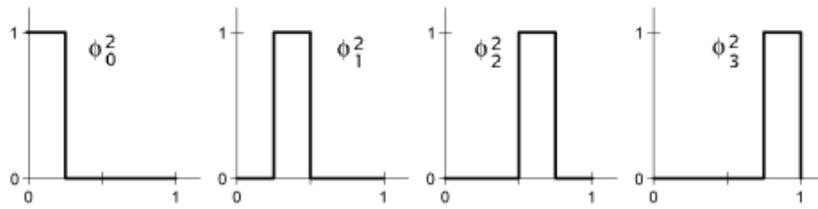


FIG. D.1 – Quelques fonctions de la base de Haar.

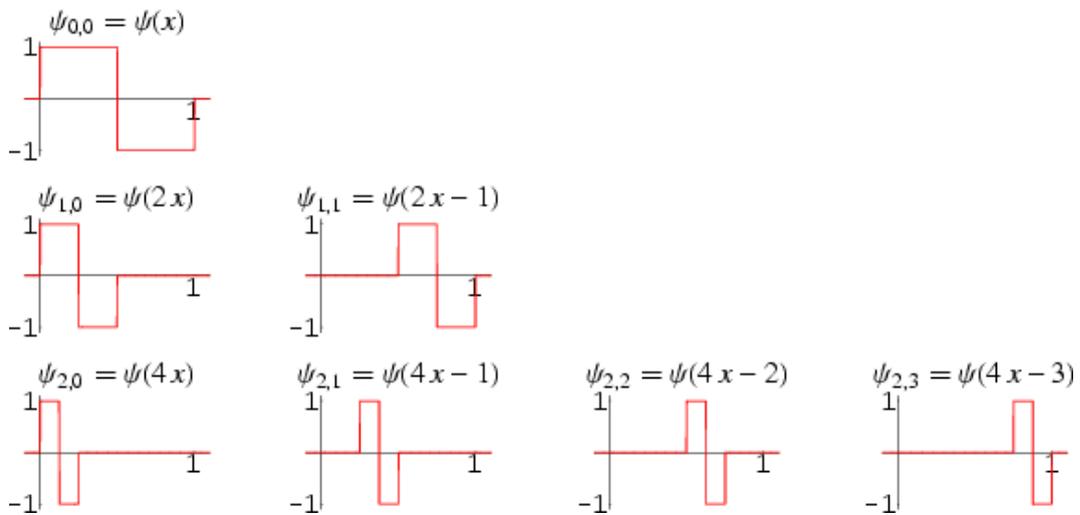


FIG. D.2 – Quelques ondelettes de la base de Haar.

La figure D.2 montre quelques ondelettes dans la base de Haar.

La base de Haar est donc formée des fonctions de bases ϕ_i^j et ψ_i^j . Pour la rendre orthonormale, on multiplie les fonctions de bases par $\sqrt{2^j}$:

$$\begin{cases} \phi_i^j(x) = \sqrt{2^j} \phi(2^j x - i) \\ \psi_i^j(x) = \sqrt{2^j} \psi(2^j x - i) \end{cases} .$$

Bien évidemment, suivant la dimension de la fonction que l'on veut représenter par des ondelettes, la base choisie doit être de même dimension.

²Ondelette se dit « wavelet » en anglais, d'où le choix de la lettre W pour désigner cet espace.

Annexe E

De l'équation du rendu à celle de radiosité

Les algorithmes de radiosités ont été introduits dans les années 1950 pour calculer les échanges de chaleur entre différentes surfaces et plus particulièrement dans le domaine de l'espace dans le cadre du calcul d'efficacité des refroidisseurs sur les satellites (cf. [SDS95]).

Cette annexe montre de manière formelle que l'équation de radiosité [GTGB84] est un cas particulier de l'équation du rendu introduite par Kajiyama [Kaj86] sous l'hypothèse d'échanges uniquement diffus.

En reprenant l'équation (2.8) qui lie la radiosité à la radiance et en omettant les longueurs d'onde, on obtient une formulation simplifiée pour la radiosité :

$$\begin{aligned} B(x) &= \int_{\Omega} L(x \rightarrow \omega) \cos \theta \, d\omega \\ &= L(x) \int_{\Omega} \cos \theta \, d\omega \quad (\text{hypothèse diffuse}) \\ B(x) &= \pi L(x) \quad (\text{intégration du cos sur l'hémisphère}) \quad . \end{aligned} \tag{E.1}$$

Dans le cas diffus, l'albedo $\rho_d(x)$ est utilisé :

$$\rho_d(x) = \pi f_{r,d}(x) \tag{E.2}$$

et la radiance émise devient :

$$L_e(x \rightarrow \omega) = L_e(x) \tag{E.3}$$

En utilisant les équations (E.1), (E.2) et (E.3) dans l'équation du rendu (2.18)

on obtient :

$$L(x \rightarrow \omega_r) = L_e(x \rightarrow \omega_r) + \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \omega_i) f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_r) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \quad (\text{équation du rendu})$$

$$L(x) = L_e(x) + \frac{\rho(x)}{\pi} \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \omega_i) \cos(\vec{N}_x, \omega_i) d\omega \quad (\text{hypothèse diffuse})$$

$$L(x) = L_e(x) + \frac{\rho(x)}{\pi} \int_A L(y \rightarrow -\omega_i) V(x, y) G(x, y) dA_y \quad (\text{formulation surfacique})$$

$$L(x) = L_e(x) + \frac{\rho(x)}{\pi} \int_A L(y) V(x, y) G(x, y) dA_y \quad (\text{hypothèse diffuse})$$

$$B(x) = B_e(x) + \frac{\rho(x)}{\pi} \int_A B(y) V(x, y) G(x, y) dA_y \quad (\text{multiplication par } \pi)$$

Si on pose :

$$K(x, y) = \frac{G(x, y) V(x, y)}{\pi}$$

avec $V(x, y)$ le terme de visibilité et $G(x, y)$ le terme géométrique tous deux définis dans l'équation (2.19), on établit l'équation de radiosité :

$$B(x) = B_e(x) + \rho(x) \int_A B(y) K(x, y) dA_y \quad . \quad (\text{E.4})$$

Passage au système de radiosité.

Supposons que la scène contienne un ensemble de patches. Sans aucune restriction, on peut calculer la radiosité moyenne B_i pour le patch P_i d'aire A_i :

$$B_i = \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_{\Omega_x} L(x \rightarrow \omega) \cos(\theta) d\omega dA_x \quad .$$

Avec l'hypothèse d'échanges purement diffus, il advient immédiatement que B_i vaut :

$$B_i = \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} B(x) dA_x \quad . \quad (\text{E.5})$$

En supposant que la radiosité est constante sur un même patch P_i on peut écrire :

$$\forall x \in P_i, \quad B(x) = B'_i \quad . \quad (\text{E.6})$$

Si on reprend l'équation de la radiosité en intégrant terme à terme sur la surface

des patches on a :

$$\begin{aligned}
B(x) &= B_e(x) + \rho(x) \int_A B(y) K(x, y) dA_y \\
\frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} B(x) dA_x &= \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} B_e(x) dA_x + \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_A \rho(x) B(y) K(x, y) dA_y dA_x \\
\frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} B(x) dA_x &= \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} B_e(x) dA_x + \sum_j \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_{x \in P_j} \rho(x) K(x, y) B(y) dA_y dA_x \\
B'_i &= B_{ei} + \sum_j B'_j \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_{x \in P_j} \rho(x) K(x, y) dA_y dA_x \quad .
\end{aligned}$$

Pour pouvoir établir le système d'équations linéaires, on formule une nouvelle hypothèse en considérant que :

$$\forall x \in P_i \quad \rho(x) = \rho_i$$

et on obtient alors :

$$B'_i = B_{ei} + \rho_i \sum_j F_{ij} B'_j \quad (\text{E.7})$$

avec :

- F_{ij} facteur de forme donné par l'équation :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{x \in P_i} \int_{x \in P_j} K(x, y) dA_y dA_x \quad (\text{E.8})$$

- B_{ei} radiosité émise depuis le patch i .

Bien qu'en général cela ait peu d'importance visuellement, l'hypothèse que la radiosité est constante sur un même patch ($B_i = B'_i$) est rarement vérifiée et il ne faut donc pas perdre de vue que le système (E.7) est une approximation ; la vraie valeur de radiosité $B(y)$ ayant été remplacée par B'_j .

Annexe F

Choix d'implémentation d'un *Octree*

Cette annexe décrit plusieurs configurations possibles pour le stockage de la radiance incidente ainsi que le coût de stockage associé au coût de l'*octree* lui-même.

Coût associé à l'*octree*.

Commençons par rappeler qu'il existe plusieurs possibilités avec différents coûts mémoire pour implémenter un *octree*. D'une manière générale le coût pour le stockage des 8 fils d'une cellule se traduit par un coût C_p égal à $8 \times \text{taille_pointeur}$ où la taille du pointeur dépend de l'architecture machine utilisée.

Une première façon est de stocker pour chaque cellule son centre, 3 valeurs flottantes et la taille, une valeur flottante de la cellule. Le coût C_1 pour chaque cellule de l'*octree* pour cette première configuration est alors de :

$$C_1 = 8 \times 4 + 3 \times 4 + 1 \times 4 = 48 \text{ octets}$$

en supposant que le centre et la taille sont stockés avec une précision simple et qu'on utilise une machine 32 bits.

Cette première configuration est peu stable numériquement et, on préfère stocker la cellule sous la forme de deux points décrivant les coordonnées minimales et maximales de la cellule. Le coût C_2 , associé à cette configuration, sous les mêmes hypothèses et pour chaque cellule de l'*octree* est alors :

$$C_2 = 8 \times 4 + 6 \times 4 = 56 \text{ octets.}$$

Enfin une dernière façon d'organiser une cellule est de stocker uniquement les pointeurs et de calculer au vol les dimensions des cellules. Seule la cellule racine contient ses dimensions. Le coût C_3 est alors simplement :

$$C_3 = 32 \text{ octets.}$$

Coût associé à la radiance incidente.

Dans le chapitre 4 nous avons présenté deux manières de stocker la radiance incidente. L'une sous forme d'une matrice dont le coût est de $9 \times 4 = 36 \text{ octets}$ et une autre sous forme de deux vecteurs quantifiés dont le coût est de 6 octets. Une autre possibilité serait de stocker 3 vecteurs quantifiés sur 2 octets chacun et 3 couleurs quantifiées sur 4 octets chacune. Soit un coût total de 18 octets et donc une compression de 50% comparée à la forme matricielle.

Bibliographie

- [AA03] Anders Adamson and Marc Alexa. Ray tracing point set surfaces. In *SMI '03 : Proceedings of the Shape Modeling International 2003*, page 272. IEEE Computer Society, 2003.
- [ABCO⁺03] Marc Alexa, Johannes Behr, Daniel Cohen-Or, Shachar Fleishman, David Levin, and Claudio T. Silva. Computing and rendering point set surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 9(1) :3–15, 2003.
- [AFO04] Okan Arikan, David A. Forsyth, and James O'Brien. Radiance caching and local geometry correction. Technical report, University California Berkeley, April 2004.
- [AFO05] Okan Arikan, David A. Forsyth, and James F. O'Brien. Fast and detailed approximate global illumination by irradiance decomposition. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2005*. ACM Press, July 2005.
- [AKDS04] Thomas Annen, Jan Kautz, Frédo Durand, and Hans-Peter Seidel. Spherical harmonic gradients for mid-range illumination. In Henrik Wann Jensen and Alexander Keller, editors, *Rendering Techniques 2004 Eurographics Symposium on Rendering*, pages 331–336, Norrköping, Sweeden, June 2004. Eurographics Association, Eurographics Association.
- [Arv86] James Arvo. Backward ray tracing. In *SIGGRAPH 86 Course Notes, Volume 12*, August 1986.
- [BRS05] Tamy Boubekur, Patrick Reuter, and Christophe Schlick. Visualization of point-based surfaces with locally reconstructed subdivision surfaces. In *Proceedings of Shape Modeling International (SMI 2005)*, June 2005.
- [CB04] Per H. Christensen and Dana Batali. An irradiance atlas for global illumination in complex production scenes. In *Proceedings of the Eurographics Symposium on Rendering 2004*, pages 133–141, June 2004.
- [CBC⁺01] J. C. Carr, R. K. Beatson, J. B. Cherrie, T. J. Mitchell, W. R. Fright, B. C. McCallum, and T. R. Evans. Reconstruction and representation of 3d objects with radial basis functions. In *SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 67–76, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [CCWG88] Michael F. Cohen, Shenchang Eric Chen, John R. Wallace, and Donald P. Greenberg. A progressive refinement approach to fast radiosity

- image generation. In *SIGGRAPH '88 : Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 75–84, New York, NY, USA, 1988. ACM Press.
- [Chr00] Per H. Christensen. Faster global photon map global illumination. *Journal of Graphics Tools*, April 2000.
- [CMS87] Brian Cabral, Nelson Max, and Rebecca Springmeyer. Bidirectional reflection functions from surface bump maps. In *SIGGRAPH '87 : Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 273–281, New York, NY, USA, 1987. ACM Press.
- [CPC84] Robert L. Cook, Thomas Porter, and Loren Carpenter. Distributed ray tracing. In *SIGGRAPH '84 : Proceedings of the 11th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 137–145. ACM Press, 1984.
- [Cro77] Franklin C. Crow. Shadow algorithms for computer graphics. In *SIGGRAPH '77 : Proceedings of the 4th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 242–248, New York, NY, USA, 1977. ACM Press.
- [CSSD94] Per H. Christensen, Eric J. Stollnitz, David H. Salesin, and Tony D. DeRose. Wavelet Radiance. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, pages 287–302, Darmstadt, Germany, 1994.
- [DBB02] Philip Dutré, Kavita Bala, and Philippe Bekaert. *Advanced Global Illumination*. A. K. Peters, Ltd., 2002.
- [DD00] Frédo Durand and Julie Dorsey. Interactive tone mapping. Springer Verlag, june 2000. Held in Brno, Czech Republic.
- [Dur99] Frédo Durand. *3D Visibility : analytical study and applications*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble I, July 1999. <http://www-imagis.imag.fr>.
- [Dut03] Philip Dutré. Total compendium : the concise guide to global illumination algorithms, 2003.
- [ES03] C. Hernández Esteban and F. Schmitt. Silhouette and stereo fusion for 3d object modeling. In *Proceedings of 4th International Conference on 3D Digital Imaging and Modeling*, pages 46–53, October 2003.
- [FSJ01] Ronald Fedkiw, Jos Stam, and Henrik Wann Jensen. Visual simulation of smoke. In *SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 15–22, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [GDW00] Xavier Granier, George Drettakis, and Bruce Walter. Fast global illumination including specular effects. In B. Péroche and H. Rushmeier, editors, *Rendering Techniques 2000 (Proceedings of the Eleventh Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 47 – 59. Eurographics, Springer, june 2000.

- [GKPB04] Pascal Gautron, Jaroslav Křivánek, Sumanta N. Pattanaik, and Kadi Bouatouch. A novel hemispherical basis for accurate and efficient rendering. In Henrik Wann Jensen and Alexander Keller, editors, *Rendering Techniques 2004, Eurographics Symposium on Rendering*, pages 321–330. Eurographics Association, Eurographics Association, June 2004.
- [Gra01] Xavier Granier. *Contrôle Automatique de Qualité pour l'Illumination Globale*. PhD thesis, Université Joseph Fourier (Grenoble 1), nov 2001.
- [GSCH93] Steven J. Gortler, Peter Schröder, Michael F. Cohen, and Pat Hanrahan. Wavelet radiosity. In *SIGGRAPH '93 : Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 221–230. ACM Press, 1993.
- [GSHG92] Gene Greger, Peter Shirley, Philip M. Hubbard, and Donald P. Greenberg. Irradiance volume. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 18(2) :32–43, March-April 1992.
- [GTGB84] Cindy M. Goral, Kenneth E. Torrance, Donald P. Greenberg, and Bennett Battaille. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. In *SIGGRAPH '84 : Proceedings of the 11th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 213–222. ACM Press, 1984.
- [GW02] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods. *Digital Image Processing, Second Edition*. Prentice Hall, 2002.
- [HCA00] Nicolas Holzschuch, François Cuny, and Laurent Alonso. Wavelet radiosity on arbitrary planar surfaces. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques 2000*, pages 161–172. Springer-Verlag, 2000.
- [Hec90] Frank Heckbert. Adaptive radiosity textures for bidirectional ray tracing. In *ACM SIGGRAPH Proceedings*, volume 24, pages 145–154, August 1990.
- [HSA91] P. Hanrahan, D. Salzman, and L. Aupperle. A rapid hierarchical radiosity algorithm. In *Computer Graphics Proceedings*, volume 25, pages 197–206, July 1991.
- [Ige99] Homan Igehy. Tracing ray differentials. In *Computer Graphics Proceedings. Annual Conference Series*, pages 179–186, 1999.
- [JB02] Henrik Wann Jensen and Juan Buhler. A rapid hierarchical rendering technique for translucent materials. In *SIGGRAPH '02 : Proceedings of the 29th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. ACM Press, 2002.
- [JC95] Henrik Wann Jensen and Niels Jørgen Christensen. Efficiently rendering shadows using the photon map. In *In Proceedings of Compugraphics '95*, pages 285–291. Alvor, 1995.
- [Jen95] Henrik Wann Jensen. Importance Driven Path Tracing Using the Photon Map. In P. M. Hanrahan and W. Purgathofer, editors, *Rendering Techniques '95 (Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Rendering)*, pages 326–335, New York, NY, 1995. Springer-Verlag.

- [Jen01] Henrik Wann Jensen. *Realistic image synthesis using photon mapping*. A. K. Peters, Ltd., 2001.
- [JMLH01] Henrik Wann Jensen, Stephen R. Marschner, Marc Levoy, and Pat Hanrahan. A practical model for subsurface light transport. In *SIGGRAPH '01 : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 511–518, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [JPSK04] Krivánek Jaroslav, Gautron Pascal, Pattanaik Sumanta, and Bouatouch Kadi. Radiance caching for efficient global illumination computation. Technical report, INRIA, July 2004.
- [Kaj86] James T. Kajiya. The rendering equation. In *SIGGRAPH '86 : Proceedings of the 13th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 143–150. ACM Press, 1986.
- [Kel97] Alexander Keller. Instant radiosity. In *SIGGRAPH '97 : Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 49–56. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1997.
- [KM99] Jan Kautz and Michael D. McCool. Interactive rendering with arbitrary brdfs using separable approximations. In *SIGGRAPH '99 : ACM SIGGRAPH 99 Conference abstracts and applications*, page 253, New York, NY, USA, 1999. ACM Press.
- [KSS02] Jan Kautz, Peter-Pike Sloan, and John Snyder. Fast, arbitrary brdf shading for low-frequency lighting using spherical harmonics. In *EGRW '02 : Proceedings of the 13th Eurographics workshop on Rendering*, pages 291–296. Eurographics Association, 2002.
- [Lae02] Frank Suykens De Laet. *On Robust Monte Carlo Algorithms for Multi-pass Global Illumination*. PhD thesis, Departement of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, September 2002.
- [Laf96] Eric P. Lafortune. *Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, February 1996.
- [LW93] Eric P. Lafortune and Yves D. Willems. Bi-directional path tracing. In H. P. Santo, editor, *Proceedings of Third International Conference on Computational Graphics and Visualization Techniques (Compugraphics '93)*, pages 145–153, Alvor, Portugal, 1993.
- [Mys97] Karol Myszkowski. Lighting reconstruction using fast and adaptive density estimation techniques. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques '97*, pages 251–262, London, UK, 1997. Springer-Verlag.
- [NRH03] Ren Ng, Ravi Ramamoorthi, and Pat Hanrahan. All-frequency shadows using non-linear wavelet lighting approximation. *ACM Trans. Graph.*, 22(3) :376–381, 2003.

- [NRH04] Ren Ng, Ravi Ramamoorthi, and Pat Hanrahan. Triple product wavelet integrals for all-frequency relighting. *ACM Trans. Graph.*, 23(3) :477–487, 2004.
- [OAO04] D.A. Forsyth Okan Arikan and James O’Brien. Radiance caching and local geometry correction. In *Siggraph 2004 Technical Sketch*, 2004.
- [OBA⁺03] Yutaka Ohtake, Alexander Belyaev, Marc Alexa, Greg Turk, and Hans-Peter Seidel. Multi-level partition of unity implicits. *ACM Trans. Graph.*, 22(3) :463–470, 2003.
- [OBS03] Y. Ohtake, A. Belyaev, and H.-P. Seidel. A multi-scale approach to 3d scattered data interpolation with compactly supported basis functions. In *SMI ’03 : Proceedings of the Shape Modeling International 2003*, page 292, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [PP98] Ingmar Peter and Georg Pietrek. Importance driven construction of photon maps. In G. Drettakis and N. Max, editors, *In Rendering Techniques ’98*. Vienna : Springer-Verlag, 1998.
- [Pér97] José-Philippe Pérez. *Optique géométrique et ondulatoire*. Masson, 1997.
- [RH01] Ravi Ramamoorthi and Pat Hanrahan. An efficient representation for irradiance environment maps. In *SIGGRAPH ’01 : Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 497–500, New York, NY, USA, 2001. ACM Press.
- [SAG94] Brian Smits, James Arvo, and Donald Greenberg. A clustering algorithm for radiosity in complex environments. In *SIGGRAPH ’94 : Proceedings of the 21st annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 435–442. ACM Press, 1994.
- [SAWG91] François Xavier Sillion, James Arvo, Stephen Westin, and Donald P. Greenberg. A global illumination solution for general reflectance distributions. In *SIGGRAPH’91 conference proceedings*, pages 187–196. ACM Press, 1991.
- [Sch94] Christophe Schlick. Quantization techniques for visualization of high dynamic range pictures. pages 7–18, June 1994.
- [SDS95] François Xavier Sillion, George Drettakis, and Cyril Soler. A clustering algorithm for radiance calculation in general environments. In *Rendering Techniques*, number 6 in Proceedings of Eurographics Rendering Techniques, June 1995.
- [SDS96] Eric J. Stollnitz, Tony D. DeRose, and David H. Salesin. *Wavelets for Computer Graphics : Theory and Applications*. Morgan Kaufmann, 1996.
- [SH94] P. Schröder and P. Hanrahan. Wavelet methods for radiance computations. In *Eurographics ’94 : Proceedings of the 5th Eurographics Workshop on Rendering*, June 1994.
- [SHHS03] Peter-Pike Sloan, Jesse Hall, John Hart, and John Snyder. Clustered principal components for precomputed radiance transfer. *ACM Trans. Graph.*, 22(3) :382–391, 2003.

- [Sil86] B.W. Silverman. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, 1986.
- [SKS02] Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, and John Snyder. Precomputed radiance transfer for real-time rendering in dynamic, low-frequency lighting environments. *ACM Trans. Graph.*, 21(3) :527–536, 2002.
- [SLN05] Samuel Hornus Sylvain Lefebvre and Fabrice Neyret. *Octree Textures on the GPU*. Addison Wesley Professional, 2005.
- [SOS04] Chen Shen, James F. O’Brien, and Jonathan R. Shewchuk. Interpolating and approximating implicit surfaces from polygon soup. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2004*, pages 896–904. ACM Press, August 2004.
- [SP94] François Xavier Sillion and Claude Puech. *Radiosity and Global Illumination*. Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1994.
- [SP01] Xavier Serpaggi and Bernard Péroche. An adaptive method for indirect illumination using light vectors. In A. Chalmers and T.-M. Rhyne, editors, *Eurographics 2001 Proceedings*, volume 20(3), pages 278–287. Blackwell Publishing, 2001.
- [SS95] Peter Schröder and Wim Sweldens. Spherical wavelets : efficiently representing functions on the sphere. In *SIGGRAPH ’95 : Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 161–172. ACM Press, 1995.
- [SW00] Frank Suykens and Yves D. Willems. Density control for photon maps. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques 2000*, pages 23–34. Springer-Verlag, 2000.
- [TL04] Eric Tabellion and Arnauld Lamorlette. An approximate global illumination system for computer generated films. *ACM Trans. Graph.*, 23(3) :469–476, 2004.
- [TR93] Jack Tumblin and Holly Rushmeier. Tone reproduction for realistic images. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 13(6) :42–48, 1993.
- [TRS04] Ireneusz Tobor, Patrick Reuter, and Christophe Schlick. Multiresolution reconstruction of implicit surfaces with attributes from large unorganized point sets. In *Proceedings of Shape Modeling International (SMI 2004)*, pages 19–30, 2004.
- [Vea97] Eric Veach. *Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation*. PhD thesis, Stanford University, December 1997.
- [VG94] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Bidirectional estimators for light transport. In *Fifth Eurographics Rendering Workshop*, volume 1, pages 147–162, June 1994.
- [VG97] Eric Veach and Leonidas J. Guibas. Metropolis light transport. In *SIGGRAPH ’97 : Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 65–76, New York, NY, USA, 1997. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.

- [Wal98] Bruce Walter. *Density Estimation Techniques for Global Illumination*. PhD thesis, Cornell University, 1998.
- [War91] Gregory Ward. *Real Pixels*. Academic Press 1991, 1991.
- [War94] Greg Ward. A contrast-based scalefactor for luminance display. pages 415–421, 1994.
- [WAT92] Stephen H. Westin, James R. Arvo, and Kenneth E. Torrance. Predicting reflectance functions from complex surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 26(2) :255–264, 1992.
- [WCG87] John R. Wallace, Michael F. Cohen, and Donald P. Greenberg. A two-pass solution to the rendering equation : A synthesis of ray tracing and radiosity methods. In *SIGGRAPH '87 : Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 311–320, New York, NY, USA, 1987. ACM Press.
- [WEH89] J. R. Wallace, K. A. Elmquist, and E. A. Haines. A ray tracing algorithm for progressive radiosity. In *SIGGRAPH '89 : Proceedings of the 16th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 315–324, New York, NY, USA, 1989. ACM Press.
- [WH92] Gregory J. Ward and Paul Heckbert. Irradiance gradients. In *Third Eurographics Workshop on Rendering*, pages 85–98, Bristol, UK, 1992.
- [WH97] Andrew J. Willmott and Paul S. Heckbert. An empirical comparison of progressive and wavelet radiosity. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Rendering Techniques '97*, pages 175–186. Springer-Verlag, 1997.
- [Whi80] Turner Whitted. An improved illumination model for shaded display. In *Communications of the ACM 23(6)*, May June 1980.
- [WHSG97] Bruce Walter, Philip M. Hubbard, Peter Shirley, and Donald P. Greenberg. Global illumination using local linear density estimation. *ACM Trans. Graph.*, 16(3) :217–259, 1997.
- [WRC88] Gregory J. Ward, Francis M. Rubinstein, and Robert D. Clear. A ray tracing solution for diffuse interreflection. In *SIGGRAPH '88 : Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 85–92. ACM Press, 1988.
- [WTL04] Rui Wang, John Tran, and David Luebke. All-frequency relighting of non-diffuse objects using separable brdf approximation. In *Rendering Techniques 2004, Eurographics Symposium on Rendering*, pages 321–330, June 2004.
- [ZSP98] Jacques Zaninetti, Xavier Serpaggi, and Bernard Péroche. A vector approach for global illumination in ray tracing. In *Computer Graphics Forum*, volume 17, September 1998.