



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *l'Université Toulouse III - Paul Sabatier*  
Discipline ou spécialité : *Sciences de l'Atmosphère*

---

Présentée et soutenue par *Samuel REMY*  
Le *20/10/2009*

Titre : *Prévision locale des faibles visibilités pour l'aéronautique*

---

### JURY

*Thierry Bergot (directeur de thèse)*  
*Olivier Talagrand (rapporteur)*  
*Chris Snyder (rapporteur)*  
*Sylvain Coquillat (Président du Jury)*  
*Philippe Bougeault (examineur)*  
*Fred Bosveld (examineur)*  
*Olivier Liechti (examineur)*

---

**Ecole doctorale :** *Sciences de l'univers, de l'environnement et de l'espace (SDU2E)*  
**Unité de recherche :** *Météo-France/CNRM/GMME/TURBAU*  
**Directeur(s) de Thèse :** *Thierry Bergot*  
**Rapporteurs :** *voir jury*



*« - Did you find what you were looking for ?*

*- No. It found me. »*

*John Locke – Lost*

---



# Remerciements

Cette thèse doit énormément à Thierry Bergot, qui en est l’instigateur. Thierry est le “père” de COBEL-ISBA et connaît à fond le modèle, le brouillard et tous les problèmes liés à sa modélisation. Son expertise, sa disponibilité et sa bonne humeur ont beaucoup apporté à mon travail ; ce manuscrit et les articles doivent énormément à ses relectures critiques et diligentes ! C’est lui qui a initié cette aventure de trois ans ; qu’il reçoive ici l’expression de toute ma gratitude.

Patrick Josse a été mon supérieur hiérarchique dans l’équipe DPrévi/aéro de Météo-France pendant ces trois années. Il est le chef que l’on espère tous avoir un jour ; disponible, compréhensif et compétent. Toute l’équipe Dprévi/aéro m’a chaleureusement accueilli, ces trois années m’ont permis d’apprécier tous les collègues dont j’étais entouré : Philippe, Thierry, Carole, Elvis, Claude, Stéphanie, Christine, Agathe.

Enfin, cette thèse a permis des collaborations qui auraient pu paraître improbables. Je remercie Olivier Pannekoucke d’avoir pris son bâton de pèlerin pour diffuser la bonne parole du filtre à particules dans le monde du CNRM. Sans son enthousiasme et son ouverture d’esprit, le travail sur l’adaptation d’un filtre à particules à COBEL-ISBA n’aurait jamais vu le jour. Christophe Baehr m’a fait bénéficier de sa connaissance apparemment insondable du monde du filtrage non-linéaire. Qu’il soit remercié de sa disponibilité et de m’avoir autorisé à reprendre une partie de ses travaux dans ce manuscrit.

Ces trois années ont été parmi les plus riches et remplies de ma vie, grâce à tous les amis rencontrés pendant cette thèse : Jérôme, l’ardéchois de Lens (à moins que ça ne soit l’inverse) ; Thomas le Payou champion de France ; Rémi, Dominique, Pierre et tous les autres. Je n’oublie pas les exilés clermontois : Julien le sanglier auvergnat et Sébastien, qui m’a appris tant de jurons exotiques.

Je désire enfin remercier ma femme Estelle et ma famille pour m’avoir encouragé et soutenu pendant ces trois années. La réussite de cette thèse a été grandement facilitée par leur soutien.

---



---

# Table des matières

Résumé . . . . .	vii
Abstract . . . . .	ix
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
I Enjeux de la prévision des conditions de faible visibilité . . . . .	2
II Les différents types de brouillards . . . . .	3
III Climatologie du brouillard à Paris-Roissy . . . . .	3
IV Processus physiques impliqués dans le cycle de vie du brouillard radiatif	4
IV.1 Formation du brouillard . . . . .	5
a - rôle du refroidissement radiatif . . . . .	5
b - rôle du dépôt de rosée . . . . .	6
c - rôle de la turbulence . . . . .	6
d - rôle de la surface et de la végétation . . . . .	6
e - rôle des processus de méso-échelle . . . . .	7
IV.2 Phase mature du brouillard . . . . .	7
IV.3 Dissipation . . . . .	9
V Prévision numérique des événements de faible visibilité . . . . .	10
V.1 Approches tridimensionnelle et unidimensionnelle . . . . .	11
V.2 La chaîne de prévision COBEL-ISBA . . . . .	11
V.3 Importance des conditions initiales . . . . .	13
V.4 Le système d'observations locales . . . . .	13
VI Objectifs de la thèse . . . . .	14
<b>2 Assimilation de données : théorie et mise en œuvre</b>	<b>15</b>
I Fondamentaux de l'assimilation de données . . . . .	16
I.1 Problématique . . . . .	16
I.2 Meilleur estimateur linéaire non biaisé (BLUE) . . . . .	16
I.3 Estimation des statistiques d'erreur de l'ébauche . . . . .	19
a - Méthode basée sur les points d'observation . . . . .	19
b - Produits croisés . . . . .	20
c - Méthode NMC . . . . .	20
d - Calcul direct avec un ensemble . . . . .	21

---

---

II	Le système d'assimilation opérationnel de COBEL-ISBA . . . . .	21
II.1	Analyse de température et d'humidité spécifique . . . . .	22
II.2	Traitement de l'eau liquide . . . . .	23
II.3	Conditions initiales pour ISBA . . . . .	23
II.4	Diagnostic des statistiques d'erreur de l'ébauche pour COBEL-ISBA . . . . .	24
	a - Estimation des variances . . . . .	24
	b - Estimation des variances et covariances par la méthode NMC . . . . .	26
	c - Estimation des corrélations croisées par la méthode NMC . . . . .	27
III	Filtre de Kalman-Bucy et filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	29
III.1	Filtre de Kalman-Bucy . . . . .	30
III.2	Filtre de Kalman étendu . . . . .	30
III.3	Filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	31
III.4	Limitations et problèmes liés au filtre de Kalman d'ensemble .	32
	a - Comportement à l'infini . . . . .	32
	b - Divergence du filtre . . . . .	32
	c - Rôle de l'erreur modèle . . . . .	33
	d - Localisation . . . . .	33
	e - Hypothèse de gaussianité . . . . .	34
III.5	Applications géophysiques du filtre de Kalman d'ensemble . .	34
IV	Filtres à particules . . . . .	35
IV.1	Algorithme général du filtre à particules . . . . .	35
IV.2	Algorithmes de sélection génétique et ré-échantillonnage par importance . . . . .	38
IV.3	Limitation du filtre à particules . . . . .	39
IV.4	Applications géophysiques du filtre à particules . . . . .	40
V	Conclusions . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Sensibilité de COBEL-ISBA au système d'observations locales</b>	<b>43</b>
I	Observations simulées . . . . .	44
I.1	Simulation avec des observations parfaites . . . . .	45
I.2	Assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation dans ISBA . . . . .	48
II	Résultats . . . . .	49
II.1	Résumé des résultats . . . . .	52
	a - situation NEAR-FOG . . . . .	52
	b - situation FOG . . . . .	53
	c - observations réelles . . . . .	54
II.2	Article . . . . .	54

---



III	conclusion . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Mise en place d'un filtre de Kalman d'ensemble</b>	<b>77</b>
I	Résumé des résultats . . . . .	78
I.1	Configuration du filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	78
I.2	Estimation dynamique des variances d'erreur ALADIN . . . . .	79
I.3	Résultats avec la situation NEAR-FOG . . . . .	80
I.4	Résultats avec la situation FOG . . . . .	81
I.5	Observations réelles . . . . .	81
a -	Modification de la configuration du système d'assimilation opérationnel . . . . .	81
b -	Résultats avec le filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	83
I.6	Influence de la taille de l'ensemble . . . . .	84
II	Article . . . . .	84
III	Filtre de Kalman d'ensemble avec un système d'observations locales réduit . . . . .	131
III.1	Résultats avec un mât de 10 m . . . . .	131
a -	Situation NEAR-FOG . . . . .	131
b -	Situation FOG . . . . .	132
c -	Prévision du brouillard . . . . .	133
III.2	Résultats sans mât . . . . .	135
IV	conclusion . . . . .	136
<b>5</b>	<b>Adaptation d'un filtre à particules à COBEL-ISBA</b>	<b>137</b>
I	Résumé des résultats . . . . .	137
I.1	Adaptation du filtre à particules à COBEL-ISBA . . . . .	138
a -	Calcul des poids . . . . .	138
b -	Application de l'algorithme de sélection génétique et de ré-échantillonnage par importance . . . . .	140
c -	Conditions initiales . . . . .	140
d -	Convergence du filtre . . . . .	140
e -	Assimilation de données pour ISBA . . . . .	141
I.2	Résultats avec le nouveau système d'assimilation . . . . .	141
a -	Situation NEAR-FOG . . . . .	141
b -	Situation FOG . . . . .	142
c -	Comparaison avec le filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	143
I.3	Coût numérique . . . . .	143
II	Article . . . . .	144
III	Assimilation de données avec un système d'observations locales réduit	165
III.1	Résultats avec un mât de 10 mètres . . . . .	165
a -	Situation NEAR-FOG . . . . .	165

---

b -	Situation FOG . . . . .	165
c -	Prévision du brouillard . . . . .	168
III.2	Résultats sans mât de mesure . . . . .	169
IV	Conclusion . . . . .	170
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>171</b>
I	Rappel des objectifs de la thèse . . . . .	171
II	Principaux résultats . . . . .	172
III	Limitations et perspectives . . . . .	174
III.1	Limitations du travail . . . . .	174
III.2	Perspectives . . . . .	175
<b>7</b>	<b>Annexe A : le filtrage non linéaire</b>	<b>177</b>
I	Filtrage Stochastique pour les processus non-linéaires . . . . .	179
I.1	Le filtrage trajectorien à temps discret . . . . .	180
II	Approximation particulière du filtrage non-linéaire . . . . .	186
III	Filtrage trajectorien et approximations particulières . . . . .	190
	<b>Acronymes</b>	<b>197</b>
	<b>Notations</b>	<b>199</b>

# Résumé

Les conditions de faibles visibilitées ont un fort impact sur le trafic aéroportuaire ; les aéroports sont par conséquent demandeurs de prévisions des heures de début et de fin des conditions de faible visibilité. COBEL-ISBA est un modèle 1D utilisé pour prévoir à courte échéance les conditions de faible visibilité, utilisé de façon opérationnelle sur les trois principaux aéroports français. Les conditions initiales jouent un rôle fondamental dans la qualité des prévisions de COBEL-ISBA ; c'est pourquoi des observations locales sont assimilées pour produire celles-ci. Cette thèse s'est concentrée sur l'étude et l'optimisation du système d'assimilation de COBEL-ISBA.

Le système d'observations locales typique est composé d'une station météorologique qui fournit visibilité, plafond ainsi que température et humidité à 2 m ; d'un mât de mesure avec des capteurs de température et d'humidité à 1, 5, 10 et 30 m ; d'une fosse informant sur la température et le contenu en eau du sol ; et enfin de mesures de flux radiatifs à 2 et 45 m. La première partie du travail de thèse a été d'évaluer l'impact de ces différents composants du système d'observations locales sur la qualité des conditions initiales et des prévisions. Deux jeux d'observations simulées ont été créés à cette fin, dans le but de s'abstraire de l'erreur modèle et de mieux estimer l'influence des observations. Les expériences ont également été effectuées avec un hiver d'observations réelles. Les prévisions de COBEL-ISBA sont très peu dégradées lorsque l'on utilise un mât de 10 m, tel que ceux utilisés dans les stations météorologiques pour mesurer la force et la direction du vent, au lieu de 30 m. Le mât de mesure étant le composant le plus coûteux du système d'observations locales, ce résultat permet d'envisager l'installation de COBEL-ISBA sur des aéroports de taille moyenne n'ayant pas les moyens financiers des grands aéroports. Les observations ayant le plus d'impact sur la qualité des prévisions des conditions de faible visibilité sont celles qui permettent d'estimer l'épaisseur initiale de la couche de brouillard. L'heure de dissipation du brouillard dépend en effet fortement de celle-ci. Les mesures du contenu en eau du sol ont également une grande influence sur les scores, car elle influence les taux de refroidissement nocturne et de réchauffement diurne.

Le système d'assimilation opérationnel calcule le meilleur estimateur linéaire non-biaisé (BLUE) pour la température et l'humidité, en utilisant des statistiques d'erreur d'ébauche fixes dans le temps. Celles-ci ont été estimées grâce à un ensemble ; il a été montré qu'elles suivent un cycle diurne marqué et varient fortement sur la verticale. Une corrélation non négligeable entre les erreurs de l'ébauche sur la température et l'humidité a également été mise en évidence. Suite à ces conclusions, un système d'assimilation mieux adapté aux systèmes non-linéaires a été mis en place : le filtre de Kalman d'ensemble. Celui-ci permet d'estimer les statistiques

---

d'erreur de l'ébauche dynamiquement à chaque simulation. Il donne de bons résultats avec les deux jeux d'observations simulées : les scores sur la température et l'humidité sont améliorés significativement tant pour les conditions initiales que pour les prévisions. Les heures de début et de fin sont mieux prévues et les taux de détection et de fausse alarme améliorés. En utilisant des observations réelles, l'amélioration est significative pour les échéances inférieures à quatre heures.

Les filtres à particules sont une méthode de filtrage non-linéaire qui consiste à estimer la densité de probabilité de l'ébauche à partir d'un nombre fini d'ébauches ou particules. Le nombre de particules nécessaire à un bon fonctionnement du filtre varie selon la taille du système et le type de filtre à particules utilisé. Plusieurs études ont montré le potentiel de cette méthode d'assimilation de données, mais aussi les difficultés associées à son implémentation. Un filtre à particule avec sélection génétique a été adapté à la prévision déterministe 1D du brouillard à l'aide du modèle COBEL-ISBA. Les observations ont été assimilées dans une fenêtre d'assimilation au lieu d'un point temporel donné, ce qui maximise leur impact. Ce nouveau type de système d'assimilation donne de bons résultats avec des observations simulées, et ce avec relativement peu de particules.

---

---

# Abstract

Low visibility conditions have a strong impact on airports' traffic. The need exists for accurate forecasts of the beginning and ending hours of these conditions. COBEL-ISBA is a 1D model that was developed to provide short-range forecasts of low visibility conditions. It is used operationally in the three major french airports. As initial conditions are playing a crucial role in the quality of the forecasts, local observations are used within an assimilation scheme to provide an analysis of temperature and humidity. This PhD focused on a diagnosis and optimization of the assimilation scheme of COBEL-ISBA.

The local observations consists of a weather station that provides visibility and ceiling together with 2 m temperature and humidity ; a measurement mast that provides temperature and humidity at 1, 5, 10 and 30 m ; of soil water content and temperature observations and finally of 2 m and 45 m radiative flux observations. The impact of the several kinds of observations on the quality of the initial conditions and forecasts was first assessed. For that, two sets of simulated observations were created. That allowed a better estimation of the role of the various observations as the model error is nonexistent within this framework. The experiments were also carried out with three months of real observations. COBEL-ISBA was shown to work well when using a 10m mast, similar to the ones used in a weather station to measure wind speed and direction, instead of a 30 m one. As the measurement mast is the costliest item of the local observations system, that result allows to envisage the installation of COBEL-ISBA in medium-sized airports. The observations that have most impact on the quality of the forecast of fog events are the ones that help estimate the initial thickness of the cloud layer. Initial cloud thickness influences strongly the dissipation time of fogs. Soil water content observations are also important, as the cooling and heating rates depend on it.

The operational assimilation scheme computes the Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) for temperature and humidity using fixed error statistics for the background. These were diagnosed, using an ensemble, and were shown to follow a marked diurnal cycle, with large variations over the vertical. A significant correlation between temperature and humidity errors in the guess was also diagnosed. These conclusions led to the implementation of an assimilation scheme that is more adapted to non-linear systems : the ensemble Kalman filter (EnKF). This assimilation scheme estimates dynamically the background error statistics for each simulation. It gave good results with simulated observations : errors on initial and forecasted temperature and humidity were significantly reduced. This improvement was reflected in a better forecast of fog events ; the hit and false alarm ratios were both improved as well as the forecast of the beginning and ending time of low visibility conditions. When using real observations, the improvement is significant for forecast

---

hours smaller than four hours.

Particle filters are a family of assimilation algorithms useful for strongly non-linear systems, as no linear or Gaussian hypothesis is needed. On the other hand, they may need a large number of particles to be of use. A particle filter with a genetic selection was adapted to be used within a 1D deterministic framework. Observations were assimilated during a time window instead of at a single point in time, which increased their impact on initial conditions. The interface between COBEL and ISBA was also improved by implementing a simplified version of a particle filter to produce the initial conditions of ISBA. This new assimilation scheme gave good results with both simulated observations. It also worked with relatively few particles, which allows an operational implementation to be envisaged.

---

# Liste des tableaux

1.1	Classement des aéroports français en nombre de passagers . . . . .	2
1.2	Nombre d'évènements LVP par type et par hiver sur l'aéroport de Paris-Roissy. Table extraite de Roquelaure et al. (2009). . . . .	4
4.1	Taux de détection des conditions LVP pour MAST10 et ENKF32_MAST10	135
4.2	Pseudo taux de fausse alarme des conditions LVP pour MAST10 et ENKF32_MAST10 . . . . .	135
5.1	Taux de détection des conditions LVP pour MAST10 et PART50_MAST10	169
5.2	Pseudo taux de fausse alarme des conditions LVP pour MAST10 et PART50_MAST10 . . . . .	170

---





# Liste des figures

1.1	<i>Histogramme présentant la fréquence des conditions LVP en fonction de l'heure UTC, calculé sur les années 2003-2006. Figure extraite de Bergot (2007).</i> . . . . .	5
1.2	<i>Evolution de <math>\theta</math> en K. (à gauche) et du rapport de mélange en eau liquide en kg/kg (à droite), heure par heure : 19h (rouge), 20h (vert), 21h (bleu), 22h (bleu clair). La formation du brouillard intervient entre 19 et 20h dans cet exemple, provenant d'une simulation numérique.</i> . . . . .	8
1.3	<i>Evolution de <math>\theta</math> en K. (à gauche) et du rapport de mélange en eau liquide en kg/kg (à droite), heure par heure : 6h (rouge), 7h (vert), 8h (bleu), 9h (bleu clair). Le soleil se lève entre 6h et 7h dans cet exemple provenant d'une simulation numérique.</i> . . . . .	10
1.4	<i>Description schématique des processus physiques pris en compte par COBEL-ISBA.</i> . . . . .	12
2.1	<i>Diagramme montrant le fonctionnement du système d'assimilation de COBEL-ISBA avec les entrées et les sorties de chaque composant</i> . . .	21
2.2	<i>Variances d'erreur de l'ébauche sur la température en fonction de l'altitude et du réseau, estimées par la méthode NMC en haut et celle des produits croisés en bas, moyenne sur la période du 1/11/2004 au 31/1/2005. Les variances sont calculées dans l'espace modèle pour la méthode NMC et dans l'espace des observations pour la méthode des produits croisés.</i> . . . . .	25
2.3	<i>Variances et covariances d'erreur de l'ébauche sur la température en fonction de l'altitude, moyennées à 6UTC (gauche) et 15UTC (droite), pour la période du 1/11/2004 au 31/1/2005.</i> . . . . .	26
2.4	<i>Etat réel de l'atmosphère (trait continu noir) et analyse (à gauche, en tireté), pour une simulation débutant à 5UTC en haut, à 11UTC en bas. A droite, l'ensemble de 8 ébauches correspondantes (en couleur) et état réel (en noir) de l'atmosphère à 6UTC et 12UTC. Simulations effectuées avec des observations simulées.</i> . . . . .	28

2.5	<i>Corrélations croisées des erreurs de l'ébauche sur la température et l'humidité spécifique en fonction de l'altitude de la température (axe vertical) et de l'humidité spécifique (axe horizontal), moyennées à 6UTC (gauche) et 15UTC (droite), pour la période du 1/11/2004 au 31/1/2005 . . . . .</i>	29
2.6	<i>Diagramme montrant deux cycles prédiction-correction du filtre de Kalman d'ensemble. L'ensemble d'analyses est représenté par les points rouges, tandis que l'ensemble d'ébauches est représenté par les points bleus. . . . .</i>	31
2.7	<i>Diagramme tiré de van Leeuwen (2003) exposant les grandes lignes du filtre à particules. L'étape d'intégration par le modèle et l'étape de pondération sont représentées. . . . .</i>	36
2.8	<i>Diagramme tiré de van Leeuwen (2003) exposant le principe du filtre à particules avec ré-échantillonnage par importance. . . . .</i>	38
2.9	<i>Diagramme tiré de Dahia (2005) exposant le principe de la sélection des particules selon les poids par tirage multinomial . . . . .</i>	40
2.10	<i>Histogramme de fréquence des poids maximaux <math>w_k^{max}</math>, pour deux filtres à particules utilisant 1000 particules. Rééchantillonnage par importance à gauche (utilisé par Snyder et al. en 2008) et sélection génétique à droite (utilisé par Baehr et Pannekoucke, 2009). Système dynamique de Lorentz à 80 dimensions à gauche, 200 dimensions à droite. Données fournies par Christophe Baehr. . . . .</i>	41
3.1	<i>Eau liquide cumulée sur la verticale; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) sur les trois premiers jours de la situation FOG. . . . .</i>	45
3.2	<i>Flux de chaleur latente entre le sol et le premier niveau de l'atmosphère; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. . . . .</i>	46
3.3	<i>Réservoir d'eau liquide de la végétation; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. . . . .</i>	47
3.4	<i>Réservoir d'eau liquide de la végétation; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. Simulations prenant en compte l'assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation. . . . .</i>	48
3.5	<i>Flux de chaleur latente entre le sol et le premier niveau de l'atmosphère; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. Simulations prenant en compte l'assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation. . . . .</i>	49
3.6	<i>Simulation débutant le jour 3 à 11h; eau liquide prévue en fonction de l'échéance et de l'altitude, avant la modification de l'initialisation du réservoir d'eau liquide de la végétation (gauche) et après (droite). . . . .</i>	50

---

4.1	<i>NEAR-FOG, variances d'erreur ALADIN estimée par la méthode des produits croisés, pour la température en <math>K^2</math> (gauche) et pour l'humidité spécifique en <math>g/kg^2</math> (droite), en fonction du réseau. . . . .</i>	79
4.2	<i>Taux de détection (noir) et pseudo-taux de fausse alarme (rouge) des conditions LVP en fonction de l'échéance. Configuration classique (à gauche, statistiques sur 2000 simulations) et modifiée (à droite, statistiques sur 2200 simulations) du système d'assimilation opérationnel.</i>	82
4.3	<i>NEAR-FOG, pourcentage du RMSE de ENKF32_MAST10 par rapport au RMSE de MAST10 (à gauche), et biais de ENKF32_MAST10 moins le biais de MAST10 (droite), pour l'humidité spécifique (haut) et la température (bas). . . . .</i>	132
4.4	<i>Comme la figure 4.3 pour FOG. . . . .</i>	133
4.5	<i>Distribution des fréquences d'erreur sur la prévision de l'heure de début (à gauche) et de fin (à droite) des conditions LVP, pour MAST10 (en haut) et ENKF32_MAST10 (en bas). Simulations effectuées avec la situation FOG. Les valeurs positives indiquent une heure prévue trop tardive. . . . .</i>	134
5.1	<i>Diagramme schématique présentant l'algorithme "trajectorien" du filtre à particules, utilisant une fenêtre d'assimilation. Les observations utilisées pour calculer le poids des particules sont représentées par des croix rouges. . . . .</i>	139
5.2	<i>NEAR-FOG, pourcentage du RMSE de PART50_MAST10 par rapport au RMSE de MAST10 (à gauche), et biais de PART50_MAST10 moins le biais de MAST10 (droite), pour l'humidité spécifique (haut) et la température (bas). . . . .</i>	166
5.3	<i>Comme la figure 5.2 pour FOG. . . . .</i>	167
5.4	<i>Distribution des fréquences d'erreur sur la prévision de l'heure de début (à gauche) et de fin (à droite) des conditions LVP, pour MAST10 (en haut) et PART50_MAST10 (en bas). Simulations effectuées avec la situation FOG. Les valeurs positives indiquent une heure prévue trop tardive. Les biais et écart-types moyens (calculés sans prendre en compte les erreurs supérieures ou égales à 240 minutes) sont indiqués.</i>	168

---



---

# Chapitre 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Enjeux de la prévision des conditions de faible visibilité</b>	<b>2</b>
<b>II</b>	<b>Les différents types de brouillards . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>III</b>	<b>Climatologie du brouillard à Paris-Roissy . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>IV</b>	<b>Processus physiques impliqués dans le cycle de vie du brouillard radiatif . . . . .</b>	<b>4</b>
IV.1	Formation du brouillard . . . . .	5
IV.2	Phase mature du brouillard . . . . .	7
IV.3	Dissipation . . . . .	9
<b>V</b>	<b>Prévision numérique des événements de faible visibilité</b>	<b>10</b>
V.1	Approches tridimensionnelle et unidimensionnelle . . . . .	11
V.2	La chaîne de prévision COBEL-ISBA . . . . .	11
V.3	Importance des conditions initiales . . . . .	13
V.4	Le système d'observations locales . . . . .	13
<b>VI</b>	<b>Objectifs de la thèse . . . . .</b>	<b>14</b>

---

Aéroport de Londres-Heathrow, 21 décembre 2006. Depuis la veille, un épais brouillard stationne sur le site, empêchant le décollage d'environ un millier de vols. La quasi-totalité des vols domestiques et 40 % des lignes moyen-courriers furent touchés par cet épisode historique. Plusieurs dizaines de milliers de personnes restèrent bloquées plusieurs jours à l'aéroport, et cet événement aura coûté pas moins de 50 millions de livres sterling à British Airways. Chaque année, des centaines de vols sont retardés voire annulés à cause des conditions de faible visibilité ; la demande pour des prévisions de conditions de faible visibilité est donc très forte.

---

aéroport	nombre de passagers par an
Paris-Charles de Gaulle	61 millions
Paris-Orly	26 millions
Nice	11 millions
Lyon-StExupéry	7 millions

TAB. 1.1: Classement des aéroports français en nombre de passagers

## I Enjeux de la prévision des conditions de faible visibilité

La prévision du brouillard et des nuages bas est de première importance pour les aéroports. En effet la capacité d'accueil des grands aéroports diminue fortement lorsque la visibilité est trop faible ou le plafond trop bas. Par exemple, à Paris-Charles de Gaulle, les conditions de faible visibilité sont les causes les plus fréquentes du retard des vols. C'est pour cette raison que les sites pilotes pour la prévision du brouillard sont de grands aéroports qui sont les plus gros demandeurs de prévisions précises et fiables.

Chaque aéroport définit des seuils de visibilité et/ou de plafond qui, lorsqu'ils sont atteints, entraînent une modification des cadences de décollage et d'atterrissage. A l'aéroport de Paris-Roissy, en cas de visibilité inférieure à 600 mètres et/ou de plafond inférieur à 200 pieds, une procédure spéciale, appelée LVP<sup>1</sup>, est activée. Ces mesures LVP consistent à augmenter la distance de sécurité entre deux décollages/atterrissages successifs, ce qui amène à replanifier l'organisation des vols, d'où retards voire annulations. La fréquence des décollages et des atterrissages peut être divisée par deux, d'où un coût humain et financier important. Depuis 2005, des bulletins de prévisions des conditions LVP sont produits à Paris-Roissy, et depuis 2007 à l'aéroport de Lyon-Saint Exupéry. Ces bulletins fournissent une prévision jusqu'à 4h à l'avance de l'apparition ou de la disparition des conditions LVP. Cependant, la prévision du brouillard est ardue et nécessite une bonne compréhension physique du phénomène.

Les aéroports français les plus importants, en nombre de voyageurs, sont détaillés dans la table 1.1. Parmi ces quatre aéroports, celui de Nice est peu concerné par le brouillard. Les trois autres sont confrontés régulièrement aux faibles visibilités en saison hivernale.

---

<sup>1</sup>Low Visibility Procedure, procédure en cas de basse visibilité

---

## II Les différents types de brouillards

La définition internationale du brouillard correspond à la présence de nuage entraînant une visibilité inférieure à 1000m. Dans le cadre de ce travail, nous adopterons une définition légèrement différente, correspondant plus aux besoins de l'utilisateur final (les aéroports). Un brouillard sera donc défini par une visibilité inférieure à 600m et/ou un plafond inférieur à 60m. Météorologiquement parlant, cette définition englobe également des nuages très bas de type stratus bien qu'ils ne soient pas en contact avec la surface.

Selon la saison, l'emplacement géographique et le type de temps, on peut être confronté à différents types de brouillards. Les phénomènes mis en jeu ne sont pas les mêmes, ce qui influence également la prévision de leur apparition et de leur disparition éventuelle. Plusieurs classifications des brouillards ont été élaborées, en fonction du mécanisme physique à l'origine de la formation. Tardif et Rasmussen (2007) ont élaboré une classification et un algorithme basé sur les observations synoptiques qui permet de déterminer le type de chaque événement de faible visibilité. Les différents types de brouillard retenus par ces auteurs sont les suivants :

- Le brouillard radiatif, provoqué par le refroidissement nocturne de la surface terrestre,
- le brouillard d'advection, lorsqu'une masse d'air doux et humide est transportée par le vent au-dessus d'une surface continentale froide,
- l'affaissement de stratus, piloté par l'évolution nocturne ou synoptique d'une couche de stratus,
- le brouillard dû à l'évaporation matinale de la rosée et/ou de l'eau à la surface du sol,
- le brouillard de précipitations, provoqué par l'évaporation des précipitations.

Les aéroports sont affectés de façon diverse par ces différents types de brouillard, en fonction de leur emplacement et des types de temps qui prévalent. Les aéroports continentaux tels que Paris-Charles de Gaulle, Paris-Orly et Lyon-St Exupéry sont davantage confrontés aux brouillards de type radiatif et effondrement de stratus.

## III Climatologie du brouillard à Paris-Roissy

COBEL-ISBA est installé sur l'aéroport de Paris-Roissy depuis l'hiver 2002-2003, ce qui permet d'élaborer une climatologie fiable du brouillard sur ce site, en suivant l'algorithme de Tardif et Rasmussen (2007). La table 1.2, tirée de Roquelaure et al. (2009) présente la proportion de chaque type de brouillard pour les hivers 2003-2004 à 2006-2007. Les événements de type affaissement de stratus et brouillard radiatif

---

Nombre d'évènements LVP par hiver et par type						
Hiver	Stratus	Radiatif	Advection	Précipitation	Autre	Total LVP
2003-2004	20	10	13	3	6	<b>52</b>
2004-2005	13	4	6	3	1	<b>27</b>
2005-2006	10	5	6	5	1	<b>27</b>
2006-2007	11	5	6	6	3	<b>31</b>
<b>Total 2003-2007</b>	<b>54</b>	<b>24</b>	<b>31</b>	<b>17</b>	<b>11</b>	<b>137</b>

TAB. 1.2: Nombre d'évènements LVP par type et par hiver sur l'aéroport de Paris-Roissy. Table extraite de Roquelaure et al. (2009).

représentent environ 60% du total d'occurrence des conditions LVP sur les quatre hivers considérés, tandis qu'un évènement LVP sur quatre est une situation de type advectif.

La figure 1.1 montre la fréquence des conditions LVP en fonction de l'heure. Les conditions LVP sont beaucoup plus fréquentes la nuit que le jour, avec un maximum d'occurrence vers 7h UTC, et un minimum à 15h. La fréquence maximale des conditions LVP à Roissy tombe à l'heure où le trafic aéroportuaire est le plus important.

## IV Processus physiques impliqués dans le cycle de vie du brouillard radiatif

Alors que les brouillards d'advection sont essentiellement pilotés par la situation synoptique, de nombreux processus physiques interviennent et interagissent tout au long du cycle de vie du brouillard radiatif. Ces processus interviennent également dans le cycle de vie des brouillards provenant d'affaissement de stratus. La représentation par les modèles numériques des brouillards radiatifs est par conséquent ardue, d'autant plus que ces types de brouillards évoluent à des échelles spatiales et temporelles très petites.

Plusieurs études ont été menées sur le brouillard. Elles reposent sur des campagnes de mesures (Brown et al, 1976 ; Miles et al, 2000) ou des simulations numériques (Nakanishi, 2000 ; Brown et al, 1976, Duynkerke, 1990.). Tous les auteurs s'accordent pour distinguer trois périodes dans la vie d'un brouillard : la formation, la phase mature et la dissipation.



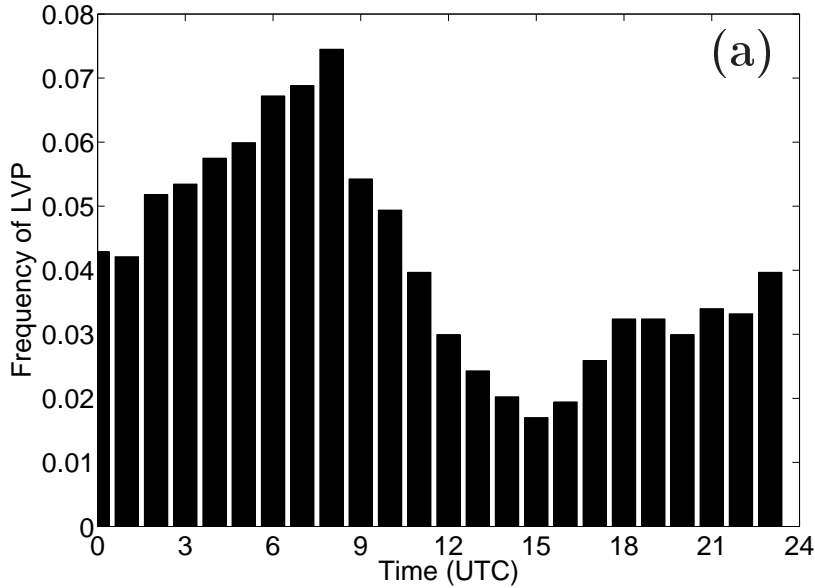


FIG. 1.1: *Histogramme présentant la fréquence des conditions LVP en fonction de l'heure UTC, calculé sur les années 2003-2006. Figure extraite de Bergot (2007).*

## IV.1 Formation du brouillard

### a - rôle du refroidissement radiatif

Le refroidissement radiatif commence en fin d'après-midi, par ciel dégagé, et entraîne un intense refroidissement de la surface de l'ordre de plusieurs degrés en quelques heures, dû à un important déséquilibre radiatif au niveau de la surface. Ce refroidissement se propage aux couches atmosphériques proches du sol. Ceci entraîne, en condition de vent faible, la création d'une forte inversion, diminuant (sans les stopper) les échanges turbulents au sein de la couche limite nocturne. Au cours de la nuit, le déséquilibre radiatif devient moins intense, et le refroidissement radiatif faiblit. Dès que le point de saturation est atteint au niveau du sol, il y a dépôt de rosée sur la surface ou les végétaux. Si le refroidissement radiatif est encore suffisamment intense, il peut ensuite y avoir formation de gouttelettes d'eau dans l'atmosphère. Ceci va conduire à la formation d'une couche de brouillard.

**b - rôle du dépôt de rosée**

Comme nous venons de le voir, le dépôt de rosée a un rôle crucial car il peut assécher les basses couches de l'atmosphère. Ainsi, ce phénomène peut être vu comme un "pilote" dans la formation du brouillard. Pour un taux de refroidissement donné, qui conduit l'atmosphère vers la saturation, si le dépôt de rosée est important, il provoque une perte d'eau dans les couches les plus basses de l'atmosphère et inhibe donc la formation du brouillard. A l'opposé, un dépôt de rosée faible peut faire en sorte que le refroidissement radiatif soit suffisant pour initier la formation du brouillard. Par contre, une fois la couche de brouillard créée et suffisamment dense, le dépôt de rosée faiblit et n'a plus d'influence sur l'évolution de la couche de brouillard.

**c - rôle de la turbulence**

Le transport turbulent de chaleur, d'humidité et de gouttelettes joue un rôle très important dans la formation du brouillard. Cependant, le transport turbulent a un rôle ambigu, car il peut à la fois aider ou nuire à la formation du brouillard. La turbulence a deux origines : thermique ou dynamique. La nuit, lorsque le ciel est clair, l'atmosphère est stable car refroidie par le sol. La production thermique de turbulence est alors nulle. Le transport turbulent dépend donc uniquement de l'intensité du vent. Si le vent est très faible, voire nul, le refroidissement de la surface va être intense, et la saturation sera très vite atteinte au niveau du sol. Cependant ce refroidissement ne pourra pas se propager à l'atmosphère par manque d'échanges turbulents. L'inversion de température va être très marquée et très basse (typiquement une dizaine de degrés sur une couche d'une dizaine de mètres). La saturation ne pourra donc pas se propager verticalement et elle va se traduire principalement par une couche de brouillard très fine et un dépôt de rosée important. Un vent plus important va diminuer le refroidissement de la surface en augmentant les échanges turbulents sur la verticale. Il va par conséquent retarder la saturation. Toutefois, une fois celle-ci atteinte, il va permettre au brouillard de se développer sur la verticale et donc conduire à un brouillard très dense.

**d - rôle de la surface et de la végétation**

Le refroidissement radiatif de la surface va non seulement se transmettre à l'atmosphère, mais aussi se propager dans le sol. Il est bien connu que les conditions de surface modifient les échanges entre le sol et l'atmosphère, et donc influent sur le refroidissement de la surface. Pour les échanges thermiques, les paramètres pilotant

---

les échanges entre le sol et l’atmosphère sont la température et la conductibilité thermique du sol, c’est-à-dire sa capacité à conduire la chaleur. La conductibilité thermique dépend de la nature du sol et de son contenu en eau. Plus un sol est sec, plus sa conductibilité thermique est faible, et donc plus rapidement il se refroidit. En ce qui concerne les échanges hydriques entre le sol et l’atmosphère, il s’agit surtout, en ce qui concerne la formation du brouillard, du dépôt de rosée au cours de la nuit. Un autre facteur à prendre en compte est la présence de végétation et de zones urbanisées, au travers desquelles vont se faire les échanges entre le sol et l’atmosphère. Par exemple, le dépôt de rosée est plus marqué en présence de végétation car le refroidissement de la végétation est plus important que celui du sol.

**e - rôle des processus de méso-échelle**

Les processus détaillés ci-dessus correspondent à des échanges verticaux au sein d’une colonne de l’atmosphère. Il existe également d’autres processus d’échanges sur l’horizontale, liés à la circulation atmosphérique de méso-échelle. Le premier de ces processus concerne les advections de chaleur, d’humidité ou d’eau condensée. Etant donné le profil de vent dans la couche limite nocturne, ces termes advectifs croissent dans les premiers mètres de l’atmosphère. Les advections facilitent donc le développement vertical du brouillard. Un autre facteur important est la présence ou non de nébulosité, qui freine le refroidissement radiatif. Il peut retarder voire empêcher la formation du brouillard.

**IV.2 Phase mature du brouillard**

Le brouillard est souvent perçu à tort comme un phénomène passif, c’est-à-dire comme la conséquence de l’évolution de son environnement mais sans action en retour sur celui-ci. Cependant, une fois formé, le brouillard est un phénomène qui agit de plusieurs façons sur son environnement, comme le montrent les observations issues de campagnes de mesure ainsi que les simulations LES<sup>2</sup> menées par Nakanishi (Nakanishi, 2000). Les phénomènes qui interviennent sont :

- Le refroidissement radiatif au sommet de la nappe de brouillard ;
- La diffusion turbulente ;
- La sédimentation des gouttelettes d’eau condensée, c’est-à-dire leur chute.

La diffusion turbulente à l’intérieur du nuage évolue avec le vent ainsi que la stabilité des basses couches de l’atmosphère. Le refroidissement radiatif au sommet

---

<sup>2</sup>Large Eddy Simulation : simulation avec un modèle à mailles très fines

du brouillard va déstabiliser la couche de brouillard. Alors que la formation intervient par conditions stables, la couche de brouillard devient neutre, voire légèrement instable lors de la phase mature. Les simulations numériques ont permis de mettre en évidence le fait que le refroidissement radiatif prédomine sur le réchauffement par libération de chaleur latente lors de la condensation (Nakanishi, 2000 ; Roach et al., 1976). On peut donc dire que le refroidissement radiatif et l'intensité du vent pilotent le développement vertical du brouillard. L'eau liquide est alors créée au sommet de la couche de brouillard et se propage aux couches inférieures par turbulence et sédimentation.

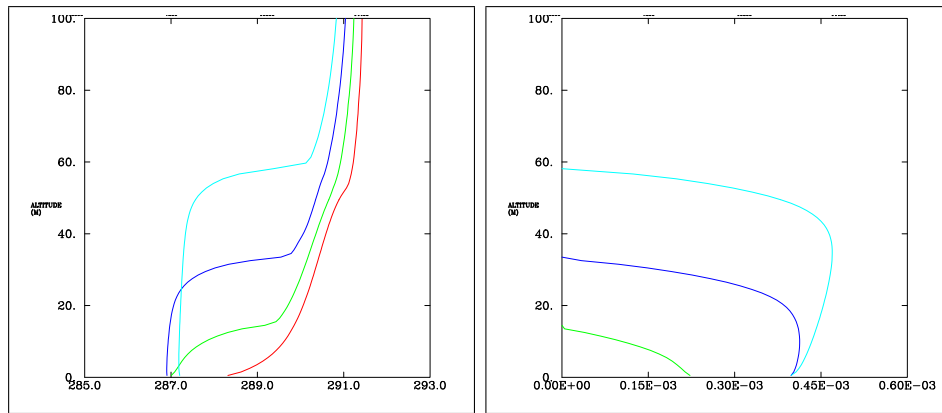


FIG. 1.2: *Evolution de  $\theta$  en K. (à gauche) et du rapport de mélange en eau liquide en kg/kg (à droite), heure par heure : 19h (rouge), 20h (vert), 21h (bleu), 22h (bleu clair). La formation du brouillard intervient entre 19 et 20h dans cet exemple, provenant d'une simulation numérique.*

Les rapports de mélange d'eau liquide rencontrés dans le brouillard varient de 0,1 à 0,5 g/kg (Roach et al., 1976 ; Nakanishi, 2000 ; Gultepe et al., 2006), avec un maximum au niveau de la zone de condensation (cf figure 1.2) . La diffusion turbulente ainsi que la sédimentation par gravitation diffusent l'eau condensée vers le bas. La forte stabilité empêche une éventuelle diffusion au-dessus de la zone de condensation. La vitesse de sédimentation des particules d'eau nuageuse varie en général entre 1,6 et 2,2 cm/s (Bergot et Guedalia, 1994 ; Roach et al., 1976).

La concentration en gouttelettes d'eau nuageuse varie beaucoup, en fonction du nombre et de la nature chimique des noyaux de condensation disponibles. On rencontre des valeurs comprises entre 50 et 300 gouttelettes par  $cm^3$  en milieu maritime, et de 150 à 700 gouttelettes par  $cm^3$  en milieu continental (Miles et al., 2000). Lorsque l'on parle de brouillard en milieu maritime, l'adjectif "maritime" renvoie à l'origine de la masse d'air, et non à la surface. En effet, à cause de la grande inertie

thermique de l'eau, les brouillards de rayonnement ne se forment pas au-dessus de la mer ou au-dessus des lacs (même s'ils peuvent y être advectés).

On remarque souvent des structures de rouleaux perpendiculaires au vent, ou de cellules, au sommet du brouillard. Ces structures sont la signature des tourbillons turbulents présents dans le brouillard. Grâce à des simulations LES, Nakanishi (2000) a pu formuler l'hypothèse que ces structures pourraient être provoquées par des instabilités de Kelvin-Helmholtz, dues au cisaillement à l'interface entre la couche neutre du brouillard et l'atmosphère très stable au-dessus.

### **IV.3 Dissipation**

La dissipation intervient lorsque la turbulence augmente au delà d'un seuil critique. Deux phénomènes peuvent être à l'origine d'une turbulence renforcée ; le renforcement du vent, ou le réchauffement de la surface par le rayonnement solaire. Dans le premier cas, l'évaporation de la couche de nuage est causé par le mélange turbulent, qui détruit l'inversion de température au sommet du brouillard et mélange les couches d'air sec situées au-dessus du brouillard avec les couches saturées du nuage. Dans le second cas, plusieurs phénomènes entrent en jeu.

Après le lever du soleil, le rayonnement solaire influence de deux façons le cycle de vie du brouillard ; par le réchauffement du sol par le réchauffement de la couche de brouillard elle-même. Le rayonnement ondes courtes solaire est en partie réfléchi par la couche de brouillard, dont l'albédo est élevé. Une partie est absorbée, et provoque un lent réchauffement de la couche de brouillard. L'influence de la nature chimique des noyaux de condensation contenus dans les gouttelettes et dans l'atmosphère est importante aussi à ce stade ; elle détermine la quantité d'énergie solaire absorbée par les gouttelettes, ce qui a un impact sur l'heure de dissipation. L'intensité du réchauffement solaire dans la couche brouillard est donc très sensible à la concentration en noyaux de condensation du type "black carbon" ou carbone suie, très absorbants.

Une partie du rayonnement solaire atteint aussi le sol et le réchauffe, ce qui provoque le réchauffement progressif des couches les plus basses de l'atmosphère (cf figure 1.3). Ceci rend l'atmosphère légèrement instable et augmente la turbulence, ce qui accélère l'évaporation par le bas du brouillard. Le réchauffement dépend de la fraction du rayonnement solaire qui atteint le sol et également de la conductibilité thermique du sol. Comme on l'a vu auparavant, le réchauffement est plus important si le sol contient peu d'eau. Il entraîne la déstabilisation de la couche de brouillard et son "décollement" de la surface. D'autre part, le réchauffement du sol entraîne l'évaporation d'une partie de l'eau liquide présente sur la végétation (celle-ci prove-

---

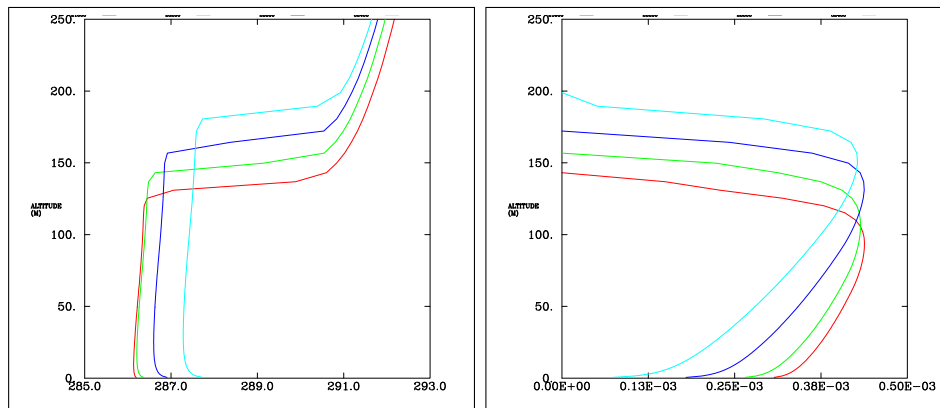


FIG. 1.3: *Evolution de  $\theta$  en K. (à gauche) et du rapport de mélange en eau liquide en kg/kg (à droite), heure par heure : 6h (rouge), 7h (vert), 8h (bleu), 9h (bleu clair). Le soleil se lève entre 6h et 7h dans cet exemple provenant d'une simulation numérique.*

nant le plus souvent du dépôt de rosée). Ceci entraîne un apport de vapeur d'eau dans les basses couches de l'atmosphère et contribue à ralentir la dissipation.

La dissipation peut être complète, ou alors le brouillard peut évoluer en couche de strato-cumulus plus ou moins fractionnée. Ceci dépend de la quantité totale d'eau liquide présente dans le brouillard, et donc de son épaisseur, au moment où le soleil se lève, ainsi que de l'intensité du rayonnement solaire incident.

Au moment de la dissipation, des structures cohérentes peuvent apparaître, de rouleaux au début de cette phase, puis de cellules. Les rouleaux semblent plus ou moins alignés avec le vent (Nakanishi, 2000), au contraire de ceux qui apparaissent avant le lever du soleil. Le même auteur a mis en évidence que la production thermique de turbulence, liée à l'instabilité convective due au réchauffement du sol, est à l'origine à la fois des rouleaux et des cellules. Cette production thermique prédomine nettement sur la production dynamique due au cisaillement de vent quand le vent est faible, ce qui est le cas en situation de brouillard radiatif.

## V Prédiction numérique des événements de faible visibilité

Le brouillard est un phénomène particulièrement difficile à modéliser, car il fait intervenir de nombreux phénomènes physiques de petite échelle. Ces phénomènes

sont étroitement liés et interagissent entre eux, ce qui augmente la complexité du problème.

## V.1 Approches tridimensionnelle et unidimensionnelle

Les modèles 3D de grande échelle ne possèdent en général pas une précision suffisante sur la verticale pour représenter de façon satisfaisante les échanges entre le sol et l'atmosphère et les processus physiques à l'œuvre dans les basses couches de l'atmosphère. En effet, Tardif (2007) a montré l'importance de la résolution verticale dans la représentation des phénomènes physiques qui interviennent dans le brouillard. De ce fait, les simulations 3D de brouillard ne sont en général pas assez fiables pour fournir une aide efficace à la prévision à quelques heures d'échéance de l'apparition et de la disparition des conditions LVP.

Pour pouvoir effectuer des simulations réalistes du brouillard radiatif et/ou d'effondrement de stratus, il convient de gérer très précisément les échanges verticaux au sein d'une colonne atmosphérique. Afin d'obtenir un gain dans la prévision du brouillard, un modèle unidimensionnel, très précis et à haute résolution, permettra de gérer les interactions complexes sur la verticale conduisant à la formation ou non de brouillard. Il convient cependant d'ajouter à ce modèle 1D des termes de forçages de méso-échelle reflétant l'influence de la circulation atmosphérique autour du point concerné. Cette approche a été mise en œuvre dans le modèle COBEL-ISBA, utilisé dans cette étude.

## V.2 La chaîne de prévision COBEL-ISBA

En collaboration entre le laboratoire d'Aérologie de l'Université Paul Sabatier de Toulouse et le CNRM, un modèle 1D spécifique au brouillard a été développé : COBEL<sup>3</sup>. Les caractéristiques principales sont détaillées dans Bergot et Guedalia (1994) et Bergot et al. (2005) et résumées dans la figure 1.4. Elles consistent en :

- Une paramétrisation de la turbulence utilisant une fermeture d'ordre 1.5. La longueur de mélange a été adaptée aux situations de stratification stable (Estournel, 1987) ;
- Une schéma radiatif spectral ondes longues précis, avec 252 bandes spectrales ;
- Une grille verticale très précise sur la verticale : 30 niveaux entre 50 cm et 1360 mètres, dont 20 dans les 200 premiers mètres de l'atmosphère.

---

<sup>3</sup>Code Brouillard à l'Echelle Locale

---

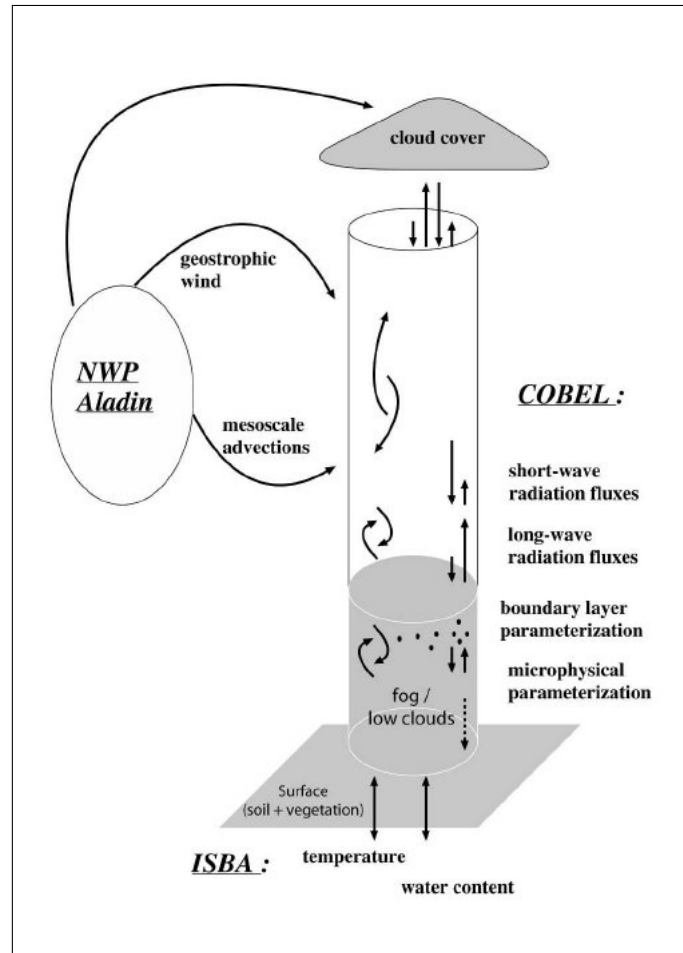


FIG. 1.4: Description schématique des processus physiques pris en compte par COBEL-ISBA.

Ce modèle 1D de couche limite a été couplé au schéma de sol ISBA<sup>4</sup> (Noilhan et Planton, 1989 et Boone, 2000). Celui-ci modélise l'évolution de la température et du contenu en eau dans le sol, ainsi que les échanges thermiques et hydriques entre le sol et l'atmosphère. Le couplage entre COBEL et ISBA est décrit plus en détail dans Bergot et al.(2005).

COBEL-ISBA a été installé en décembre 2002 à l'aéroport de Paris-Charles de Gaulle. Il est utilisé pour la rédaction de bulletins de prévisions des conditions LVP depuis 2005. La chaîne de prévision a également été installée sur les plate-formes aéroportuaires de Lyon-StExupéry en septembre 2007 et de Paris-Orly en octobre 2008.

<sup>4</sup>Interface Sol-Biosphère-Atmosphère



### V.3 Importance des conditions initiales

Les conditions initiales ont un impact important sur la qualité des prévisions des conditions LVP, comme l'ont montré Roquelaure et Bergot (2007). Au cours des trois premières heures de prévision, la qualité des conditions initiales influence directement celle des prévisions, tandis qu'après cela les forçages de méso-échelle jouent aussi un rôle important. COBEL-ISBA utilise des observations locales dans un système d'assimilation afin de produire les profils initiaux de température, d'humidité et d'eau liquide. Bergot et al. (2005) ont en effet montré que la prise en compte d'observations locales est absolument nécessaire pour obtenir des conditions initiales et des prévisions de brouillard fiables. Les conditions initiales doivent représenter le plus précisément possible l'état de la couche limite et du sol, ce qui nécessite d'assimiler des observations locales.

### V.4 Le système d'observations locales

Le système d'observations locales a été conçu pour donner le plus d'informations possibles sur les couches inférieures de l'atmosphère. En situation de brouillard radiatif, ce sont en effet les couches de l'atmosphère au contact avec le sol qui ont le plus d'importance pour la prévision de ce type de brouillard. A l'aéroport de Paris-Charles de Gaulle, le système d'observations locales est constitué de :

- Un mât de mesures qui fournit des observations de température et d'humidité à 1,5, 10 et 30 mètres ;
- Une station météorologique qui fournit température et humidité à 2 mètres, ainsi que pression, visibilité et plafond ;
- Des mesures de température et de contenu en eau du sol à la surface (uniquement pour le contenu en eau du sol) et à 10, 20, 30 et 50 cm sous le sol ;
- Des mesures de flux radiatifs à 2 et à 45 mètres.

Les observations provenant de la station météorologique sont disponibles toutes les 6 minutes ; les autres le sont toutes les 15 minutes. Le système d'observations locales installé à Paris-Orly et à Lyon-StExupéry est identique, sauf pour le mât de mesure qui fournit une observation supplémentaire de température et d'humidité à 45 mètres.

---

## VI Objectifs de la thèse

Le travail se concentrera sur le système d'assimilation et les conditions initiales de COBEL-ISBA. Notre objectif est double : optimiser le fonctionnement du système d'assimilation de COBEL-ISBA, et vérifier s'il est possible de faire fonctionner le modèle avec un système d'observations moins extensif. Ces deux objectifs sont complémentaires, car une amélioration de l'algorithme qui fournit les conditions initiales peut également nous permettre d'utiliser moins d'observations. Améliorer la qualité des conditions initiales revient à améliorer également les prévisions et donc le produit final délivré par COBEL-ISBA, c'est-à-dire la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP.

Nous allons donc commencer par évaluer l'impact des différents composants du système d'observations sur la qualité des conditions initiales et des prévisions de brouillard. Des composants différents interviennent dans la construction des conditions initiales atmosphériques, du sol, et dans l'initialisation des brouillards et nuages bas. Nous allons donc évaluer l'impact de ces différents composants.

D'autre part, nous allons effectuer des diagnostics sur le système d'assimilation opérationnel, afin de vérifier si les hypothèses sur lesquelles il est fondé sont vérifiées. Nous travaillons avec un modèle 1D, ce qui implique que la dimension de l'espace modèle est petite. Les différents objets mathématiques utilisés dans le système d'assimilation sont par conséquent rapides à calculer et à manipuler, ce qui n'est pas le cas avec les modèles 3D. Ceci nous permet de tester différents algorithmes d'assimilation, basés sur des méthodes ensemblistes, qui auraient un coût numérique prohibitif en modélisation tridimensionnelle. En particulier, nous allons adapter, mettre en place et tester deux méthodes d'assimilation adaptées aux systèmes non-linéaires : le filtre de Kalman d'ensemble (EnKF) et une variante du filtre à particules (PF).

Cette thèse traite donc un problème d'assimilation de données. Le premier chapitre rappellera les fondements théoriques de cette discipline, les différents algorithmes existants et leurs applications. Le système d'assimilation opérationnel de COBEL-ISBA sera également présenté en détail. Le chapitre suivant présentera le cadre de travail et les résultats sur l'impact des différents composants du système d'observations locales. Le troisième chapitre est dédié au filtre de Kalman d'ensemble ; nous montrerons les résultats de son implémentation dans COBEL-ISBA. Enfin, le quatrième chapitre présentera les résultats obtenus avec une adaptation du filtre à particules. La conclusion résumera les principaux résultats obtenus au cours de ces trois années de thèse.

---

## Chapitre 2

# Assimilation de données : théorie et mise en œuvre

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Fondamentaux de l'assimilation de données . . . . .</b>	<b>16</b>
I.1	Problématique . . . . .	16
I.2	Meilleur estimateur linéaire non biaisé (BLUE) . . . . .	16
I.3	Estimation des statistiques d'erreur de l'ébauche . . . . .	19
<b>II</b>	<b>Le système d'assimilation opérationnel de COBEL-ISBA .</b>	<b>21</b>
II.1	Analyse de température et d'humidité spécifique . . . . .	22
II.2	Traitement de l'eau liquide . . . . .	23
II.3	Conditions initiales pour ISBA . . . . .	23
II.4	Diagnostic des statistiques d'erreur de l'ébauche pour COBEL-ISBA . . . . .	24
<b>III</b>	<b>Filtre de Kalman-Bucy et filtre de Kalman d'ensemble .</b>	<b>29</b>
III.1	Filtre de Kalman-Bucy . . . . .	30
III.2	Filtre de Kalman étendu . . . . .	30
III.3	Filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	31
III.4	Limitations et problèmes liés au filtre de Kalman d'ensemble	32
III.5	Applications géophysiques du filtre de Kalman d'ensemble	34
<b>IV</b>	<b>Filtres à particules . . . . .</b>	<b>35</b>
IV.1	Algorithme général du filtre à particules . . . . .	35
IV.2	Algorithmes de sélection génétique et ré-échantillonnage par importance . . . . .	38
IV.3	Limitation du filtre à particules . . . . .	39
IV.4	Applications géophysiques du filtre à particules . . . . .	40
<b>V</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>41</b>

---

L'assimilation de données désigne les méthodes et algorithmes utilisés pour produire les conditions initiales des modèles numériques. Des sources d'informations diverses, d'une fiabilité changeante, et toujours incomplètes sont utilisées à cette fin. L'objectif est d'obtenir une représentation, à un instant donné, aussi fidèle et cohérente que possible de l'état de l'atmosphère, qui servira de conditions initiales pour une simulation. Cette représentation doit être à la fois proche de la réalité et compatible avec la dynamique et la physique du modèle. Si la deuxième condition n'est pas vérifiée, le modèle reviendra dès les premiers pas de temps de la simulation à un état de l'atmosphère qui lui convient mieux. Nous exposons dans ce chapitre les fondements de l'assimilation de donnée, ainsi que plusieurs méthodes possibles et utilisées en géophysique. L'accent sera mis sur l'assimilation 1D ; les problèmes spécifiques aux modèles 3D ne seront pas abordés.

## I Fondamentaux de l'assimilation de données

### I.1 Problématique

L'assimilation de données utilise la théorie statistique de l'estimation afin de construire un estimateur de l'état de l'atmosphère, aussi appelé analyse. Pour ce faire, on dispose de deux sources d'informations : les observations et une ébauche, c'est-à-dire une prévision à court terme provenant du cycle d'assimilation-prévision précédent. Les observations ne sont pas parfaites, à cause d'imprécisions dans la mesure. Les prévisions numériques sont soumises à un ensemble d'erreurs que l'on regroupe sous le terme d'erreur modèle. Ces erreurs ont plusieurs causes : résolution trop faible, processus physiques et/ou dynamiques non ou mal pris en compte, numérisation des équations, approximations,....Les deux sources d'informations utilisées n'étant pas parfaites, l'estimateur de l'état initial sera lui aussi approché. Il s'agit donc d'utiliser au mieux ces deux sources d'information, en évaluant et prenant en compte leur imprécision, pour fournir un estimateur de l'état de l'atmosphère, dont l'imprécision peut également être estimée.

### I.2 Meilleur estimateur linéaire non biaisé (BLUE)

On cherche à déterminer un estimateur  $\mathbf{x}^a$  de l'état réel de l'atmosphère  $\mathbf{x}^t$ . Ces deux vecteurs sont de dimension  $n$ , correspondant à la taille de l'espace modèle. On dispose d'une ébauche  $\mathbf{x}^b$ , de la même dimension que  $\mathbf{x}^t$ , et qui peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{x}^b = \mathbf{x}^t + \epsilon^b \tag{2.1}$$

$\epsilon^b$  est le vecteur des erreurs de l'ébauche. Cette ébauche fait office de premier estimateur de  $\mathbf{x}^t$ , que l'on va ensuite améliorer en utilisant les observations. Celles-ci sont désignées par le vecteur  $\mathbf{y}^o$ , de dimension  $p$ . On a alors :

$$\mathbf{y}^o = \mathbf{H}\mathbf{x}^t + \epsilon^o \quad (2.2)$$

$\epsilon^o$  est le vecteur des erreurs d'observation.  $\mathbf{H}$  est la matrice de taille  $p \times n$ , qui permet de passer de l'espace modèle (de dimension  $n$ ) à l'espace des observations (de dimension  $p$ ). Dans le cas d'un modèle 1D, si la dimension de l'espace des observations est inférieure à celle de l'espace modèle (ce qui est généralement le cas) et si les paramètres observés sont les mêmes que ceux qui sont modélisés, cette matrice représente simplement un ensemble d'interpolations qui permet de passer d'une grille verticale à une autre, possédant une résolution moins élevée.

On fait alors les hypothèses suivantes :

- Les erreurs  $\epsilon^o$  et  $\epsilon^b$  sont non biaisées, c'est-à-dire que  $E(\epsilon^o) = 0$  et  $E(\epsilon^b) = 0$  ;
- Les erreurs d'observation et de l'ébauche sont non corrélées entre elles, c'est-à-dire que  $E(\epsilon^o(\epsilon^b)^T) = 0$  et  $E(\epsilon^b(\epsilon^o)^T) = 0$ .

On note  $\mathbf{B}$  la matrice des variances/covariances d'erreur de l'ébauche, qui correspond à  $E(\epsilon^b(\epsilon^b)^T)$ , et  $\mathbf{R}$  la matrice de variance/covariance des erreurs d'observation, qui correspond à  $E(\epsilon^o(\epsilon^o)^T)$ . On définit alors la fonction coût par

$$J(\mathbf{x}^a) = \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^b)}_{\text{distance à l'ébauche}} + \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{H}\mathbf{x}^a - \mathbf{y}^o)^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{x}^a - \mathbf{y}^o)}_{\text{distance aux observations}} \quad (2.3)$$

Cette fonction dépend de la distance entre l'estimateur et l'ébauche ainsi que de la distance entre l'estimateur et les observations ; les distances étant pondérées dans les deux cas par les covariances d'erreur de l'ébauche et des observations. On recherche alors la valeur de  $\mathbf{x}^a$  qui minimise la fonction coût. Ceci revient à calculer l'estimateur qui est le plus proche des observations et de l'ébauche, les deux étant pondérées par leur variances/covariances d'erreur. Pour ce faire, on calcule le gradient de  $J$  par rapport à  $\mathbf{x}^a$  :

$$\nabla_{\mathbf{x}^a} J = \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}^a - \mathbf{x}^b) + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{x}^a - \mathbf{y}^o) \quad (2.4)$$

La valeur de  $\mathbf{x}^a$  qui annule ce gradient est celle qui minimise la fonction coût. On a alors :

$$\mathbf{x}^a = (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1}(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{x}^b + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}^o) \quad (2.5)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{x}^b) \quad (2.6)$$

$$\text{avec } \mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2.7)$$

une fois l'analyse  $\mathbf{x}^a$  connue, on peut estimer la matrice de variance-covariance d'erreur de l'analyse  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} - \mathbf{KHB} \quad (2.8)$$

$\mathbf{x}^a$  est le meilleur estimateur linéaire non biaisé (Best Linear Unbiased Estimator ou BLUE) ou encore estimateur de Gauss-Markov. La matrice  $\mathbf{K}$  est appelée matrice de gain de Kalman, qui détermine à quel point on modifie l'ébauche pour obtenir l'estimateur final  $\mathbf{x}^a$ . Le vecteur  $\mathbf{y}^o - \mathbf{Hx}^b$  représente la différence entre les observations et l'ébauche, exprimée dans l'espace des observations. Il est aussi appelé vecteur d'innovation. La formule (2.6) est à la base des algorithmes d'assimilation de donnée dits "variationnels", comme le 3D-Var et le 4D-Var. Dans le cas des modèles 3D, les matrices en jeu ont une grande taille et ne peuvent être calculées directement. En ce qui concerne les modèles 1D, la taille de l'espace modèle est petite, et celle de l'espace des observations est plus petite encore, ce qui nous permet de manipuler directement tous les vecteurs et matrices qui interviennent dans le calcul du meilleur estimateur linéaire non biaisé.

Les variances-covariances d'erreur d'observation (matrice  $\mathbf{R}$ ) sont en général aisées à obtenir, sauf pour les observations satellites que nous n'utiliserons pas dans le cadre de notre travail. Les variances d'erreur sont fournies par le fabricant du capteur, et l'on fait en général l'hypothèse que les erreurs d'observations sont décorrélées entre elles, c'est-à-dire que l'erreur d'une observation donnée n'a aucun lien statistique avec les erreurs des autres observations. Ceci équivaut à assumer que la matrice  $\mathbf{R}$  est diagonale.

Les variances-covariances d'erreur de l'ébauche (matrice  $\mathbf{B}$ ) sont en revanche beaucoup plus difficiles à estimer. En effet, elles dépendent de l'erreur modèle, qui est mal connue et fluctuante selon le temps et la verticale. D'autre part, les processus physiques et dynamiques intervenant dans le calcul de l'ébauche créent un lien entre les valeurs de l'ébauche aux différents niveaux du modèle. On ne peut par conséquent faire l'hypothèse que les erreurs d'ébauche sont décorrélées entre elles : une erreur à un niveau donné de l'ébauche a un lien statistique plus ou moins fort avec les erreurs aux autres niveaux. Ces mêmes processus relient également entre elles, à des degrés divers, les variables pronostiques du modèle. Par conséquent, on ne peut exclure qu'une erreur sur une variable à un niveau donné ne soit corrélée à une erreur sur une autre variable à un autre niveau. Tout ceci fait qu'obtenir une matrice  $\mathbf{B}$  proche de la réalité est ardu. Cependant, la connaissance de cette matrice est très importante, car elle détermine à quel point on fait confiance à l'ébauche, pour telle variable et tel niveau, dans le calcul de l'estimateur  $\mathbf{x}^a$ . On sait par ailleurs que la matrice  $\mathbf{B}$  est symétrique et définie positive. Le lien statistique entre une erreur sur une variable à un niveau 1 et à un niveau 2 est le même que celui entre une

---

erreur sur la même variable à un niveau 2 et à un niveau 1. Ceci n'est pas forcément vérifié lorsque l'on considère plusieurs variables. En effet, le lien statistique entre une erreur sur une variable à un niveau 1 et celle sur une autre variable à un niveau 2 n'est pas forcément le même que celui entre une erreur sur la seconde variable au niveau 1 et sur la première au niveau 2. Ceci fait que, bien que la matrice  $\mathbf{B}$  soit symétrique, certains des blocs la composant, concernant les covariances croisées entre deux variables, ne le sont pas forcément. Plusieurs méthodes ont été élaborées pour fournir une estimation de la matrice  $\mathbf{B}$ .

### I.3 Estimation des statistiques d'erreur de l'ébauche

Les méthodes d'estimation des statistiques d'erreur de l'ébauche peuvent être divisées en deux familles : celles qui utilisent les différences entre ébauche et observations, et celles qui utilisent un ensemble d'ébauches. Les méthodes basées sur l'innovation permettent de calculer uniquement les variances d'erreur d'ébauche, mais pas les covariances. Les méthodes ensemblistes permettent au contraire d'estimer aussi les covariances. Toutes ces méthodes peuvent également être employées pour estimer les statistiques d'erreur des observations.

#### a - Méthode basée sur les points d'observation

Cette méthode est décrite en détail dans Hollingsworth et Lönnberg (1986). On fait ici l'hypothèse que les erreurs d'observations sont décorrélatées entre elles, et que les erreurs de l'ébauche sont les mêmes aux deux points  $i$  et  $j$ . Cette hypothèse, n'est pas souvent vérifiée ; les variances entre deux points contigus sont cependant souvent assez proches. On calcule alors les covariances  $c_{i,j}^d$  des différences entre les observations et l'ébauche (le vecteur innovation  $\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{x}^b$ )

$$c_{i,j}^d = E[(y_i^o - \mathbf{H}x_i^b)(y_j^o - \mathbf{H}x_j^b)] \quad (2.9)$$

$$= E[(y_i^o - y_i^t + y_i^t - \mathbf{H}x_i^b)(y_j^o - y_j^t + y_j^t - \mathbf{H}x_j^b)] \quad (2.10)$$

$$= E[(y_i^o - y_i^t)(y_j^o - y_j^t)] + E[(y_i^t - \mathbf{H}x_i^b)(y_j^t - \mathbf{H}x_j^b)] \quad (2.11)$$

$$= E[(y_i^t - \mathbf{H}x_i^b)(y_j^t - \mathbf{H}x_j^b)] \quad (2.12)$$

$$= \sigma_b^2 \rho(i, j) \quad (2.13)$$

Où  $\sigma_b^2$  est la variance de l'erreur de l'ébauche, et  $\rho$  une fonction de la distance entre les points  $i$  et  $j$ . On obtient la forme de la fonction  $\rho$  en faisant varier la distance entre les points  $i$  et  $j$ , et en prolongeant la courbe obtenue pour obtenir la valeur lorsque la distance est nulle, on a finalement  $\sigma_b^2$ . On en déduit également

la variance de l'erreur de l'observation  $\sigma_o^2$  au point  $i$  car  $c_{i,i}^d = \sigma_b^2 + \sigma_o^2$ , comme le montre (2.11).

### b - Produits croisés

La méthode des produits croisés est décrite en détail dans Desroziers et al. (2005). Elle consiste à évaluer l'écart de l'ébauche par rapport à l'analyse et aux observations. On a alors :

$$\sigma_b^2 = (\mathbf{H}\mathbf{x}^b - \mathbf{H}\mathbf{x}^a) * (\mathbf{H}\mathbf{x}^b - \mathbf{y}^o) \quad (2.14)$$

$$\sigma_o^2 = (\mathbf{H}\mathbf{x}^b - \mathbf{y}^o) * (\mathbf{H}\mathbf{x}^a - \mathbf{y}^o) \quad (2.15)$$

Les variances d'erreurs doivent ensuite être moyennées sur plusieurs cycles d'assimilation. Il est important de remarquer que l'on obtient les variances d'erreur de l'ébauche dans l'espace des observations et non l'espace modèle. En effet, alors que la matrice  $\mathbf{H}$  permet de passer l'espace modèle à l'espace des observations, il est beaucoup plus complexe de passer de l'espace des observations à l'espace modèle, car  $\mathbf{H}$  est une matrice non carrée et donc non inversible.

### c - Méthode NMC

La méthode du National Meteorological Center (NMC) a été exposée la première fois dans Parrish et Derber (1992). Elle consiste à calculer directement les variances et covariances d'erreur de l'ébauche à partir d'un ensemble constitué par les cycles précédents d'assimilation-prévision. Si  $F$  est la fréquence d'assimilation, et  $M$  l'échéance maximale du modèle, alors au cycle d'assimilation débutant au temps  $t$ , on dispose de l'analyse ; de l'ébauche provenant du cycle d'assimilation précédent, à  $t - F$  ; de la prévision provenant de l'antépénultième cycle d'assimilation, à  $t - 2F$ , et ainsi de suite. On peut ainsi construire de façon simple un ensemble, dit "ensemble du pauvre", qui comporte  $N = \frac{M}{F}$  membres. La matrice  $B$  peut alors directement être calculée par la formule :

$$\mathbf{B} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i^b - \bar{\mathbf{x}}^b)(\mathbf{x}_i^b - \bar{\mathbf{x}}^b)^T \quad (2.16)$$

Cette méthode a été beaucoup appliquée et est efficace pour fournir un diagnostic rapide de la matrice  $B$ .

---



### d - Calcul direct avec un ensemble

Plus récemment, les méthodes ensemblistes, utilisées depuis longtemps en ce qui concerne la prévision, ont commencé à être employées dans le cadre de l'assimilation de donnée (Fischer, 2003). Elles consistent à appliquer différentes perturbations à l'analyse  $\mathbf{x}^a$ , pour obtenir un ensemble de  $N$  analyses. Le modèle transporte et modifie ces perturbations au cours de la prévision à court terme qui produit  $N$  ébauches. La matrice  $\mathbf{B}$  est ensuite calculée directement par la formule (2.16). Cette matrice est alors utilisée dans le calcul de l'analyse non perturbée, tandis que le calcul des analyses perturbées utilise une matrice  $\mathbf{B}$  climatologique. Cette méthode est utilisée depuis 2008 pour calculer les variances et covariances d'erreur d'ébauche "du jour" du modèle 3D ALADIN<sup>1</sup>. Un ensemble de 6 membres est utilisé pour cela, et la matrice  $\mathbf{B}$  ainsi obtenu est ensuite filtrée sur la verticale et l'horizontale.

## II Le système d'assimilation opérationnel de COBEL-ISBA

Le système d'assimilation de COBEL-ISBA est présenté en détail dans Bergot et al. (2005). Il s'agit d'un système d'assimilation en deux étapes, comme le montre la figure 2.1. L'initialisation de ISBA se fait à part.

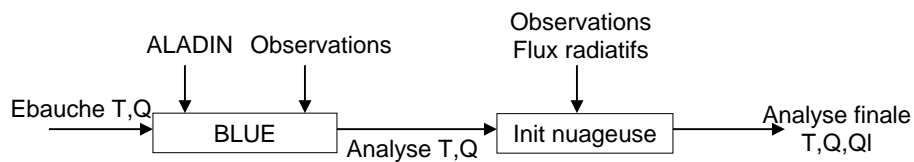


FIG. 2.1: *Diagramme montrant le fonctionnement du système d'assimilation de COBEL-ISBA avec les entrées et les sorties de chaque composant*

Nous allons maintenant détailler chacun des composants du système d'assimilation de COBEL-ISBA.

<sup>1</sup>Aire Limitée, Adaptation Dynamique, Développement International

## II.1 Analyse de température et d'humidité spécifique

Le système d'assimilation calcule tout d'abord le meilleur estimateur linéaire non biaisé pour la température et l'humidité en utilisant une ébauche et des observations. Ces dernières proviennent de deux sources : des observations locales fournies par un système d'observations dédié, et des profils de température et d'humidité spécifique donnés par le modèle ALADIN. En effet, le système d'observation nous informe sur l'état de l'atmosphère en dessous de 30 ou 45m ; la hauteur maximale du domaine de COBEL-ISBA étant de 1360m, il est nécessaire de disposer de données supplémentaires. Les données ALADIN ont été disponibles à une fréquence trihoraire jusqu'en mars 2007 puis à une fréquence horaire ensuite. La fréquence du cycle d'assimilation de COBEL-ISBA est de une heure ; avant mars 2007, les données ALADIN les plus proches de l'heure d'analyse étaient utilisées.

Ces profils ALADIN sont donc traités dans le système d'assimilation comme des observations. Cependant, la confiance accordée à ces "observations" est moins grande que celle accordée aux mesures du système d'observations locales. D'autre part, les covariances d'erreur d'observations seront non nulles en ce qui concerne les profils ALADIN, car une erreur à un niveau du profil est liée aux erreurs des autres niveaux. Au final, la matrice  $\mathbf{R}$  est donc composée de deux parties : une partie pour les observations locales, avec des variances d'erreur faibles et des covariances nulles : une erreur sur une mesure n'est pas liée à une erreur sur les autres. Une autre partie concerne les profils ALADIN, avec des variances plus élevées, et des covariances non nulles. Cette partie des statistiques d'erreur d'observation correspond en fait aux statistiques d'erreurs de prévision de ALADIN. Dans le système opérationnel, les variances de la partie de la matrice  $\mathbf{R}$  correspondant aux profils ALADIN sont fixées sur la verticale et dans le temps à  $2 \text{ K}^2$  pour la température et à  $0,5(\text{g/kg})^2$  pour l'humidité spécifique. Les covariances entre deux niveaux  $i$  et  $j$  sont ensuite calculées à partir des variances, pour chaque niveau, ALADIN en utilisant la formule :

$$\sigma_{i,j}^o = \sigma_{i,i}^o * \exp\left(-\frac{\|z(i) - z(j)\|}{l}\right) * \left(1 + \frac{\|z(i) - z(j)\|}{l}\right) \quad (2.17)$$

Dans cette relation,  $l$  est une longueur de corrélation, fixée arbitrairement à 200m quel que soit le réseau et le niveau. L'hypothèse a été faite que les covariances croisées, c'est-à-dire le lien statistique entre erreurs sur l'humidité spécifique et la température à différents niveaux, sont nulles.

La même méthode a été employée pour construire la matrice  $\mathbf{B}$  des variances-covariances d'erreur de l'ébauche. Les variances d'erreur sont fixées sur la verticale et dans le temps à  $2 \text{ K}^2$  pour la température et à  $0,5(\text{g/kg})^2$  pour l'humidité spécifique. Les covariances sont ensuite calculées avec la formule (2.17). Une longueur de corrélation de 200m est utilisée pour calculer les covariances, constante dans le temps et sur la verticale. Les covariances croisées entre les erreurs de l'ébauche sur

la température et sur l'humidité spécifique sont supposées être nulles.

## II.2 Traitement de l'eau liquide

Le système d'observations locales permet de détecter la présence ou non de brouillard (grâce à la mesure de la visibilité) ou de stratus (grâce à la mesure du plafond), à l'instant du début de la simulation. La présence ou non de nuages a un grand impact sur la prévision, et la façon dont on initialise les brouillards ou nuages bas a une grande influence sur leur cycle de vie simulé. Cependant, les moyens de mesure directe de l'épaisseur d'une couche de nuage depuis le sol, comme le sodar par exemple, sont encore expérimentaux. Pour remédier à ce manque, Bergot et al. (2005) ont mis au point un algorithme utilisant les observations de flux radiatifs à 2 et 45m pour estimer indirectement l'épaisseur de la couche de nuage à l'initialisation.

Cet algorithme consiste à lancer plusieurs simulations utilisant les conditions initiales de température et d'humidité spécifique données par le BLUE, avec différentes hauteurs de la couche de nuage. Les conditions initiales d'humidité spécifiques sont ajustées pour atteindre la saturation dans la couche de nuage. En cas de brouillard, la quantité d'eau liquide de la couche de nuage est fixée arbitrairement à 0,2 g/kg, tandis que pour le stratus, elle est déterminée par la différence entre l'humidité spécifique donnée par une pseudo-adiabatique mouillée et l'humidité spécifique saturante, qui est fonction de la température. Les flux radiatifs simulés à 2 et 45m sont ensuite comparés aux valeurs données par le système d'observations locales, et la hauteur du sommet du nuage qui minimise l'erreur entre les flux radiatifs observés et simulés est retenue. Cet algorithme donne de bons résultats, comme montré dans Bergot et al. (2005).

## II.3 Conditions initiales pour ISBA

Les conditions initiales de ISBA ont également un rôle important. En effet, nous avons vu que la quantité d'eau dans le sol modifie les propriétés thermiques du sol, et par-là les valeurs des flux de chaleurs sensible et latente donnée par ISBA. Ces deux flux influencent la vitesse de réchauffement ou de refroidissement des couches de l'atmosphère en contact avec la surface. L'algorithme mis en place consiste simplement à interpoler les mesures de température et de quantité d'eau du sol sur les niveaux de ISBA. Ces derniers sont à 1, 2, 9, 20, 44, 94 et 164 cm sous la surface. Pour les niveaux les plus bas, il s'agit d'une extrapolation, cependant, étant donnée l'échéance courte des prévisions (8h), ces niveaux ont peu d'impact sur la simulation.

---

Il est important que l'interface entre le sol et l'atmosphère respecte les équilibres du modèle. Ce n'est pas toujours le cas lorsqu'on utilise directement les observations pour initialiser ISBA. Par conséquent, à chaque simulation, les profils de température du sol sont modifiés sur les quatre premiers niveaux, afin que la différence entre la température du premier niveau du sol et celle du premier niveau atmosphérique corresponde à la valeur donnée par les ébauches de COBEL et de ISBA.

## II.4 Diagnostic des statistiques d'erreur de l'ébauche pour COBEL-ISBA

Deux des méthodes présentées dans la partie I.3 ont été appliquées pour élaborer un diagnostic des variances et covariances des erreurs de l'ébauche pour COBEL-ISBA : la méthode des produits croisés et la méthode NMC. Ces diagnostics ont été effectués sur une période de 3 mois de l'hiver 2004-2005 ; du 1er novembre 2004 au 31 janvier 2005. Seuls les diagnostics sur la température sont présentés ici ; les conclusions sont identiques pour l'humidité spécifique.

### a - Estimation des variances

La figure 2.2 présente les variances d'erreur de l'ébauche sur la température en fonction de l'altitude et du réseau, moyennées sur la période du 1/11/2004 au 31/1/2005, calculées par la méthode NMC en haut et celle des produits croisés en bas. La méthode NMC diagnostique un cycle diurne pour les variances dans les basses couches de l'atmosphère. Le maximum de variance près du sol est atteint en fin de nuit ; le minimum en fin d'après midi. Les variances sont plus ou moins constantes quel que soit le réseau entre 100 et 200m de hauteur. Au dessus de cela, les variances sont plus élevées entre 300 et 500m environ. La majorité des stratus prévus par COBEL-ISBA ont un sommet compris entre ces hauteurs. Les stratus, quel quefois à l'origine de conditions LVP par affaissement, sont fréquents au cours de l'hiver. Du fait de l'inversion marquée de température au sommet du nuage, si des membres de l'ensemble utilisé par la méthode NMC prévoient un stratus tandis que d'autres n'en prévoient pas, les variances de température diagnostiquées seront élevées au sommet du nuage.

Les variances d'erreur diagnostiquées par la méthode des produits croisés (figure 2.2 en bas) présentent deux zones bien distinctes. La démarcation entre les observations provenant du système d'observations locales (aux hauteur 1,2,5,10 et 30 m) et celles provenant de ALADIN (hauteurs 20,50,100,250,500,750, 1000 et 1250m) est en effet marquée. Les variances sont plus élevées pour les altitudes correspondant aux observations (1,2,5,10 et 30m), et sont de l'ordre de grandeur des variances estimées

---

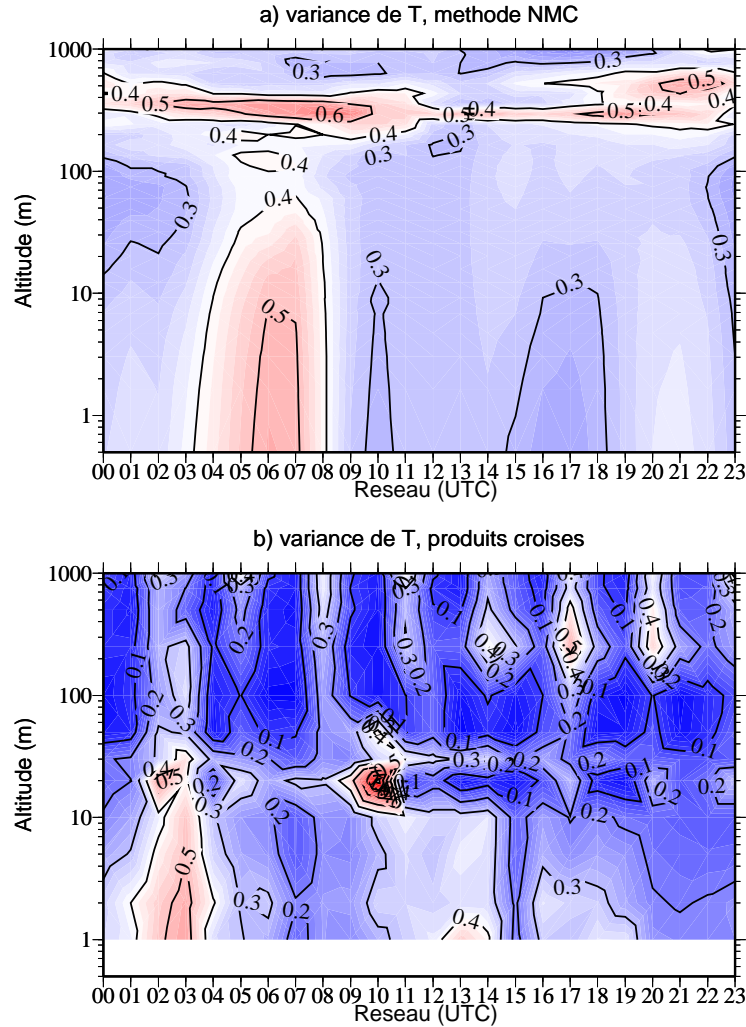


FIG. 2.2: Variances d'erreur de l'ébauche sur la température en fonction de l'altitude et du réseau, estimées par la méthode NMC en haut et celle des produits croisés en bas, moyenne sur la période du 1/11/2004 au 31/1/2005. Les variances sont calculées dans l'espace modèle pour la méthode NMC et dans l'espace des observations pour la méthode des produits croisés.

par la méthode NMC. Aux altitude correspondant aux données ALADIN utilisées, les variances sont petites ; au-delà de 50m elles suivent un cycle trihoraire. Ceci montre qu'au-delà de 50m, l'analyse et l'ébauche de température sont très proches des données ALADIN, ce qui implique que l'impact des observations provenant du système

d'observations locales est faible dans la partie haute du domaine de COBEL-ISBA. Le cycle trihoraire correspond à la fréquence des données ALADIN ; à chaque réseau ALADIN, les profils prévus de température étaient diffusés pour des échéances trihoraires jusqu'en mars 2007. Lorsqu'un nouveau profil ALADIN est utilisé, l'ébauche, et par conséquent l'analyse, sont plus éloignées de celui-ci que pour les 2 cycles d'assimilations précédents, ce qui explique que les variances présentent un maximum cyclique toutes les trois heures.

### b - Estimation des variances et covariances par la méthode NMC

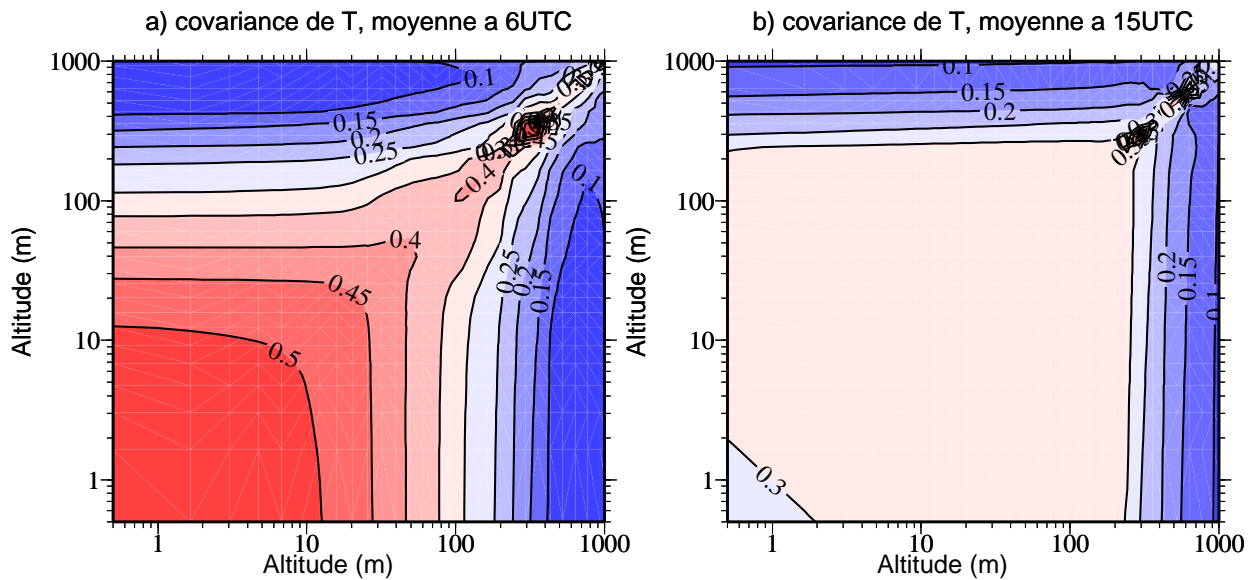


FIG. 2.3: *Variances et covariances d'erreur de l'ébauche sur la température en fonction de l'altitude, moyennées à 6UTC (gauche) et 15UTC (droite), pour la période du 1/11/2004 au 31/1/2005.*

Les simulations COBEL-ISBA vont jusqu'à 8 heures d'échéance, avec une fréquence d'assimilation horaire. L'ensemble d'ébauches utilisé par la méthode NMC aura par conséquent 8 membres. La figure 2.3 présente les covariances d'erreur de l'ébauche sur la température, moyennées à 6UTC et à 16UTC, pour la période du 1/11/2004 au 31/1/2005. Les variances sont sur la diagonale et sont identiques à celles présentées dans la figure 2.2. Cette figure montre que dans la partie basse du domaine, le

cycle diurne sur les variances d'erreur de l'ébauche s'accompagne d'un cycle diurne sur les covariances. La nuit, les variances d'erreur sont plus grandes que le jour ; en revanche, les covariances d'erreur entre deux points du domaine décroissent rapidement avec la distance. Le jour, les covariances sont du même ordre que les variances pour toute la partie du domaine située en dessous de 200m.

L'origine de ce cycle diurne sur les covariances d'erreur se situe dans la stratification différente de l'atmosphère au cours de la nuit et du jour. La nuit, l'atmosphère est généralement stable. Les erreurs sur les conditions initiales se répercutent davantage sur la prévision, ce qui explique que les variances soient plus élevées. Du fait de la stabilité de l'atmosphère, la turbulence est faible dans la partie basse de l'atmosphère. De ce fait, il y a assez peu de corrélation entre une erreur sur l'ébauche à un niveau et une erreur à un autre niveau. Le jour, au contraire, l'atmosphère est soit neutre, soit légèrement instable. Les erreurs sur les conditions initiales ont moins d'impact sur les prévisions et les variances d'erreur de l'ébauche sont moins élevées. La turbulence d'origine thermique est importante, et la corrélation entre les erreurs de l'ébauche à différents niveaux est par conséquent élevée.

La figure 2.4 illustre ce phénomène en présentant deux analyses de température à 5 et 11 UTC à gauche, et les deux ensembles d'ébauches correspondantes à 6 et 12 UTC à droite, l'état réel de l'atmosphère est également tracé. Ces simulations ont été effectuées avec des observations simulées, qui seront définies au chapitre II. Pour la simulation débutant à 5 UTC, l'ensemble d'ébauches présente une variabilité importante entre 10 et 30m. Cette forte variabilité sur la verticale implique que la corrélation entre les erreurs d'ébauche à différents niveaux sera faible. Pour la simulation débutant à 11UTC, les ébauches ont toutes le même comportement sur la verticale, ce qui donnera de fortes corrélations entre les erreurs à différents niveaux.

### c - Estimation des corrélations croisées par la méthode NMC

Le fait de disposer d'un ensemble d'ébauches permet d'estimer les covariances croisées entre erreurs de l'ébauche sur l'humidité et sur la température. Ces covariances s'expriment en  $(g/kg)^2K^2$ , ce qui est peu commode à appréhender. Dans ce paragraphe, nous avons par conséquent préféré présenter les corrélations croisées. La corrélation croisée entre température et humidité est égale au rapport :

$$corr(T, Q) = \frac{cov(T, Q)}{cov(T)cov(Q)}$$

La figure 2.5 présente les corrélations croisées calculées par la méthode NMC sur la période du 1/11/2004 au 31/01/2005 et moyennées à 6 et 15 UTC. Cette figure montre que les corrélations croisées suivent également un cycle diurne, avec des valeurs plus élevées la nuit. Ces valeurs plus élevées sont dues d'une part au fait que

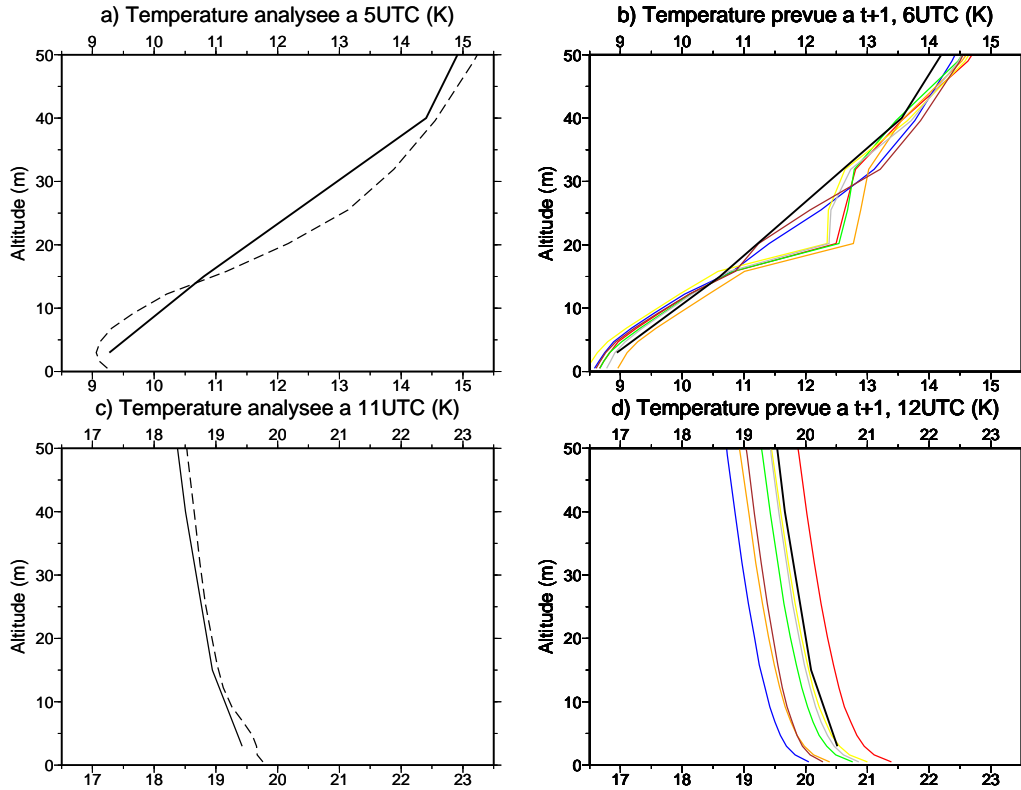


FIG. 2.4: *Etat réel de l'atmosphère (trait continu noir) et analyse (à gauche, en tireté), pour une simulation débutant à 5UTC en haut, à 11UTC en bas. A droite, l'ensemble de 8 ébauches correspondantes (en couleur) et état réel (en noir) de l'atmosphère à 6UTC et 12UTC. Simulations effectuées avec des observations simulées.*

l'atmosphère est stable la nuit, et d'autre part à la fréquence plus élevée d'occurrence de brouillard la nuit. En effet, lorsqu'un brouillard est présent, la corrélation entre les erreurs de l'ébauche sur la température et l'humidité est importante aux niveaux saturés. De jour, les corrélations croisées sont assez faibles ; en atmosphère fréquemment neutre voire légèrement instable, le lien statistique entre erreur sur la température et sur l'humidité est faible.

Les diagnostics de la matrice  $\mathbf{B}$  montrent que celle-ci n'est pas fixe dans le temps, comme assumé dans le système d'assimilation opérationnel. Les longueurs de corrélations varient également grandement sur la verticale et en fonction du réseau, alors que celles-ci sont supposées être constantes sur la verticale et dans le temps



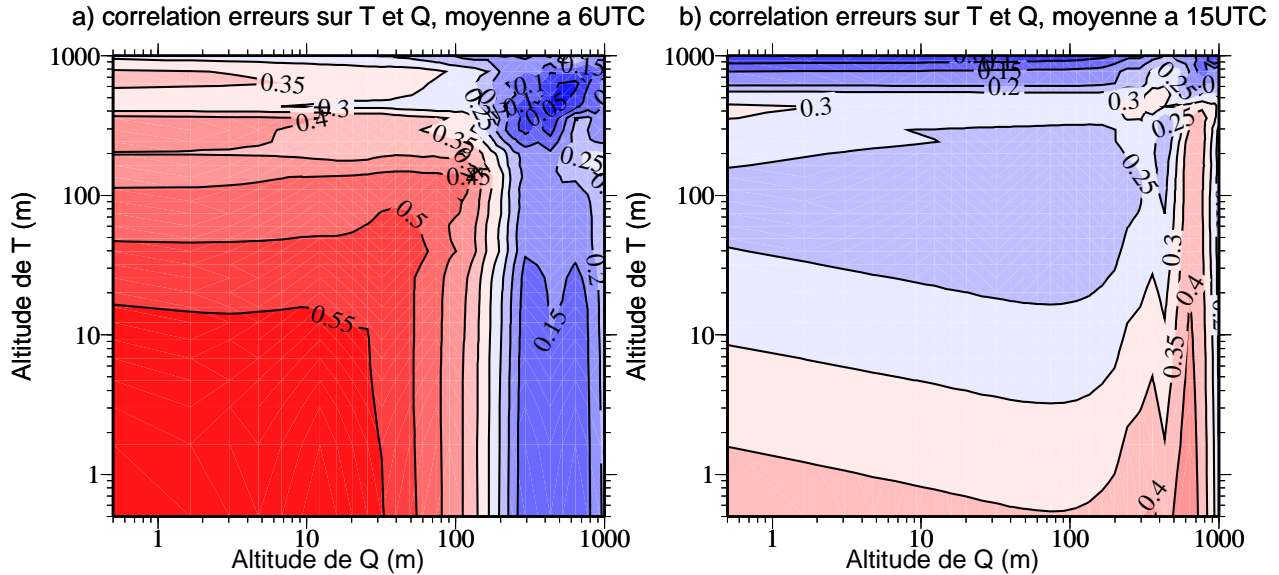


FIG. 2.5: *Corrélations croisées des erreurs de l'ébauche sur la température et l'humidité spécifique en fonction de l'altitude de la température (axe vertical) et de l'humidité spécifique (axe horizontal), moyennées à 6UTC (gauche) et 15UTC (droite), pour la période du 1/11/2004 au 31/1/2005*

dans la configuration opérationnelle. Enfin, les corrélations croisées, non prises en compte dans le système d'assimilation opérationnel, sont loin d'être négligeables pour les réseaux nocturnes.

### III Filtre de Kalman-Bucy et filtre de Kalman d'ensemble

Le premier algorithme mis en place afin d'améliorer les conditions initiales de COBEL-ISBA est le filtre de Kalman d'ensemble, dérivé du filtre de Kalman. Les résultats sont présentés au chapitre 3 ; cette partie présente le filtre de Kalman d'ensemble d'un point de vue théorique.

Le filtre de Kalman-Bucy, introduit par Rudolf Kalman en 1960 et par Kalman et Bucy (1961), est une technique de traitement du signal. Cet algorithme a ensuite été modifié et complété afin d'être utilisé dans le cadre du filtrage et de l'assimilation de données. L'annexe A présente comment le filtre de Kalman s'insère dans la théorie

générale du filtrage.

### III.1 Filtre de Kalman-Bucy

Le filtre de Kalman est un estimateur récursif ou séquentiel. Cela signifie que pour estimer l'état courant, seuls l'état précédent et les mesures actuelles sont nécessaires. L'historique des observations et des estimations n'est ainsi pas requis. Le filtre de Kalman-Bucy consiste en deux étapes : une étape d'intégration dans le temps par le modèle, aussi appelée prédiction, puis une étape de correction lorsque des observations sont disponibles. Si l'on définit un modèle dynamique linéaire  $\mathbf{F}$ , alors l'étape d'intégration peut s'écrire :

$$X_{k+1} = \mathbf{F}X_k \quad (2.18)$$

On fait l'hypothèse que les erreurs d'observation et modèles suivent une loi gaussienne. La matrice de variance/covariance d'erreurs de l'ébauche évolue alors de la façon suivante :

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{B}_k\mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \quad (2.19)$$

La matrice  $\mathbf{Q}$  correspond aux variances/covariance des erreurs du modèle. Ces erreurs modèles sont difficiles à estimer, car elles dépendent des erreurs et approximations de chaque processus physique ou dynamique composant le modèle, de leurs interactions, et aussi des erreurs liées à la non prise en compte dans le modèle de phénomènes physiques modifiant l'état de l'atmosphère. C'est pourquoi la matrice  $\mathbf{Q}$  est souvent négligée. Une fois le modèle et les variances-covariances d'erreur de l'ébauche intégrées, l'étape de correction consiste à employer les observations disponibles pour produire le meilleur estimateur linéaire non-biaisé (équation 2.6).

### III.2 Filtre de Kalman étendu

La plupart des systèmes géophysiques sont non-linéaires, aussi il n'est pas possible d'écrire le modèle sous forme de matrice. On considère le modèle non linéaire :

$$X_{k+1} = \mathbf{f}(X_k) \quad (2.20)$$

Dans ce cas, l'équation d'intégration de la matrice  $\mathbf{B}$  est toujours valide (équation 2.19) ;  $\mathbf{F}$  représente le modèle tangent linéaire de  $\mathbf{f}(X)$ . Le Filtre de Kalman étendu utilise ainsi une approximation linéaire du modèle pour intégrer dans le temps les

---

variances-covariances d'erreur d'ébauche. L'étape de correction est ensuite identique au filtre de Kalman classique. Cette approche fonctionne pour les systèmes faiblement non-linéaires, dont les équations peuvent être facilement linéarisées dans le temps.

### III.3 Filtre de Kalman d'ensemble

Il est en général ardu de construire le modèle linéaire tangent de systèmes fortement non-linéaires tels qu'un modèle 1D de couche limite. Le filtre de Kalman d'ensemble (EnKF) apporte une solution simple à ce problème. Dans cet algorithme, l'étape d'intégration de la matrice  $\mathbf{B}$  est modifiée. Elle consiste à estimer à chaque cycle d'assimilation la matrice  $\mathbf{B}$  à l'aide d'un ensemble d'ébauches ou ensemble d'assimilation (Evensen, 1994 et 2003 ; Burgers, 1998). La différence avec l'algorithme décrit ci-dessus au paragraphe I.3.d est que la matrice  $\mathbf{B}$  estimée à partir de l'ensemble d'ébauches est également utilisée dans le calcul des analyses de l'ensemble.

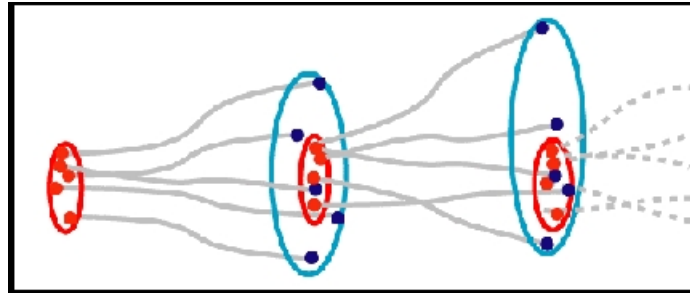


FIG. 2.6: *Diagramme montrant deux cycles prédiction-correction du filtre de Kalman d'ensemble. L'ensemble d'analyses est représenté par les points rouges, tandis que l'ensemble d'ébauches est représenté par les points bleus.*

La qualité de l'estimation de la matrice des variances-covariances d'erreur de l'ébauche, et donc celle du filtre de Kalman d'ensemble, dépendent de la faculté de l'ensemble d'ébauche à couvrir toutes les possibilités. La taille de l'ensemble joue donc un rôle important dans le fonctionnement du filtre de Kalman d'ensemble.

Au fil des années, l'algorithme initial a été raffiné, optimisé, et de nombreuses variantes du filtre de Kalman d'ensemble ont été développées. Une famille de filtres de Kalman d'ensemble est appelée stochastique ou “observations perturbées” (Burgers et al., 1998, Houtekamer et Mitchell, 1998). Pour ce type de filtre de Kalman d'ensemble, les ensembles d'assimilation sont construits par perturbation des observations, qui perturbent en retour les analyses lors de l'étape de correction. Les

observations sont perturbées en utilisant une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type correspondant à l'écart-type des observations.

Une seconde famille, appelée déterministe, consiste à utiliser la moyenne de l'ensemble comme analyse. Cette analyse est ensuite perturbée pour produire un ensemble, les perturbations étant données par la racine carrée de la variance d'analyse  $\mathbf{A}$  (Anderson, 2001 ; Bishop et al., 2001 ; Sakov et Oke, 2008). A cette famille appartient le filtre de Kalman d'ensemble transformé (ETKF) (Bishop et al., 2001), qui applique une transformation aux perturbations de l'ébauche, afin d'obtenir des perturbations de l'analyse qui correspondent exactement à l'écart-type de l'erreur d'analyse, donné par l'équation 2.8. Une adaptation de ce dernier algorithme, le filtre de Kalman d'ensemble transformé local (LETKF) a été développée plus particulièrement pour les modèles 3D ; elle utilise des versions locales de tous les vecteurs et matrices qui entrent en jeu dans l'algorithme, ce qui permet de paralléliser les calculs (Ott et al., 2004 ; Hunt et al. 2007).

### III.4 Limitations et problèmes liés au filtre de Kalman d'ensemble

Le filtre de Kalman d'ensemble est un algorithme attractif car simple et qui s'adapte à l'état de l'atmosphère. Cependant, ses concepteurs furent rapidement confrontés à plusieurs problèmes lors de son implémentation.

#### a - Comportement à l'infini

On pourrait penser que le filtre de Kalman d'ensemble converge vers le filtre de Kalman-Bucy lorsque la taille de l'ensemble tend vers l'infini. Ce n'est malheureusement pas le cas ; comme l'a montré Le Gland (2004), le filtre de Kalman d'ensemble converge vers un processus limite qui n'est pas un processus de filtrage au sens de l'annexe A. La seule exception à ceci est dans le cas d'un système linéaire gaussien, pour lequel le filtre de Kalman d'ensemble tend vers le filtre de Kalman-Bucy.

#### b - Divergence du filtre

Ce problème est lié à un ensemble d'ébauches trop peu dispersif. Cela peut être dû à deux raisons, non exclusives entre elles :

- L'étape de prédiction réduit les perturbations imposées à l'analyse ;
- L'étape de correction est trop peu importante : l'ébauche est à peine modifiée par les observations.

Dans ce cas, la variance d'erreur de l'ébauche, équivalente à la variance de l'ensemble d'ébauches, devient très petite, ce qui fait que les observations ont très peu d'impact sur l'analyse. De la même façon, les perturbations ajoutées aux observations ne modifient que très peu l'analyse, ce qui fait que la variance de l'ensemble d'analyse est encore plus réduite. On parle alors d'effondrement de l'ensemble : tous les membres sont quasiment identiques, ce qui donne une matrice  $\mathbf{B}$  quasiment nulle, et un système d'assimilation qui ignore entièrement les observations.

La plupart des modèles réduisent au cours de la simulation les perturbations imposées à l'analyse car celles-ci étant plus ou moins aléatoires ne sont pas homogènes avec la physique et/ou la dynamique du modèle. Des les premiers pas de temps de l'étape de prédiction, le modèle revient à un état d'équilibre, et les différents états d'équilibre de l'ensemble après une intégration modèle de quel que pas de temps sont en général moins éloignés que les analyses perturbées. Ceci fait que la divergence du filtre de Kalman d'ensemble est un phénomène très répandu.

La solution à ce problème consiste à augmenter artificiellement les variances-covariances d'erreur de l'ensemble. L'hypothèse sous-jacente est qu'augmenter la variance de l'ensemble revient à compenser la taille (toujours insuffisante) de l'ensemble. Plusieurs algorithmes d'inflation de covariances ont été élaborés, en fonction de la variance de l'ensemble, des variances d'erreur d'observation, et de la distance entre la moyenne de l'ensemble et de l'observation (Anderson et Anderson (1999); Anderson (2007 et 2009)). Une autre solution consiste à utiliser deux ensembles d'assimilation (Houtekamer et Mitchell, 1998). Les variances et covariances calculées par un ensemble servent alors dans l'étape de correction de l'autre ensemble.

### c - Rôle de l'erreur modèle

Nous avons vu que l'erreur modèle  $\mathbf{Q}$  intervenait dans l'équation de prédiction des variances d'erreur d'ébauche (Eq.2.19). Or cette erreur est mal connue. Houtekamer et al. (2005) se sont basés sur les variances d'erreur d'ébauche pour tenter d'estimer  $\mathbf{Q}$ . Une autre solution est d'utiliser un ensemble multi-modèles (Meng et al., 2007), lorsque cela est possible.

### d - Localisation

Le problème de localisation désigne des covariances trop grandes et peu réalistes entre des points éloignés (Hamill et al., 2001; Houtekamer et Mitchell, 2001). Ces covariances ne correspondent pas à de réelles corrélations entre les erreurs de l'ébauche entre ces deux points; elles sont au contraire la conséquence de la présence de bruit

---

dans l'ensemble d'ébauche, lorsque celui-ci est de petite taille. Pour remédier à ce problème, on peut soit utiliser un ensemble de plus grande taille, soit multiplier la matrice  $\mathbf{B}$  élément par élément avec une fonction de corrélation à support compact (Hamill et al., 2001), nulle au-delà d'une certaine distance entre deux points.

### e - Hypothèse de gaussianité

Bien que le filtre de Kalman d'ensemble ne requière aucune linéarisation du système dynamique auquel il est appliqué, il est basé sur l'hypothèse que les perturbations et les erreurs d'ébauche et d'observation sont additivement gaussiennes, c'est-à-dire entièrement connues par leur moyenne et leur variance. Le transport de ces perturbations est également censé être linéaire au cours de l'intégration par le modèle, ce qui implique qu'elles restent gaussiennes au cours de l'étape de prédiction. Ceci est loin d'être assuré pour des systèmes fortement non-linéaires tel que COBEL-ISBA. Du fait de ces hypothèses, le filtre de Kalman d'ensemble, bien qu'utile pour les systèmes non-linéaires, n'est pas forcément optimal pour les systèmes fortement non-linéaires.

## III.5 Applications géophysiques du filtre de Kalman d'ensemble

Le filtre de Kalman d'ensemble a été développé au départ pour assimiler des observations afin de produire les conditions initiales de modèles océaniques. Cet algorithme d'assimilation a rapidement été repris par la communauté des modélisateurs atmosphériques. De nombreuses applications expérimentales ont été effectuées, tout d'abord avec des modèles simplifiés (Evensen, 1997; Miller et al., 1999), puis avec des modèles atmosphériques plus complexes. De nombreuses comparaisons ont été effectuées avec les algorithmes variationnels tels que le 3D-VAR et le 4D-VAR (Kalnay et al., 2007; Houtekamer et al., 2005), qui sont très souvent utilisés dans les modèles 3D atmosphériques. Il a été montré en général que le filtre de Kalman d'ensemble est supérieur au 3D-VAR, tandis que ses performances sont comparables au 4D-VAR. Ces résultats dépendent bien sûr de la taille de l'ensemble utilisé pour le filtre de Kalman d'ensemble ainsi que celle de la fenêtre d'assimilation du 4D-VAR.

Bien que de nombreuses expérimentations aient été effectuées, il y a encore relativement peu d'applications opérationnelles du filtre de Kalman d'ensemble à des modèles 3D. Nous pouvons citer Houtekamer et al. (2005) qui ont mis en place cet algorithme au Centre Météorologique Canadien, en utilisant deux ensembles afin d'éviter la divergence du filtre. L'emploi d'un ensemble d'ébauches oblige à consa-

crer de grandes ressources informatiques à cet algorithme dans le cadre de modèles 3D.

Le filtre de Kalman d'ensemble a également été testé sur un modèle 1D de couche limite basé sur WRF<sup>2</sup>, en utilisant des observations simulées (Hacker et Snyder, 2005). Ce travail a montré l'apport d'un filtre de Kalman d'ensemble de type stochastique ou "observations perturbées" pour ce type de modèle.

## IV Filtres à particules

La deuxième méthode pour améliorer les conditions initiales de COBEL-ISBA a été d'adapter un filtre à particules afin qu'il produise des conditions initiales avec un coût numérique raisonnable. Les résultats de la mise en place de cet algorithme sont présentés au chapitre 4; cette partie présente les fondements théoriques du filtre à particules et de la variante qui a été adaptée à COBEL-ISBA.

Les filtres à particules sont basés sur la théorie du filtrage de processus non-linéaires. Cette théorie est présentée en détail dans l'annexe A, qui présente également comment le filtrage non-linéaire s'articule autour de la formule de Feynman-Kac. Cette annexe est inspirée de la thèse de Christophe Baehr (2008).

Le terme "filtre à particules" recouvre une famille d'algorithmes d'assimilation de données très différente de ceux que l'on a vus jusqu'ici. Ces algorithmes ne nécessitent aucune hypothèse de linéarité ou de gaussianité. C'est pourquoi ils représentent une approche prometteuse pour les systèmes fortement non-linéaires. Les filtres à particules sont issus de l'univers probabiliste, cependant il est également possible de les utiliser dans le cadre d'un modèle déterministe.

### IV.1 Algorithme général du filtre à particules

Les filtres à particules sont des filtres séquentiels, comme le filtre de Kalman. En revanche, ils n'utilisent pas la théorie du meilleur estimateur linéaire non biaisé, et l'étape d'intégration est suivie d'une étape de pondération et/ou de sélection, au lieu d'une étape de correction, comme le montre la figure 2.7. Les filtres à particules se différencient entre eux par l'étape de sélection. Pour mieux comprendre l'algorithme du filtre à particules, il faut le considérer sous un angle probabiliste. Soit  $x_k$  une chaîne de Markov (c'est-à-dire que  $x_k$  dépend de  $x_{k-1}$  mais pas de  $x_{k-2}$  ni de

---

<sup>2</sup>Weather Research and Forecasting model

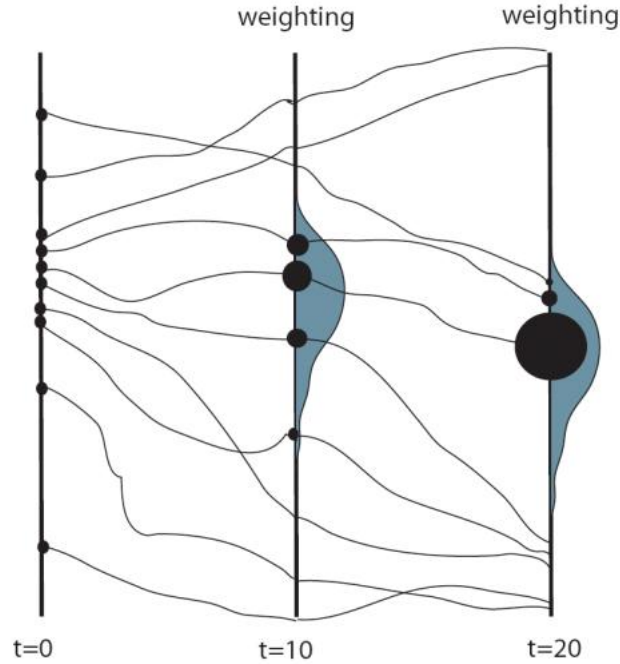


FIG. 2.7: *Diagramme tiré de van Leeuwen (2003) exposant les grandes lignes du filtre à particules. L'étape d'intégration par le modèle et l'étape de pondération sont représentées.*

$x_{k-3}, \dots$ ) désignant les états du modèle dans le temps, et  $y_k$  la suite des observations. Les  $x_k$  et  $y_k$  sont les réalisations particulières des variables aléatoires  $\mathbf{X}_k$  et  $\mathbf{Y}_k$ , avec les probabilités  $p(x_k)$  et  $p(y_k)$ . Le système dynamique non linéaire peut s'écrire :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \mathbf{f}(x_k) + V_k \\ y_k = \mathbf{H}x_k + W_k \end{cases} \quad (2.21)$$

On suppose ici que la relation entre l'espace modèle et l'espace des observations est linéaire, ce qui est le cas dans le cadre de ce travail. Les algorithmes s'écrivent de la même façon si l'on utilise un opérateur non linéaire  $\mathbf{h}$  tel que  $y_k = \mathbf{h}(x_k) + W_k$ . L'objectif du filtrage est d'estimer  $p(x_k | y_1, y_2, \dots, y_k) = p(x_k | y_{1:k})$ . Il existe également des algorithmes trajectoriels qui cherchent à estimer  $p((x_0, x_1, \dots, x_k | y_0, y_1, \dots, y_k))$ . Nous nous concentrerons dans cette partie sur le cas ponctuel. Les hypothèses du filtrage non linéaire, valable pour le filtre à particules, sont :

- Les erreurs d'observation  $W_k$  sont indépendantes des erreurs modèle  $V_k$  ;
- L'état initial  $x_0$  est supposé de densité de probabilité connue et indépendant de  $V_k$  et  $W_k$ .



Le filtre à particules utilise un ensemble d'ébauches  $x_{i,k}, i = 1, \dots, N$ , aussi appelées "particules" ; on fait l'hypothèse que cet ensemble représente  $p(x_k)$  au travers d'une somme discrète :

$$p(x_k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_k = x_{i,k}) \quad (2.22)$$

En appliquant la formule de Bayes, on a alors :

$$p(x_k | y_{1:k}) = \frac{p(y_{1:k} | x_k) p(x_k)}{\int p(y_{1:k} | x_k) p(x_k) dx} \quad (2.23)$$

$$= \sum_{i=1}^N w_{i,k} \delta(x_k = x_{i,k}) \quad (2.24)$$

Les  $w_{i,k}$  sont les poids, qui sont donnés par :

$$w_{i,k} = \frac{p(y_{1:k} | x_{i,k})}{\sum_{j=1}^N p(y_{1:k} | x_{j,k})} \quad (2.25)$$

On appelle  $w_k^{max}$  le poids maximal au temps  $k$ . On définit également la fonction potentiel pour chaque particule par :

$$G_k(x_i) = p(y_{1:k} | x_{i,k}) \quad (2.26)$$

et on a :

$$w_{i,k} = \frac{G_k(x_i)}{\sum_{j=1}^N G_k(x_j)} \quad (2.27)$$

Dans l'expression 2.25, le dénominateur est un facteur de normalisation. Le numérateur est une fonction de la distance entre l'observation  $y_k$  et la particule  $x_{i,k}$ , appelée  $d_{i,k}$ . On suppose cette fonction connue ; celle-ci dépend fortement de la loi de probabilité des erreurs d'observation. L'hypothèse que les erreurs d'observations sont gaussiennes est généralement effectuée ; ce qui implique que les poids seront également une fonction gaussienne de la distance. La distance entre observation et particule est exprimée par la distance de Mahalanobis, qui permet de prendre en compte les variances d'erreur d'observation :

$$d_{i,k} = (y_k - \mathbf{H}x_{i,k})^T \mathbf{R}^{-1} (y_k - \mathbf{H}x_{i,k}) \quad (2.28)$$

Une fois les poids connus, il existe deux façons de construire l'état initial du modèle déterministe. On choisit soit la somme pondérée des particules :  $x_a = \sum_{i=1}^N w_{i,k} x_{i,k}$ , soit la particule qui a le poids le plus important, c'est-à-dire celle qui minimise la distance de Mahalanobis. L'ensemble d'ébauches est ensuite ré-échantillonné. Plusieurs algorithmes existent pour le ré-échantillonnage du filtre à particules. Nous présentons ici l'algorithme dit de "sélection génétique".

## IV.2 Algorithmes de sélection génétique et ré-échantillonnage par importance

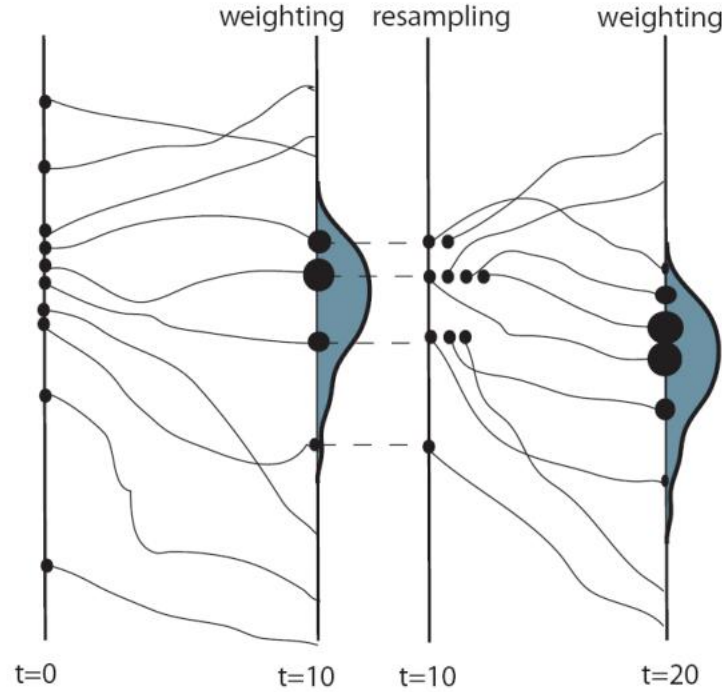


FIG. 2.8: *Diagramme tiré de van Leeuwen (2003) exposant le principe du filtre à particules avec ré-échantillonnage par importance.*

L'algorithme de sélection génétique consiste à ne garder que les particules qui sont proches des observations, et à exclure les autres, comme le montre la figure 2.8. L'algorithme de sélection génétique est appliqué à chaque cycle d'assimilation. Une particule  $i$  sera sélectionnée avec la probabilité  $G_k(x_i)$  ou éliminée avec la probabilité  $1 - G_k(x_i)$ . Del Moral (2004) a montré que la variance d'erreur de l'estimateur donné par le filtre à particules est moindre en utilisant un facteur multiplicatif  $\epsilon_k$  avec le potentiel. La particule  $i$  est alors sélectionnée avec la probabilité  $\epsilon_k G_k(x_i)$  ou éliminée avec la probabilité  $1 - \epsilon_k G_k(x_i)$ . Baehr et Pannekoucke (2009) ont montré que la convergence du filtre nécessite moins de particules en prenant  $\epsilon_k = \frac{1}{\max_i(G_k(x_i))}$ .

Pour sélectionner ou exclure des particules en utilisant les probabilités données par l'algorithme de sélection génétique, on procède à un ré-échantillonnage par importance, qui utilise un tirage multinomial. Afin d'illustrer cette technique, nous reprenons ici l'exemple donné par Dahia (2005). Soit un échantillon de particules  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  auxquelles sont associées les probabilités  $P_i = \epsilon_k G_k(x_i)$ ,  $i=1\dots 5 =$

0,105; 0,26; 0,085; 0,43; 0,12 dont la somme est égale à 1. On génère alors 5 variables aléatoire uniformes, comprises entre 0 et 1,  $u_i, i = 1...5$  ordonnées :  $u_i, i=1...5 = 0,07; 0,27; 0,32; 0,68; 0,88$  que l'on compare avec la somme cumulative des probabilités. Si la variable aléatoire  $u_j$  tombe sur l'intervalle  $[\sum_{i=1}^j P_i, \sum_{i=1}^{j-1} P_i]$ , alors la particule de poids  $w_j$  est sélectionnée. La figure 2.9 montre le principe de cette sélection. Dans cet exemple, on obtient un nouvel échantillon de particules  $x'_i, i = 1...5 = x_1, x_2, x_2, x_4, x_5$ . La particule  $x_2$  a été dupliquée et  $x_3$  a été éliminée. Au final, seules les particules conservées sont ré-échantillonnées afin que l'on ait  $N$  particules après sélection et ré-échantillonnage.

En fonction de leur poids, les particules conservées sont ainsi fréquemment dupliquées. On ajoute un bruit aléatoire aux particules afin de différencier celles qui sont identiques. Cela revient à "épaissir les points". Ce bruit peut s'appliquer à l'analyse ainsi que pendant la simulation qui suit. Les  $N$  particules obtenues à l'issue de ces opérations sont utilisées comme autant d'analyses dans l'étape de prédiction.

### IV.3 Limitation du filtre à particules

Le filtre à particules peut être soumis au phénomène de divergence. Dans ce cas, un très petit nombre de particules, voire une seule particule, est conservé à l'issue de l'étape de sélection, ce qui implique que les particules représentent mal la probabilité  $p(x_k)$ . Une solution à ce problème consiste à augmenter la taille de l'ensemble de particules. Snyder et al. (2008) ont montré, pour un système donné et un type de filtre à particules spécifique, que la taille de l'ensemble pour éviter la divergence trop fréquente du filtre varie de façon exponentielle avec la dimension de l'espace modèle. Cependant, ces résultats dépendent fortement de la méthode de filtrage utilisée et du système dynamique lui-même.

La dépendance du nombre critique de particules nécessaire pour assurer la convergence à la méthode de filtrage est illustrée par la figure 2.10, qui présente deux histogrammes de fréquence des poids maximaux  $w_k^{max}$ . L'un est donné par un filtre à particules avec rééchantillonnage par importance (Snyder et al., 2008), et l'autre par un filtre à particules avec sélection génétique (Baehr et Pannekoucke, 2009), appliqués au système dynamique de Lorentz (1996). Le filtre à particules est divergent si son poids maximal  $w_k^{max}$  est quasiment égal à 1, car cela implique que tous les autres poids sont quasi-nuls. Les deux variantes du filtre à particules utilisent 1000 particules, mais la taille de l'espace modèle est de 80 pour le rééchantillonnage par importance et de 200 pour la sélection génétique. On peut voir que malgré la taille de l'espace modèle plus élevée, le filtre à particules avec sélection génétique converge (les poids ne sont que rarement presque égaux à 1), tandis que le rééchantillonnage

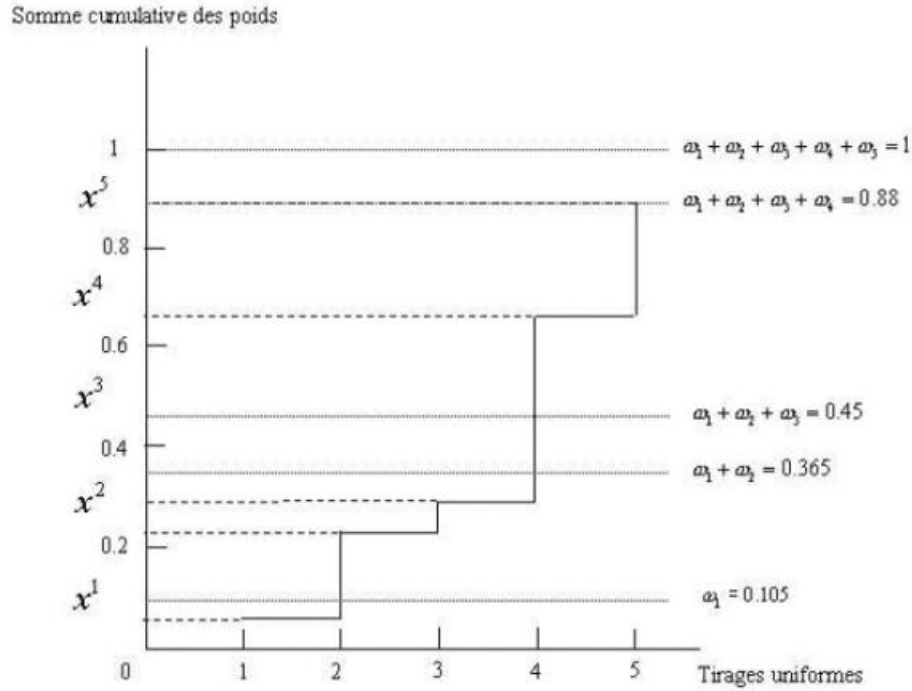


FIG. 2.9: *Diagramme tiré de Dahia (2005) exposant le principe de la sélection des particules selon les poids par tirage multinomial*

par importance diverge dans quasiment 20% des cas.

Une autre solution au problème de dimensionalité consiste à "guider" les particules à l'aide d'un filtre de Kalman d'ensemble appliqué à chaque ébauche (Pham, 2000 et Leeuwen, 2009 par exemple).

#### IV.4 Applications géophysiques du filtre à particules

Le filtre à particules a besoin d'un nombre de particules adapté à la dimension du système dynamique considéré afin d'assurer la non-divergence. Ceci explique qu'aucun modèle numérique de prévision du temps n'utilise cet algorithme de façon opérationnelle, étant donné les coûts de calculs faramineux que cela impliquerait.

Néanmoins, quel que soient les expérimentations ont été effectuées avec des modèles sim-

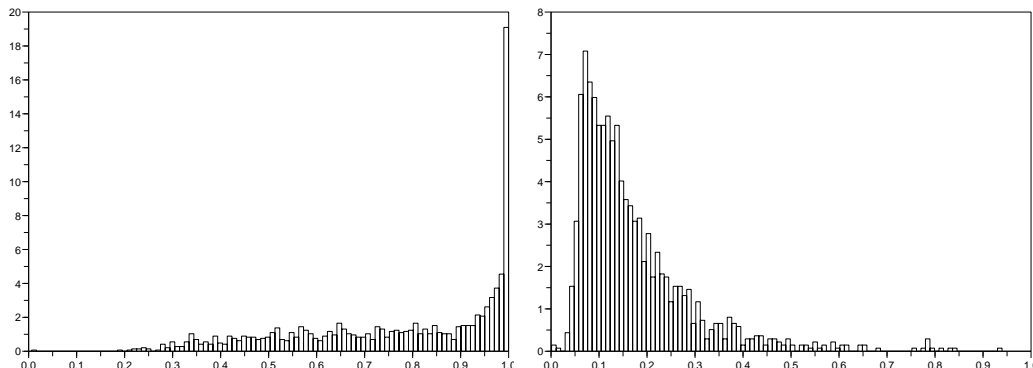


FIG. 2.10: *Histogramme de fréquence des poids maximaux  $w_k^{max}$ , pour deux filtres à particules utilisant 1000 particules. Rééchantillonnage par importance à gauche (utilisé par Snyder et al. en 2008) et sélection génétique à droite (utilisé par Baehr et Pannekoucke, 2009). Système dynamique de Lorentz à 80 dimensions à gauche, 200 dimensions à droite. Données fournies par Christophe Baehr.*

plifiés d'écoulement (Baehr et Pannekoucke, 2009), ou avec un modèle quasi-géostrophique à 5 niveaux verticaux (van Leeuwen, 2003) ou avec un modèle 1D (Klaas et al., 2005). Ces expérimentations ont montré le potentiel du filtre à particules. Toutes montrent le besoin d'adapter la stratégie de filtrage à la dynamique considérée. Les filtres à particules sont multiples. Ils ne peuvent s'utiliser comme une recette miracle, infallible dans tous les cas, comme peut l'être le filtre de Kalman d'ensemble dans le cas linéaire gaussien.

## V Conclusions

De très nombreuses méthodes existent pour déterminer les conditions initiales d'un modèle numérique. La méthode la plus adaptée dépend du degré de non-linéarité de ce modèle, ainsi que de la validité des hypothèses faites par les différents algorithmes, comme la gaussianité des erreurs par exemple. Il est ardu de connaître a priori la réponse à la question "Quel est le système d'assimilation optimal pour le modèle numérique que j'utilise ?".

Le système de prévision COBEL-ISBA est fortement non-linéaire. En effet, la modélisation du brouillard met en jeu de nombreux processus à seuils et des interactions entre plusieurs paramétrisations physiques. Le développement et l'utilisation d'un modèle tangent linéaire sont de ce fait plus complexes que pour des modèles plus

”continuus“. Ceci rend problématique l’emploi de plusieurs méthodes d’assimilation telles que les algorithmes variationnels.

Cependant, le fait de travailler avec un modèle 1D nous donne une grande facilité d’expérimentation. Les temps de calcul sont courts, ce qui permet d’envisager sans frayeur des méthodes ensemblistes pour déterminer les conditions initiales. D’autre part, la dimension de l’espace modèle est petite, ce qui nous permet de calculer explicitement, de multiplier et d’inverser sans problèmes tous les matrices et vecteurs qui interviennent dans les algorithmes d’assimilation de données. Ces deux avantages importants vont nous permettre de mettre en place et de tester deux algorithmes d’assimilation de données. L’un est en train de devenir classique (mais cependant peu utilisé opérationnellement pour des raisons de coût numérique) : le filtre de Kalman d’ensemble. L’autre a été jusqu’ici rarement utilisé pour des applications géophysiques, et encore moins dans un cadre pré-opérationnel : il s’agit d’une adaptation du filtre à particules avec sélection génétique.

---

---

## Chapitre 3

# Sensibilité de COBEL-ISBA au système d'observations locales

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Observations simulées . . . . .</b>	<b>44</b>
I.1	Simulation avec des observations parfaites . . . . .	45
I.2	Assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation dans ISBA . . . . .	48
<b>II</b>	<b>Résultats . . . . .</b>	<b>49</b>
II.1	Résumé des résultats . . . . .	52
II.2	Article . . . . .	54
<b>III</b>	<b>conclusion . . . . .</b>	<b>75</b>

---

Ce chapitre est dédié à l'évaluation de l'impact sur les conditions initiales et sur les prévisions de brouillard de chaque composant du système d'observations locales. Pour rappel, le système d'observations locales de référence est celui installé à l'aéroport de Paris-Charles de Gaulle, qui est constitué de :

- Un mât de mesures qui fournit des observations de température et d'humidité à 1,5, 10 et 30 mètres ;
- Une station météorologique qui fournit température et humidité à 2 mètres, ainsi que pression, visibilité et plafond ;
- Des mesures de température et de contenu en eau du sol à la surface (uniquement pour le contenu en eau) et à 10, 20, 30 et 50 cm sous le sol ;
- Des mesures de flux radiatifs à 2 et à 45 mètres.

Une grande partie de ce travail a utilisé des observations simulées. Les conclusions ont été ensuite confirmées en utilisant des observations réelles.

---

## I Observations simulées

Les observations simulées sont souvent employées pour tester des schémas d'assimilation. En effet, elles permettent d'éliminer l'erreur modèle, car les observations et les simulations sont le résultat des mêmes processus physiques et/ou dynamiques. De ce fait, l'hypothèse que la matrice  $\mathbf{Q}$  des erreurs modèle est nulle est automatiquement vérifiée. L'état initial et la prévision dépendent alors uniquement de la quantité et de la qualité des observations utilisées. Ceci permet de mieux mettre en évidence les performances d'un système d'assimilation donné, en fonction des observations avec lesquelles on l'alimente.

L'emploi d'observations simulées présente également d'autres avantages. Grâce à cette méthode, on a en effet accès à l'état "réel"  $\mathbf{x}_t$  de l'atmosphère, qui est seulement approché lorsque l'on utilise des observations réelles. On peut alors évaluer directement l'écart des prévisions ou des conditions initiales à l'état réel de l'atmosphère, qui est connu sur tout le domaine du modèle. Un autre avantage est la possibilité de créer des observations qui n'existent pas dans le cas réel. Dans notre cas, on a pu ainsi créer des observations provenant d'un sodar, donnant l'épaisseur de la couche de brouillard ou de stratus. Enfin, cette méthode présente une grande flexibilité, car on peut générer des observations pour tout type de situation que l'on désire étudier.

Une simulation de référence est réalisée et représente l'état réel de l'atmosphère. Des observations parfaites sont dérivées de cette simulation ; on génère ainsi des observations provenant du mât de mesure, des observations du sol, de la station météorologique et des capteurs de rayonnement, ainsi que des profils ALADIN. D'autre part, un jeu d'observations perturbées est également créé en ajoutant des perturbations à la simulation de référence. On dispose ainsi d'observations parfaites et perturbées. Les perturbations ajoutées à la simulation de référence sont des réalisations aléatoires de lois gaussiennes de moyennes nulles et de variances correspondant aux variances d'erreur des observations que l'on veut générer. Ainsi, les observations simulées du mât seront plus proches de l'état réel de l'atmosphère que les profils ALADIN que l'on aura générés.

Les perturbations ajoutées à la simulation de référence sont indépendantes entre elles, et ce même pour les profils ALADIN simulés. Par conséquent, les erreurs d'observation correspondant à ces profils simulés sont également indépendantes ; la matrice  $\mathbf{R}$  correspondant aux statistiques d'erreur des "observations" simulées ALADIN sera diagonale lorsque l'on utilisera des observations simulées.

Deux jeux d'observations simulées de 15 jours ont été créés. La première a été nommée NEAR-FOG (voir figure 1 de l'article) ; elle correspond à des situations de



ciel clair et de brouillards peu épais et est idéale pour étudier le comportement du modèle lors des phases de refroidissement radiatif et de formation de brouillards radiatifs. La seconde, appelée FOG (voir figure 7 de l'article), comporte de nombreux brouillards et stratus épais. Elle a été créée afin d'étudier l'effet des observations dans le cas de brouillards bien développés. Ces deux situations sont décrites en détail dans l'article "Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system" publié au Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.

Avant toute chose, il convient de procéder à des simulations en utilisant les observations simulées parfaites. Le but est de vérifier que le modèle reste très proche de l'état réel de l'atmosphère. En effet, avec des observations simulées, la seule source d'erreur provenant des observations (ou de l'indisponibilité de celles-ci), on doit pouvoir simuler l'atmosphère de manière réaliste et retrouver l'état réel lorsque l'on travaille avec des observations parfaites.

### I.1 Simulation avec des observations parfaites

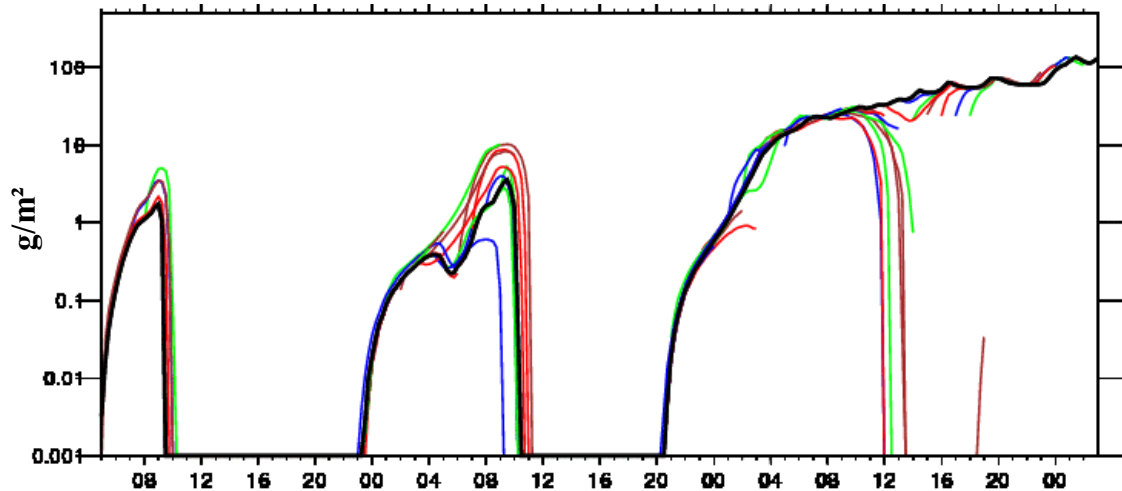


FIG. 3.1: *Eau liquide cumulée sur la verticale ; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) sur les trois premiers jours de la situation FOG.*

La figure 3.1 montre l'état réel de l'atmosphère et les simulations, pour l'eau liquide cumulée sur la verticale et les trois premiers jours de la situation FOG. Les deux premiers cycles de vie simulés du brouillard sont proches de l'état réel. Cependant, on peut voir qu'il existe un problème important dans la simulation du troisième cycle de vie du brouillard. Pour plusieurs simulations, il y a dissipation

intempestive du brouillard, alors qu'en réalité, la couche reste épaisse. La figure 3.2 présente le flux de chaleur latente LE simulé par les runs du jour 3 débutant entre 9 et 12 heures, ainsi que sa valeur "réelle". Les simulations sous-estiment fortement les valeurs de LE, surtout entre 9 et 13 heures. Les valeurs initiales de flux de chaleur latente sont très faibles, situées entre 0 et 2 W/m<sup>2</sup>, tandis que les valeurs réelles entre 9 et 14 heures varient entre 10 et 30 W/m<sup>2</sup>. Le flux de chaleur latente "réel" correspond à une évaporation de l'eau du sol, qui fournit de l'humidité aux basses couches de l'atmosphère et empêche ainsi l'atmosphère de beaucoup s'assécher après le lever du soleil. Ce phénomène est à l'origine de la non-dissipation observée du brouillard. Comme cette source d'humidité supplémentaire dans les basses couches de l'atmosphère est mal prise en compte lors des cycles d'assimilation-prévision, ceux-ci simulent à tort la dissipation rapide du brouillard.

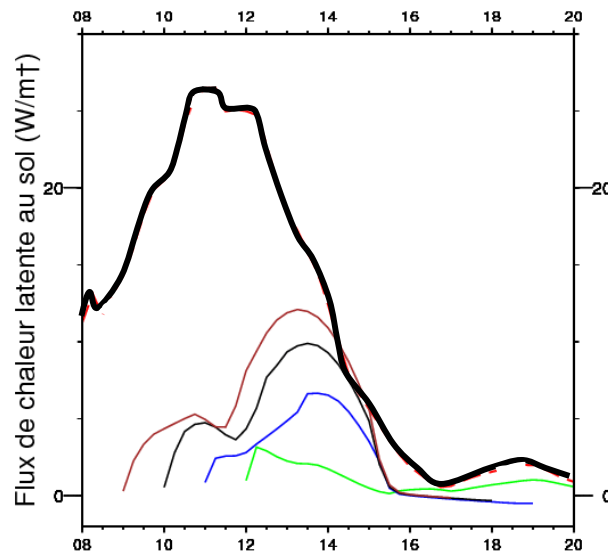


FIG. 3.2: Flux de chaleur latente entre le sol et le premier niveau de l'atmosphère ; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h.

Il semble donc qu'il y ait un problème sur les valeurs initiales et prévue du flux de chaleur latente entre le sol et le premier niveau de l'atmosphère. L'origine de ce problème réside forcément dans les conditions initiales de ISBA, car l'erreur modèle est inexistante lorsque l'on utilise des observations simulées et des observations parfaites sont utilisées pour initialiser les profils initiaux de température et d'humidité spécifique dans l'atmosphère, et de température et de contenu en eau du sol. Le flux de chaleur latente initial dans ISBA provient de plusieurs sources :

- La sublimation de glace contenue dans le sol ;
- L'évaporation d'eau contenue dans le sol ;

- L'évaporation de la neige présente sur la canopée ;
- L'évaporation d'eau présente sur la canopée ;
- L'évapotranspiration des végétaux.

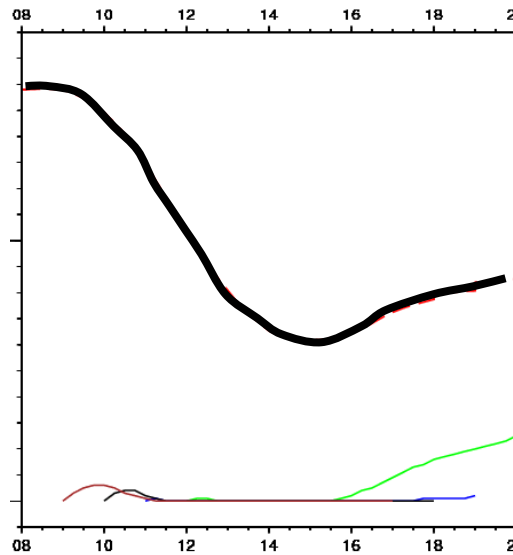


FIG. 3.3: *Réservoir d'eau liquide de la végétation ; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h.*

Dans cette liste, pour les simulations qui nous intéressent, les sources provenant de la neige et de la glace sont nulles car la température est largement au-dessus de zéro. L'évapotranspiration est faible, ainsi que l'évaporation d'eau dans le sol. En effet, le sol est alors relativement sec, avec des valeurs de contenu en eau autour de 0,1 kg/kg en surface. Le fait qu'une couche de brouillard soit présente à l'initialisation limite l'impact du rayonnement solaire au sol. La plus grande partie du flux de chaleur latente le jour 3 entre 9 et 13h est due à l'évaporation de l'eau présente sur la canopée. Celle-ci dépend de l'humidité du premier niveau atmosphérique, ainsi que du réservoir d'eau liquide de la végétation. L'humidité atmosphérique est correctement initialisée, grâce aux observations parfaites utilisées lors de l'assimilation de données atmosphériques. La figure 3.3 présente l'état réel du réservoir d'eau liquide de la végétation, ainsi que les valeurs initialisées et prévues par les simulations débutant le jour 3 entre 9 et 12h. L'état réel suit un cycle diurne marqué car le réservoir d'eau liquide de la végétation est plus important la nuit, lorsqu'il est alimenté par le dépôt de rosée. Le jour, ce réservoir diminue fortement à cause de l'évaporation : sa valeur est divisée par deux entre 9 et 14h.

En ce qui concerne les simulations, le réservoir d'eau liquide de la végétation

est initialisé arbitrairement à une valeur nulle, car il n'est pas observé. De ce fait, au cours de la phase de décroissance de ce réservoir pendant la matinée du jour 3, le contenu simulé de celui-ci demeure nul. La simulation débutant à 12h présente un taux de croissance du réservoir d'eau liquide de la végétation proche de l'état réel, mais partant d'une valeur nulle. Ceci montre bien que le problème réside dans l'initialisation de ce réservoir, et non dans sa modélisation, puisque les mécanismes physiques à l'origine de son évolution sont les mêmes pour les observations et pour les simulations. Le réservoir d'eau liquide de la végétation n'est pas pris en compte dans l'assimilation de donnée opérationnel de COBEL-ISBA ; il est automatiquement initialisé à une valeur nulle lors de chaque simulation. Nous allons maintenant voir comment obtenir une meilleur initialisation de ce paramètre.

## I.2 Assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation dans ISBA

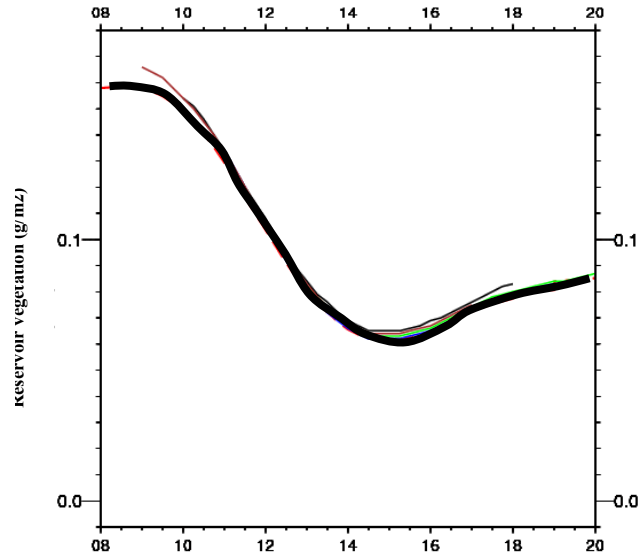


FIG. 3.4: *Réservoir d'eau liquide de la végétation ; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. Simulations prenant en compte l'assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation.*

La principale difficulté de l'assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation réside dans le fait qu'il n'existe aucune observation, directe ou indirecte, de ce paramètre. Par conséquent, nous sommes obligés d'utiliser la valeur donnée par l'ébauche. La figure 3.4 présente les valeurs initiales et prévues, ainsi que l'état réel,

du réservoir d'eau liquide de la végétation, après la modification de l'initialisation de ce réservoir. Les valeurs initiales et prévues sont beaucoup plus proches de l'état réel que précédemment. Cette amélioration se répercute sur les valeurs du flux de chaleur latente initiales et prévues (figure 3.5). Les simulations utilisant des observations parfaites sont maintenant très proches de l'état réel de l'atmosphère.

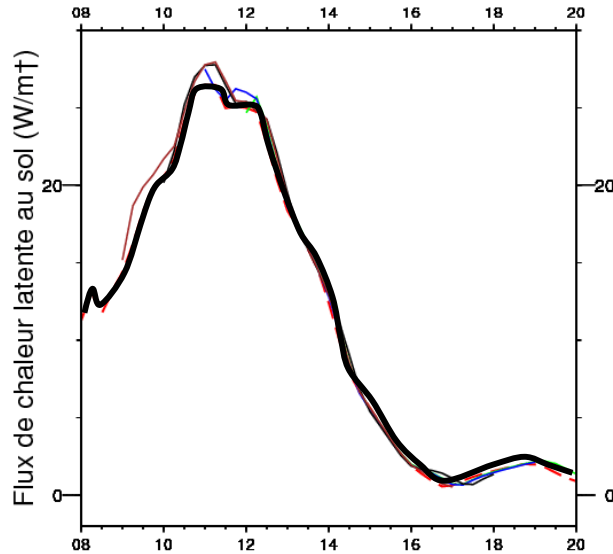


FIG. 3.5: Flux de chaleur latente entre le sol et le premier niveau de l'atmosphère ; état réel (ligne noire) et simulations (en couleur) du jour 3 de 9 à 12h. Simulations prenant en compte l'assimilation du réservoir d'eau liquide de la végétation.

La figure 3.6 présente l'impact de la modification pour une simulation particulière. Les plus grandes valeurs du réservoir d'eau liquide de la végétation après modification entraînent une augmentation du flux de chaleur latente, qui empêche la dissipation du brouillard. Ce réservoir d'eau a un impact important sur les simulations uniquement pour quelques situations particulières, en matinée après le lever du soleil lorsque du brouillard est présent. Pour les autres simulations, comme le montre la figure 3.1, il a peu d'impact sur les simulations.

## II Résultats

L'objectif de l'évaluation de l'apport de chaque composant du système d'observations locales est de déterminer s'il est possible de faire fonctionner la chaîne

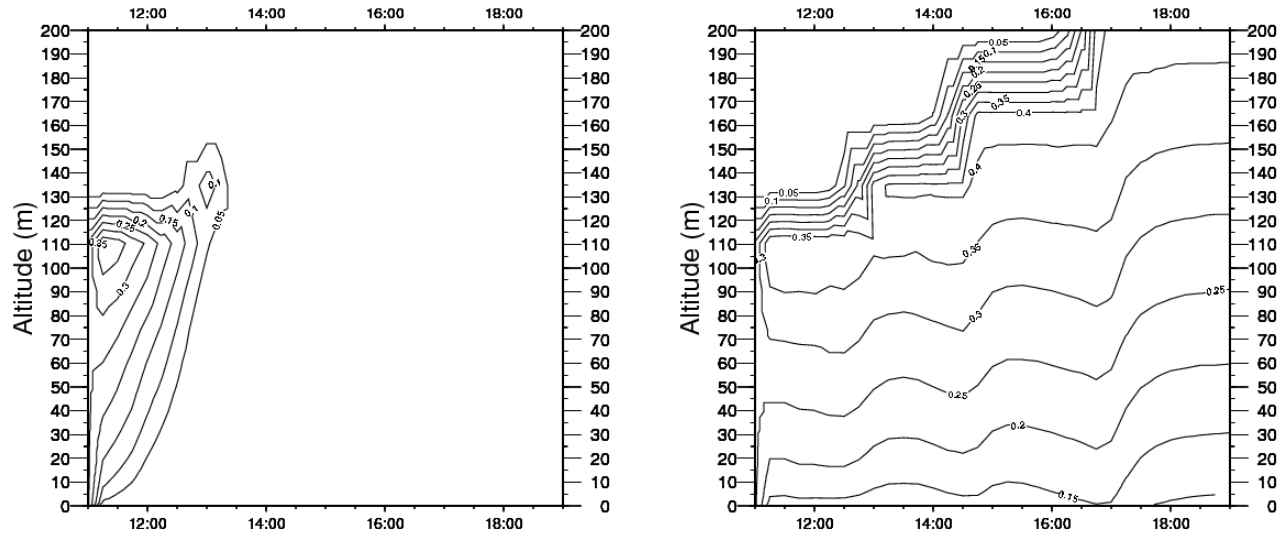


FIG. 3.6: *Simulation débutant le jour 3 à 11h; eau liquide prévue en fonction de l'échéance et de l'altitude, avant la modification de l'initialisation du réservoir d'eau liquide de la végétation (gauche) et après (droite).*

COBEL-ISBA avec un jeu d'observations réduit. En fonction des économies possibles sur l'installation et la maintenance du système d'observations locales, l'installation de COBEL-ISBA serait alors possible sur de nombreux aéroports de taille moyenne.

La méthode employée est d'estimer de façon quantitative et qualitative la dégradation des conditions initiales et de la prévision des situations de brouillard si l'on enlève un composant du système d'observations locales. Par ailleurs, la station météorologique comporte un mât de 10 m utilisé pour mesurer la direction et la force du vent. On peut alors imaginer installer des capteurs d'humidité et de température sur ce mât et obtenir ainsi un mât de mesures de 10 m, qui pourrait remplacer le mât de mesure de 30 ou de 45 m selon les sites. Le mât de mesure est en effet le composant le plus onéreux du système d'observations locales.

Afin de mieux déterminer l'impact des observations sur les conditions initiales et sur les prévisions, le travail a été mené avec les observations simulées des situations NEAR-FOG et FOG. Ceci a également permis d'évaluer la qualité de l'algorithme qui estime l'épaisseur du brouillard ou du stratus à l'initialisation, et de comparer la performance de cet algorithme par rapport à l'emploi des données d'un sodar parfait donnant la hauteur exacte du sommet de la couche de nuage. Le sodar n'est

actuellement pas disponible de façon opérationnelle sur les sites aéroportuaires ; cette étude donne donc une idée de l'apport potentiel d'observations provenant de cet instrument. La plupart des expériences ont ensuite été effectuées en utilisant des observations réelles, en utilisant un jeu d'observations de 3 mois couvrant la période du 1/11/2004 au 31/01/2005. Ceci a permis de valider les résultats obtenus avec des observations simulées.

Pour toutes les situations (NEAR-FOG, FOG, observations réelles), la simulation de référence, appelée REF, est celle qui utilise le système d'observations locales tel qu'installé à Paris-Charles de Gaulle. La situation NEAR-FOG est utile pour étudier le refroidissement nocturne et l'apparition de fins brouillards radiatifs en fin de nuit. Les expériences suivantes ont été réalisées pour cette situation :

- MAST10 : Un mât de 10 m est employé au lieu du mât de 30 m, avec des mesures de température et d'humidité à 1,5 et 10 m ;
- NOMAST : Aucun mât de mesure n'est employé. Les seules observations de température et d'humidité proviennent alors de la station météorologique, à 2m de hauteur ;
- NOSOIL : Les mesures de température et de contenu en eau du sol ne sont pas utilisées. La température de surface, donnée par la station météorologique, ainsi qu'une valeur arbitraire de contenu en eau du sol, sont utilisées pour initialiser ISBA lors de la première simulation. Les simulations suivantes utilisent l'ébauche ISBA pour initialiser les profils de température et de contenu en eau dans le sol. Le système d'observation atmosphérique de référence est par ailleurs utilisé dans sa totalité.

Les mêmes expériences ont été réalisées pour la situation FOG. Des expériences supplémentaires ont également été réalisées :

- NORAD : Les observations de flux radiatifs à 2 et 45 m ne sont pas utilisées. La hauteur de la couche de brouillard est alors arbitrairement fixée à 25m au-dessus du sol. En cas de stratus, l'épaisseur du nuage est fixée arbitrairement en fonction du niveau de la base. Elle croît de 30 à 300m (soit la différence entre deux niveaux verticaux au sommet du domaine) avec l'altitude de la base du nuage ;
- SODAR : Le système d'observations locales de référence est utilisé en entier, avec en plus les observations d'un sodar supposé parfait, qui donne la hauteur exacte du sommet de la couche de nuage. L'algorithme qui estime l'épaisseur de la couche initiale de nuage est alors utilisé pour estimer le contenu en eau liquide initial du nuage, en utilisant la hauteur du sommet du nuage donnée par le sodar ;
- SODAR\_NORAD : On utilise les observations d'un sodar supposé parfait, sans utiliser les observations de flux radiatifs à 2 et 45 m. Le contenu en eau

liquide du brouillard est alors arbitrairement fixé à 0,2 g/kg, comme dans le cas de référence.

Toutes ces expériences, exceptées SODAR et SODAR\_NORAD ont également été effectuées en utilisant des observations réelles. Pour ce faire, des observations de la période du 1/11/2004 au 31/01/2005 ont été utilisées, ce qui représente un nombre théorique d'environ 2200 simulations. En pratique, il n'y a qu'environ 2000 simulations où le système d'observations locales a été disponible en totalité (sans manque au niveau des observations).

## II.1 Résumé des résultats

Les résultats sont présentés en terme de scores (erreur quadratique moyenne et biais) sur les conditions initiales de température. Les scores d'humidité ne sont pas présentés car ils sont proches de ceux de la température. Par ailleurs, le modèle est évalué en termes de taux de détection et de fausse alarme sur les conditions LVP, ainsi que sur l'erreur sur la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP. Les taux de détection et de fausse alarme sont calculés uniquement lorsqu'il y a assez de conditions LVP pour que ces scores soient significatifs, c'est-à-dire pour la situation FOG et les observations réelles.

### a - situation NEAR-FOG

Les résultats des expériences sont les suivants :

- MAST10 (voir figure 3 de l'article) : les conditions initiales sont faiblement dégradées en terme d'erreur quadratique moyenne et de biais sur la température, et ce surtout la nuit et entre 20 et 100 m de hauteur. La simulation présente un biais froid sur la température plus marqué que celui de la simulation de référence (voir figure 2 de l'article). En effet, le jour et par atmosphère neutre ou légèrement instable, l'observation de température et d'humidité à 30 m apporte peu d'informations. La prévision réduit encore l'impact de la dégradation initiale ; près de la surface, MAST10 obtient quasiment les mêmes scores que REF sur la température après une heure de simulation ;
  - NOMAST (voir figure 4 de l'article) : La dégradation de l'erreur quadratique moyenne sur la température est un peu plus importante que pour MAST10. Comme pour MAST10, un cycle diurne apparaît pour les conditions initiales, avec une dégradation plus importante la nuit que le jour. Le biais est inchangé par rapport à MAST10, et légèrement dégradé par rapport à REF. Comme pour MAST10, l'erreur sur les conditions initiales diminue au cours de la prévi-
-



- sion, ce qui fait que l'impact global du mât de mesures est assez peu important, surtout en journée ;
- NOSOIL (voir figure 5 de l'article) : Cette expérience ne dégrade quasiment pas les conditions initiales de la température atmosphérique. Par contre, une dégradation importante, en terme d'erreur quadratique moyenne et surtout de biais, apparaît au cours de la prévision. Le facteur dominant dans cette dégradation est le contenu en eau liquide. En effet, celui-ci a un impact important sur les taux de refroidissement nocturne et de réchauffement diurne.

En ce qui concerne les évènements LVP, les statistiques ont été uniquement effectuées sur l'heure de début. En effet, les brouillards qui apparaissent au cours de la situation NEAR-FOG sont très fins et se dissipent très rapidement au lever du soleil ; des statistiques sur l'heure de fin des conditions LVP auraient donc peu de sens. MAST10 et NOMAST dégradent légèrement la prévision de l'heure du début des conditions LVP par rapport à REF, tandis que NOSOIL laisse les scores à peu près inchangés. Les brouillards apparaissent en effet en fin de nuit, tandis que le biais provoqué par NOSOIL affecte principalement le réchauffement en début de journée et le refroidissement en début de nuit.

### **b - situation FOG**

Les scores de la simulation de référence sont présentés à la figure 8 de l'article. Les résultats des expériences MAST10, NOMAST et NOSOIL sont similaires à ceux obtenus avec NEAR-FOG. La dégradation du biais sur les prévisions de NOSOIL est cependant plus importante avec FOG qu'avec NEAR-FOG. En ce qui concerne les autres expériences, les résultats sont les suivants :

- NORAD (voir figure 9 de l'article) : Les conditions initiales de température sont dégradées surtout au sommet observé des brouillards ; en effet l'épaisseur arbitraire de la couche de nuage imposée à l'initialisation fait que l'inversion de température au sommet du brouillard est mal positionnée sur la verticale. La dégradation est ensuite accentuée au cours de la prévision, tant pour l'erreur quadratique moyenne que pour le biais. La dégradation est maximale après 1-2h de simulation et en dessous de 100 m ;
  - SODAR et SODAR\_NORAD : pour ces deux expériences, les scores pour les conditions initiales et pour les températures prévues sont à peu près inchangés. Ceci montre que l'algorithme employé pour estimer l'épaisseur initiale de la couche de nuage fonctionne bien, puisque lorsqu'on le remplace par des mesures exactes, les scores sont inchangés. Ces expériences montrent également que le contenu en eau liquide initial de la couche de brouillard, estimé en utilisant les mesures de flux radiatifs à 2 et 45 m par SODAR, n'a que peu
-

d'impact sur la qualité des conditions initiales et des prévisions.

La qualité de la prévision des conditions LVP a également été évaluée pour FOG. En termes de taux de détection et de fausse alarme, MAST10, NOMAST, SODAR et SODAR\_NORAD montrent peu de différence avec REF. Les expériences NOSOIL et surtout NORAD dégradent la prévision des conditions LVP. La prévision des heures de début des conditions LVP est proche pour toutes les expériences. En revanche, NOSOIL et surtout NORAD dégradent significativement la prévision de l'heure de fin des conditions LVP.

### c - observations réelles

L'évaluation des performances du modèle en fonction des observations utilisées a été effectuée uniquement en terme de prévision des conditions LVP. En effet, les observations de température et d'humidité ne recouvrent que les 30 premiers mètres du domaine ; la qualité des conditions initiales et des prévisions au-dessus de cette limite est inconnue. Les résultats des diverses expériences sont les suivants :

- MAST10 : la prévision des conditions LVP, tant en terme de taux de détection et de fausses alarmes qu'en erreurs sur les heures de début et de fin, n'est pas dégradée significativement ;
- NOMAST : Légère dégradation du taux de détection, ainsi que de l'erreur sur la prévision des heures de début des conditions LVP. Le taux de fausse alarme ainsi que l'erreur sur la prévision des heures de fin des conditions LVP sont inchangées ;
- NOSOIL : Amélioration du taux de détection et dégradation, dans une même mesure, du taux de fausse alarme. Les erreurs sur la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP sont dégradées par rapport à REF ;
- NORAD : Dégradation globale de la prévision du brouillard, en terme de taux de détection, de fausse alarme et d'erreur sur la prévision du début et de la fin des conditions LVP.

On retrouve globalement les mêmes résultats en utilisant des observations réelles qu'avec les observations simulées des situations NEAR-FOG et FOG.

## II.2 Article

“Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system”, DOI : 10.1002/qj.448, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, volume 135, pages 1248-1265. Disponible sur internet à l'adresse suivante :

---

<http://www3.interscience.wiley.com/journal/122458012/abstract>



# Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system

S. Rémy\* and T. Bergot

CNRM/GAME, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 1, France

**ABSTRACT:** As poor visibility conditions have great influence on air traffic, a need exists for accurate, updated fog and low-cloud forecasts. COBEL–ISBA, a boundary-layer one-dimensional numerical model, has been developed for the very short-term forecasting of fog and low clouds. This forecasting system assimilates the information from a local observation system designed to provide details on the state of the surface boundary layer, as well as that of the fog and low-cloud layers.

This article aims to assess the influence of each component of the observation system on the initial conditions and low-visibility forecasts. The objective is to obtain a quantitative assessment of the impact on numerical fog forecasts of using a reduced (for smaller-sized airports) or enhanced (using a sodar) set of observations. We first used simulated observations, and focused on modelling the atmosphere before fog formation and then on simulating the life-cycle of fog and low clouds. Within this framework, we also estimated the impact of using a sodar to estimate the thickness of the cloud layer. We showed that the radiative flux observations were the most important of all in cloudy conditions, and that the measurement mast did not have to be higher than 10 m. Using either a sodar or radiative flux to estimate the optical thickness of a cloud layer gave the same scores. Using both of them together did not significantly improve the forecast. Simulations with real observations over a winter of simulations confirmed these findings. Copyright © 2009 Royal Meteorological Society

**KEY WORDS** data assimilation; 1D model; local observations; PBL; airports; low-visibility conditions; fog

*Received 24 October 2008; Revised 26 February 2009; Accepted 29 April 2009*

## 1. Introduction

Low-visibility conditions often cause problems for many international airports. Such conditions may reduce the landing/takeoff traffic by a factor of two, leading to delays or even cancellations of flights. This is why accurate forecasts of these conditions have become an important issue. Each airport defines a set of visibility and ceiling thresholds below which safety procedures, called low-visibility procedures (LVP), are applied. At Paris–Charles De Gaulle airport, the threshold values are set at 600 m for visibility and 60 m for the ceiling.

Various approaches are employed to forecast low-visibility conditions. Three-dimensional (3D) models with detailed microphysics have been tested for airports situated in regions with complex orography (Müller *et al.*, 2005; Capon *et al.*, 2007). For airports located in flat terrain, one-dimensional (1D) models are suitable for the nowcasting of radiation fog events (Bergot and Guédalia, 1994(a,b)). 1D ensemblist methods have also been tried (Müller *et al.*, 2007; Roquelaure and Bergot, 2008). 1D models are currently used in real time to forecast fog at local scales (Clark, 2002, 2006; Herzegh *et al.*, 2003). The 1D boundary-layer model COuche Brouillard Eau Liquide (COBEL), coupled with the land-surface scheme

Interface Sol Biosphère Atmosphère (ISBA), as documented in Bergot *et al.* (2005), has been in operational use since 2005 at Paris–Charles de Gaulle airport in France to provide estimated times for the onset and lifting of LVP conditions. The model is also being installed over the Paris–Orly and Lyon–Saint Exupéry airports in France. To be able to forecast radiative fog events adequately, it possesses a high vertical resolution: 30 levels between 0.5 and 1360 m, with 20 levels below 200 m. ISBA is run with 7 levels in the ground, from 1 mm to 1.7 m below the surface. COBEL–ISBA is run at one-hour intervals and provides up to eight hours of LVP forecasts. The inputs of the model are the initial conditions and mesoscale forcings. In this article, we will focus on the latter. Mesoscale forcings (i.e. geostrophic wind, horizontal advection and cloud cover above the model column) are given by the Numerical Weather Prediction (NWP) model Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement International (ALADIN, <http://www.cnrm.meteo.fr/aladin>). The initial conditions are given by a two-step assimilation scheme, using local observations (Bergot *et al.*, 2005). The observation system used at Paris–Charles de Gaulle airport is designed to provide up-to-date information on the state of the surface boundary-layer temperature and moisture, as well as on the microphysical properties of fog and low clouds. It includes the following.

- A weather station that provides 2 m temperature and humidity, visibility and ceiling.

\*Correspondence to: S. Rémy, CNRM/GAME, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 1, France. E-mail: samuel.remy@meteo.fr

- A measurement mast that gives temperature and humidity observations at 1, 5, 10 and 30 m.
- Radiative fluxes (short-wave and long-wave) at 2 and 45 m.
- Soil temperature and water content at the surface,  $-10$ ,  $-20$ ,  $-30$  and  $-40$  cm.

The assimilation system uses information from a first guess (i.e. a previous short-term COBEL–ISBA forecast), local observations and profiles from the ALADIN NWP model to generate a best linear unbiased estimator (BLUE) for the initial conditions of temperature and specific humidity. As the dimension of the system is low, matrices can be explicitly inverted and there is no need for a variational algorithm. When a layer of cloud is detected, an additional step uses a minimization algorithm together with measurement of radiative fluxes at the ground and at 45 m to estimate cloud thickness. The radiation scheme of COBEL is used to compute the modelled radiative fluxes at 2 and 45 m, using different initial thicknesses of the fog layer. The best estimate of the initial fog thickness is the one that minimizes the error between modelled and observed radiative fluxes (see Bergot *et al.*, 2005 for more details). The relative humidity profile is then modified within the saturated layer. The soil temperature and water-content profiles used to initialize ISBA are obtained directly by interpolation of soil measurements.

The question now is whether such a forecasting system can be applied for regional airports, which are more numerous than the international ones. In considering this, we also need to take into account the fact that these airports often lack sufficient financial support to implement a large-scale observation system equivalent to the one installed at Paris–Charles de Gaulle airport. It is therefore interesting to evaluate the importance of each component of the observation system, and its impact on the quality of the LVP forecasts. Bergot *et al.* (2005) have shown that forecasts with local observations have a significantly higher skill compared with those computed without the use of local information. The aim of this study is to refine this diagnosis, i.e. to assess the behaviour of the assimilation-forecast COBEL–ISBA numerical system when fewer inputs are used while comparing it with a reference observation system, the one at Paris–Charles de Gaulle. We also estimate the effectiveness of additional measurements such as those provided by a sodar, which enables us to estimate the height of the inversion layer (i.e. the layer in which temperature increases with altitude) that lies at the top the fog (Cheung, 1991; Foken *et al.*, 1997; Yushkov and Kouznetsova, 2008).

In estimating the significance of each component of the observation system, we must distinguish between the formation of fog (clear-sky initialization) and its dissipation (low-cloud initialization), as different components of the assimilation system are used in the two cases. For the initialization in clear-sky conditions, the observations from the mast, the soil and the surface weather station are used. When low clouds are present at the initialization time, observations of radiative fluxes are also used in order to estimate the fog or low-cloud thickness. Also,

depending on the estimated height of the fog, the observations from the measurement mast will be partially or entirely discarded because modifications are made to the initial humidity profiles to adjust to a saturated atmosphere within the cloudy layer. Under such conditions, it is possible to study how accurately the assimilation scheme assesses the thickness of the cloud layer, and also the impact of the components of the observation system on the timing of the onset and lifting of fog and low clouds.

The framework of this study is outlined in section 2. Two sets of simulated observations were created: one with mostly clear-sky conditions at the initialization, to study the formation of fog, and the other with the frequent occurrence of fog and low clouds. Section 3 shows the results obtained from the first set of observations and section 4 shows those from the second set. Next, in section 5, we focus on results obtained from a system using real observations instead of simulated ones. Finally, in section 6 we summarize and discuss the possibility of using the COBEL–ISBA forecasting system for medium-sized airports.

## 2. Framework of the study: simulated observations

The Observing System Simulation Experiment (OSSE) is adequate to study the accuracy of an assimilation scheme (Huang *et al.*, 2007). It consists of generating pseudo-observations by adding perturbations to a reference model run. The pseudo-observations are then assimilated, and the initial state and forecast can be compared with the reference run. The advantages of this method are as follows.

- The perfect model hypothesis is true, thus fitting the hypothesis made in the BLUE assimilation algorithm. The errors in the initial conditions originate only in the observations and first-guess errors, which themselves originate from errors in the initial conditions propagated by the previous forecast. The lack of observations for certain parameters (e.g. the thickness or water content of a cloud layer) does not allow the assimilation scheme to entirely correct the errors of the first-guess field. The quality of initial conditions thus depends solely on the observations used and on the assimilation scheme.
- This framework allows observations to be simulated over the whole domain (the boundary layer for this study) or supplementary observations to be synthesized. Sodar can be used to provide the height of the inversion layer that lies just above the top of the fog layer. It is thus a good indicator of its thickness. With simulated observations, we can create observations from a perfect sodar that give the exact height of the fog layer top. This may be due to the interface between the soil and the atmosphere, which degraded the results close to the surface.
- Lastly, it is possible to create a large variety of observation sets that accommodate our needs for evaluation purposes.

A reference run is first carried out, which represents the hypothetically ‘true’ state of the atmosphere,  $x^t$ . The

simulated observations  $y_i^0$  are then computed by adding a perturbation  $v_i$  taken from a normal distribution of zero mean and standard deviation  $\sigma_i$ :

$$y_i^0 = x^t + v_i \quad v_i = \text{Normal}(0, \sigma_i).$$

The standard deviations of the errors in each component of the observation system are imposed, and these correspond to common observation errors. The error bias is assumed to be zero. The standard-deviation values are as follows: 0.3 K for atmospheric temperature on the mast, 0.1 g/kg for atmospheric specific humidity on the mast, 0.025 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> and 0.3 K for soil water content and temperature respectively, and 5 W/m<sup>2</sup> for the radiative fluxes.

Profiles from the NWP ALADIN are also used by the assimilation system to complete the data for the upper levels. These pseudo-observations are synthesized in the same way, and the values used for the standard deviations of observation errors are 1.4 K for temperature and 0.5 g/kg for specific humidity, corresponding to estimated forecast errors.

The external forcings (geostrophic wind, horizontal advection and cloud cover above the model column) are considered to be constant during the reference simulation and for any further simulations. Geostrophic wind speed varies from 3 m/s close to the ground to 13 m/s at the top of the domain (i.e. 1360 m). The absence of cloud cover is imposed above the domain of COBEL–ISBA, while the horizontal advection of temperature and humidity is zero.

The model is run every hour over a 15 day period, giving rise to a total of 360 simulations.

### 3. Near-fog situation

In this section, as the results for temperature and specific humidity are mostly similar, humidity results are referred to where they are relevant.

#### 3.1. Presentation of the situation

Simulated observations corresponding to clear-sky and shallow-fog situations were produced. This observation set will be referred to as NEAR-FOG hereafter. 15 days of simulated observations were generated, during which no fog occurred for the first 10 nights. Shallow-fog situations developed for the remaining five nights. Their thicknesses did not exceed 10 m. 21 hours of LVP conditions were ‘observed’ for this situation. As mentioned, the skies above the model column were entirely clear, which ensured strong night-time cooling. Figure 1 shows the ‘true’ temperature at 1 m and corresponding liquid water path. Close to ground level, the daily highs lay in the 20–22°C range while the lows were around 8–9°C. Day and night relative humidity varied greatly from 30% to 100%, corresponding to typical conditions observed during winter over land.

The reference observation system was the one installed at Paris–Charles de Gaulle airport, which was introduced

above. Radiative flux observations are used only in the presence of fog or low clouds, which are not frequent for this case. We assumed that a weather station providing 2 m temperature and relative humidity, together with ceiling and visibility, was present. Three scenarios were investigated.

- MAST10: simulations using a 10 m mast (instead of 30 m for the reference), with temperature and relative humidity observations made at 1, 5 and 10 m (1, 5, 10 and 30 m for the reference). This height was chosen because the masts used to measure wind speed and direction at surface stations are 10 m high and could support the sensors to measure temperature and relative humidity.
- NOMAST: simulations using no mast. The only temperature and relative humidity observations were taken from the surface weather station in this case (at 2 m) and from the soil measurements.
- NOSOIL: simulations using no temperature or water-content measurements in the soil. A single temperature observation from the surface was used together with a first guess from ISBA to estimate these parameters below the surface. Above the ground, temperature and humidity at 2 m and from the observations of the 30 m mast were used.

#### 3.2. Simulations with the reference observation system: REF

The observation system used for these simulations was the one used at Paris–Charles De Gaulle airport. This experiment will be called ‘REF’. Figure 2 shows the root-mean-square error (RMSE) and the bias of the forecast temperature versus forecast time and altitude, together with the RMSE of the analyzed temperature versus simulation time for the 360 simulations of the NEAR-FOG situation.

The RMSE of analyzed temperature (Figure 2(a)) naturally increased with altitude, as the observations were concentrated in the lower part of the domain. Below 100 m, a weak diurnal cycle appeared, with lower RMSEs obtained during the day. For forecast temperature (Figure 2(b)), most of the degradation occurred during the first hour of simulation in the lower part of the domain. For forecast times greater than 2h, the forecast temperature RMSE no longer showed large differences between the lower and upper part of the domain, unlike the analyzed temperature. Also, above 100 m, the RMSE of forecast temperature was more or less constant with forecast time. The temperature bias (Figure 2(c)) was very small over the whole simulation domain at the initialization time. A cold bias appeared rapidly for the forecast temperature and increased regularly with the forecast time, with the maxima close to ground level.

#### 3.3. Simulations with a 10 m measurement mast: MAST10

The analysis was generated using temperature and humidity ‘observations’ from the weather station, 2 m above the

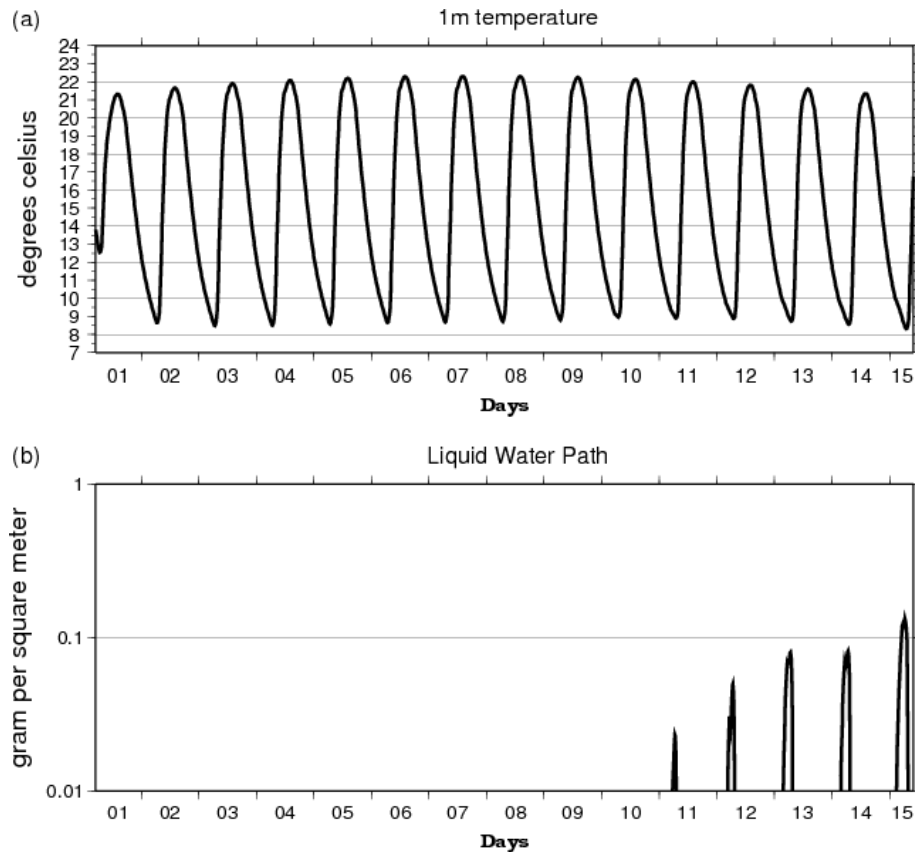


Figure 1. NEAR-FOG: 'Truth' for (a) 1 m temperature and (b) liquid water path.

ground, and a 10 m mast with measurements taken at 1, 5 and 10 m. Figure 3 shows the mean RMSE of the analyzed and forecast temperatures, for all 360 simulations of this experiment (MAST10), minus the mean RMSE of the REF experiment. The difference of absolute bias in temperature between the two experiments is also plotted.

The differences in analyzed temperature RMSE (Figure 3(a)) were positive almost everywhere, and more so between 20 and 100 m altitude during the night. During the day, from 0900 to 1700 UTC, the difference between REF and MAST10 was negligible for almost the whole simulation domain. This can be explained by the fact that in a neutral or slightly unstable atmosphere a temperature observation at 30 m does not provide much more information than a 10 m observation. However, this is no longer so when strong vertical temperature gradients occur, as in clear-sky nights.

This maximum of difference between the MAST10 and REF experiment above 10 m persisted during the forecast (Figure 3(b)), although it decreased with forecast time. Above that altitude, the degradation of MAST10 compared with REF was small and more-or-less constant with forecast time.

The initial temperature bias degradation (Figure 3(c)) resembled that of the RMSE, with degradation being maximum between 20 and 100 m of altitude and small above this.

In conclusion to the MAST10 experiment, it seems that the 30 m observation has little impact on temperature RMSE and bias close to the ground, which is most important for the forecast of radiation-fog events. This is probably due to the fact that the inversion layer always remained below 10 m during the NEAR-FOG case.

#### 3.4. Simulations with no mast: NOMAST

In this experiment, called NOMAST, no 'observations' from the mast were used. The only temperature and relative humidity observations available to improve the first guess were the ones coming from the surface weather station.

The lack of observations from the mast led to a degradation of the analysis (Figure 4(a)), which was more significant than for the MAST10 experiment (Figure 3(a)). A diurnal cycle appeared, as for MAST10; however, in contrast to MAST10, the analysis was degraded even for daytime runs. This shows that observations taken from the mast reveal extra information compared with the single 2 m observation used in the NOMAST experiment.

In comparison with MAST10, there was a considerable degradation in the RMSE of forecast temperature (Figure 4(b)). After three hours of forecast, the degradation relative to REF became very small close to the ground.

The bias was slightly less degraded for NOMAST (Figure 4(c)) than for MAST10 (Figure 3(c)), maybe



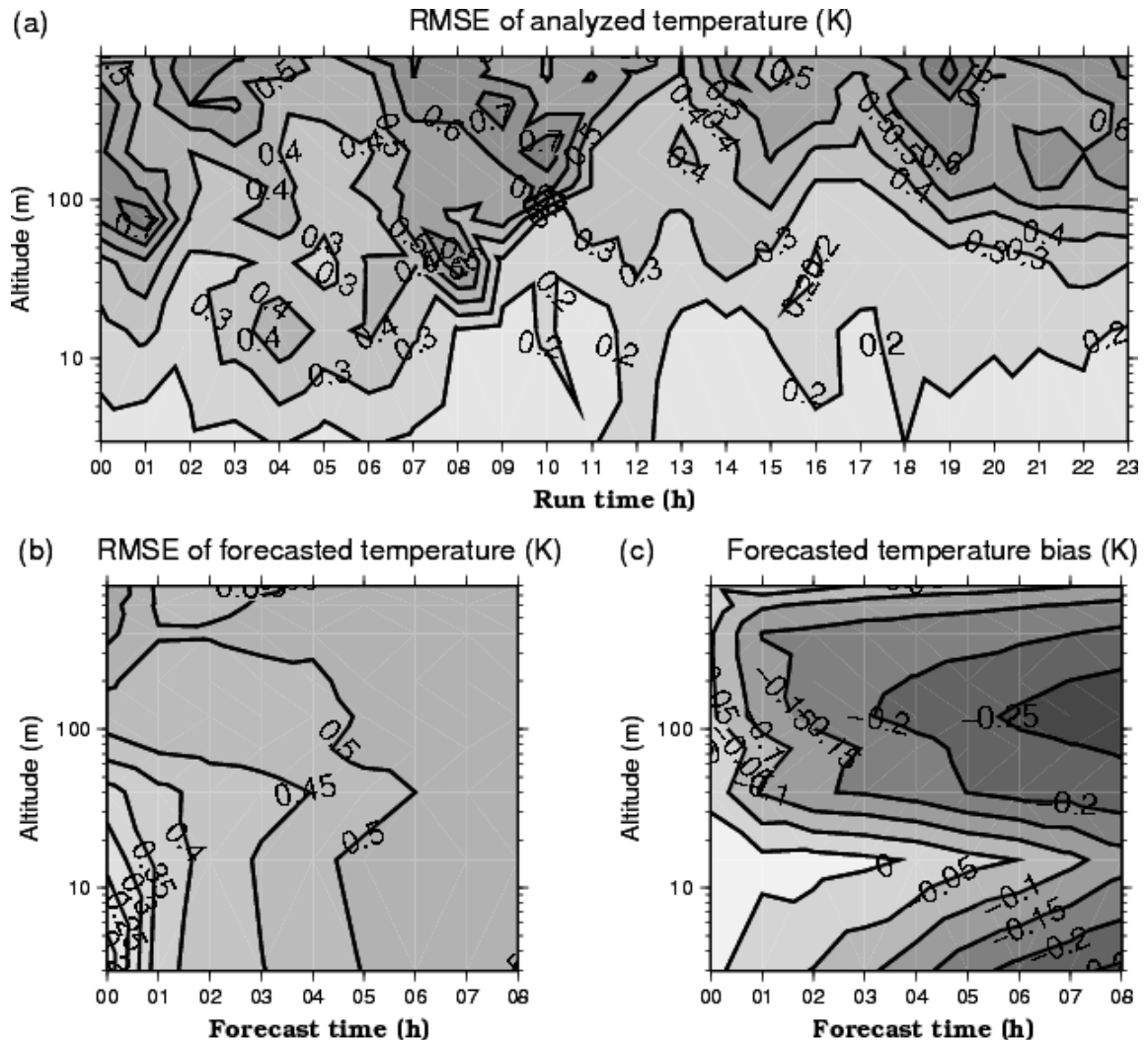


Figure 2. NEAR-FOG: RMSE of (a) analyzed and (b) forecast temperature versus simulation and forecast time respectively. (c) is the bias of forecast temperature, as a function of forecast time. Isolines are every 0.1 K for analyzed temperature and every 0.05 K for forecast temperature.

because the forecast was degraded during both day and night for NOMAST whereas it was only worse during the night for MAST10.

### 3.5. Simulations with no soil temperature or water-content observations: NOSOIL

For this experiment (called NOSOIL), we supposed that only one surface-temperature observation was available. The initial soil-temperature profile was computed by interpolation between the surface observation and a first guess coming from the previous run. For soil water content, the value given by the first guess was taken. The initial soil water content at the beginning of the experiment was kept constant for all ISBA levels, at 0.2 kg/kg.

The results of this experiment were dependent on the land-surface scheme used. The boundary-layer 1D model COBEL has been coupled with another land-surface scheme: NOAH (Chen *et al.*, 1997; Müller *et al.*, 2005). A 1D model intercomparison for the forecasting of fog

events (Bergot *et al.*, 2006) showed that COBEL-ISBA and COBEL-NOAH behaved differently. This confirms the impact of the land-surface scheme on the forecast of low-visibility conditions. In this section we try to assess the impact of observations in the soil when COBEL-ISBA is used.

The RMSE of both analyzed and forecast temperature (Figure 5(a) and 5(b)) showed little difference from the REF experiment. The initial soil-temperature and water-content profiles did not have a direct influence on the initial air-temperature profiles. They had an impact on the forecast and thus also an indirect influence on the initial profiles of air temperature and humidity through the first guess. However, in the lower atmosphere, the 'observations' taken from the weather station and the mast had much more weight in the computation of the initial conditions than the first guess, and the impact of the soil on the first guess is primarily at these levels. This explains why the initial atmospheric-temperature profiles were not affected by the lack of observations

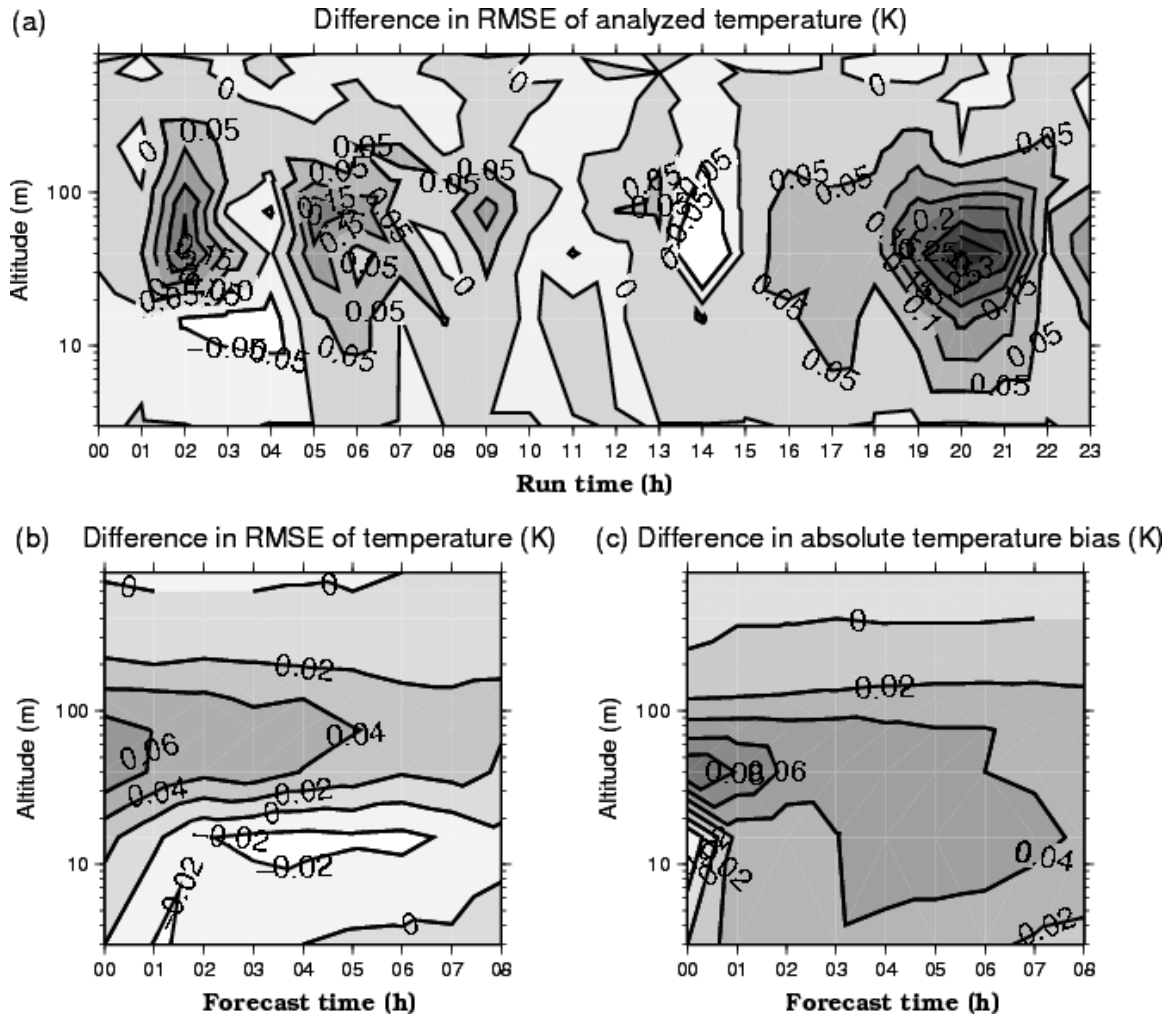


Figure 3. NEAR-FOG, MAST10 experiment: RMSE minus the RMSE of simulations using the reference observation system, (a) for analyzed temperature versus simulation time, (b) for forecast temperature versus forecast time. (c) is the absolute bias minus the absolute bias of simulations using the reference observation system, for forecast temperature versus forecast time. Isolines are every 0.05 K for analyzed temperature and every 0.02 K for forecast temperature. Positive values indicate a degradation of MAST10 compared with REF.

in the soil. As the soil temperature at the surface and the levels immediately below is strongly influenced by the observation, there was not much change in the RMSE of forecast temperature. The factor influencing the sensitivity to soil measurements was the water content. Its value had a great impact on the surface-cooling rate during the night and warming rate during the day. This brought a small fall in the RMSE of analyzed temperature after five to six hours of simulation.

The lack of soil water-content measurements led to a rise in temperature bias with forecast time, as compared with REF. The bias increase reached 0.1 K close to the ground after 3 h of forecast, and then increased slowly thereafter to 0.16 K after 7 h of simulation. The bias-degradation maximum was at the ground, as the degradation was driven by the surface. However, the degradation spread rapidly to the surface layer (below 20 m) and then to the boundary layer. The initial soil water content was greater than observed ( $0.2 \text{ m}^3/\text{m}^3$  against  $0.14$  'observed' at the surface to  $0.19$  at 1 m under the surface). The large

cold bias indicated that the weaker daytime warming brought about by a higher soil water content was not compensated by a smaller night-time cooling.

### 3.6. Beginning and end time of LVP conditions

Here, the error of the predicted onset time of LVP situations is evaluated. Table I shows the error of the predicted time of the onset of LVP conditions for the REF, MAST10, NOMAST and NOSOIL experiments. Simulations for which fog was present at initialization were discarded. The errors for the burn-off are not shown because they were relatively small, as the forecast and observed fog situations were both very shallow during NEAR-FOG. Both MAST10 and NOMAST showed a significant degradation of the forecast for the onset time of LVP conditions, while NOSOIL did not change the scores much. The number of large errors (arbitrarily defined as larger than 90 minutes in Table I) remained in the same range for the REF, NOMAST, MAST10 and NOSOIL experiments.

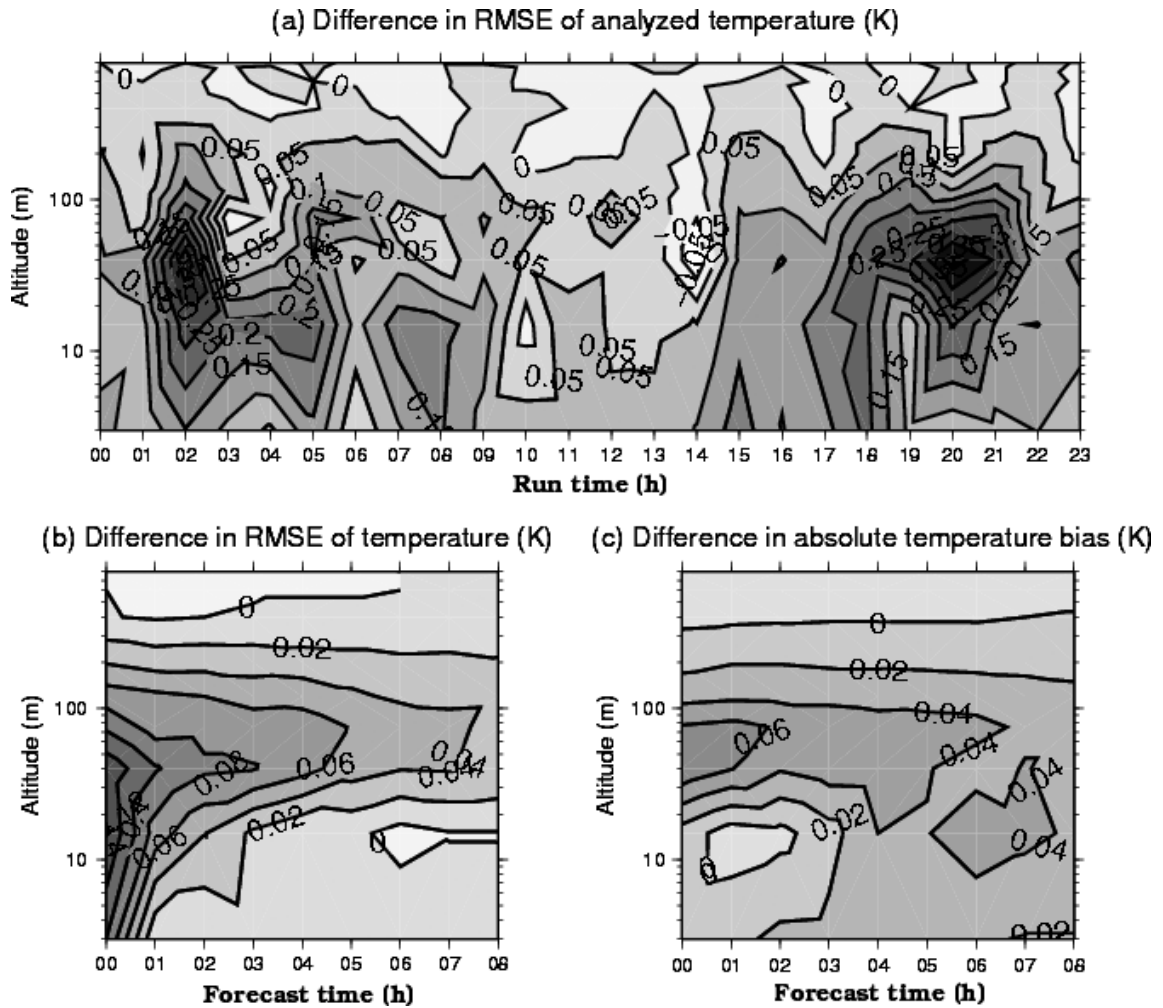


Figure 4. NEAR-FOG, same as Figure 3 for the NOMAST experiment.

### 3.7. Case study

In this subsection, two simulations, starting at day 2 at 0500 and 1100 UTC, are investigated in more detail. Figure 6 shows various temperature profiles: the ‘truth’, the simulated observations and the REF, MAST10 and NOMAST experiments. The ‘truth’ shows that for the simulation starting at 0500 UTC the atmosphere was characterized by a strongly stable stratification, while a slightly unstable stratification characterized the simulation starting at 1100 UTC.

For the simulation starting at 0500 UTC, the ‘observed’ temperature from ALADIN was colder than the ‘truth’ at 20 m and warmer at 50 m. The REF analysis (Figure 6(a)) stayed close to the observations taken in the first 30 m. For the MAST10 analysis, the low ALADIN value at 20 m did not affect the temperature profile, as the 10 m observation from the mast had a much greater weight. However, the warm 50 m ALADIN value had a significant impact on the temperature profile above 20 m, which was about 0.5 K higher than the REF analysis. The lack of the 30 m mast observation increased the proportional weight of the 50 m temperature given by ALADIN, which

led to an increased error in the lower part of the domain. The same phenomenon appeared in the NOMAST experiment: the temperature from ALADIN had a stronger impact on the analysis compared with REF. Both warm (for NOMAST) and cold (for MAST10) bias of the analysis were conserved during the first hour of simulation (Figure 6(b)), which shows that in stable situations the temperature analysis has a large impact on the temperature forecast during the first hours of simulation.

For the simulation starting at 1100 UTC, the NOMAST and MAST10 experiments showed very similar initial temperature profiles (Figure 6(c)). For both NOMAST and MAST10, it was the lack of the 30 m mast observation, colder than the ‘truth’, that resulted in both profiles being warmer than the REF experiment. However, after one hour of simulation (Figure 6(d)), the differences between REF, NOMAST and MAST10 became negligible. This shows that the initial conditions for temperature have much less weight on the forecast for unstable or neutral than for stable boundary layers. The mast observations have an influence on the temperature analysis but not on the forecast temperature: for unstable atmospheres

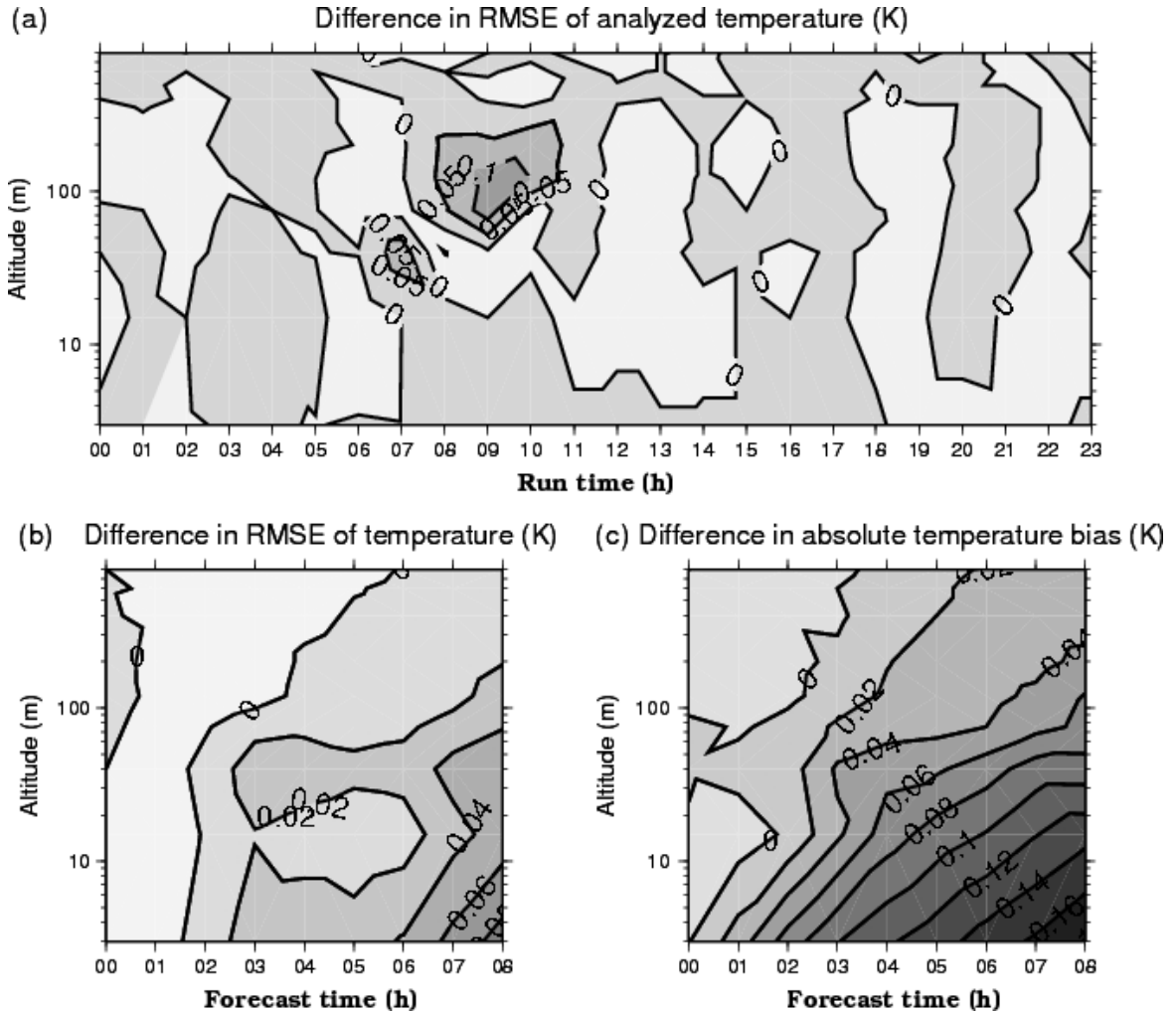


Figure 5. NEAR-FOG, same as Figure 3 for the NOSOIL experiment.

it seems that a 2 m temperature observation is sufficient to adjust the first guess towards the actual state of the boundary layer.

#### 4. Fog situation

##### 4.1. Presentation of the situation

This section aims to study the fog and low-cloud life cycle. Fog and low clouds occurred during many nights of the 15 day observation set, hereafter referred to as FOG, because of high moisture combined with strong night-time cooling due to clear skies above the model column. Figure 7 shows the 'true' temperature observations at 1 m and the 'true' liquid-water content integrated over the model column. In total, 98 hours of LVP conditions were 'observed' in these 15 days, with fog occurrence on 11 nights. Stratus also occurred in the upper part of the model column on days 7 and 8, which were not counted as LVP. Various fog situations occurred, from shallow early-morning fog to fog layers more than 200 m thick.

We are going to study the same three scenarios as for the NEAR-FOG situation (MAST10, NOMAST and NOSOIL), plus three additional ones, as follows.

- NORAD: simulations using no radiative flux observations. The height of the fog-layer top is then arbitrarily fixed at 25 m above the ground.
- SODAR: simulations using the reference observation system and simulated sodar observations that provide the height of the cloud-layer top. Here, the above-mentioned minimization algorithm used the observations of radiative fluxes to estimate the

Table I. Number of simulations falling into the error intervals (in minutes) for the prediction of the onset of fog events during NEAR-FOG.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	>90
REF	17	14	5	8
MAST10	12	14	10	7
NOMAST	14	12	8	6
NOSOIL	16	16	6	9

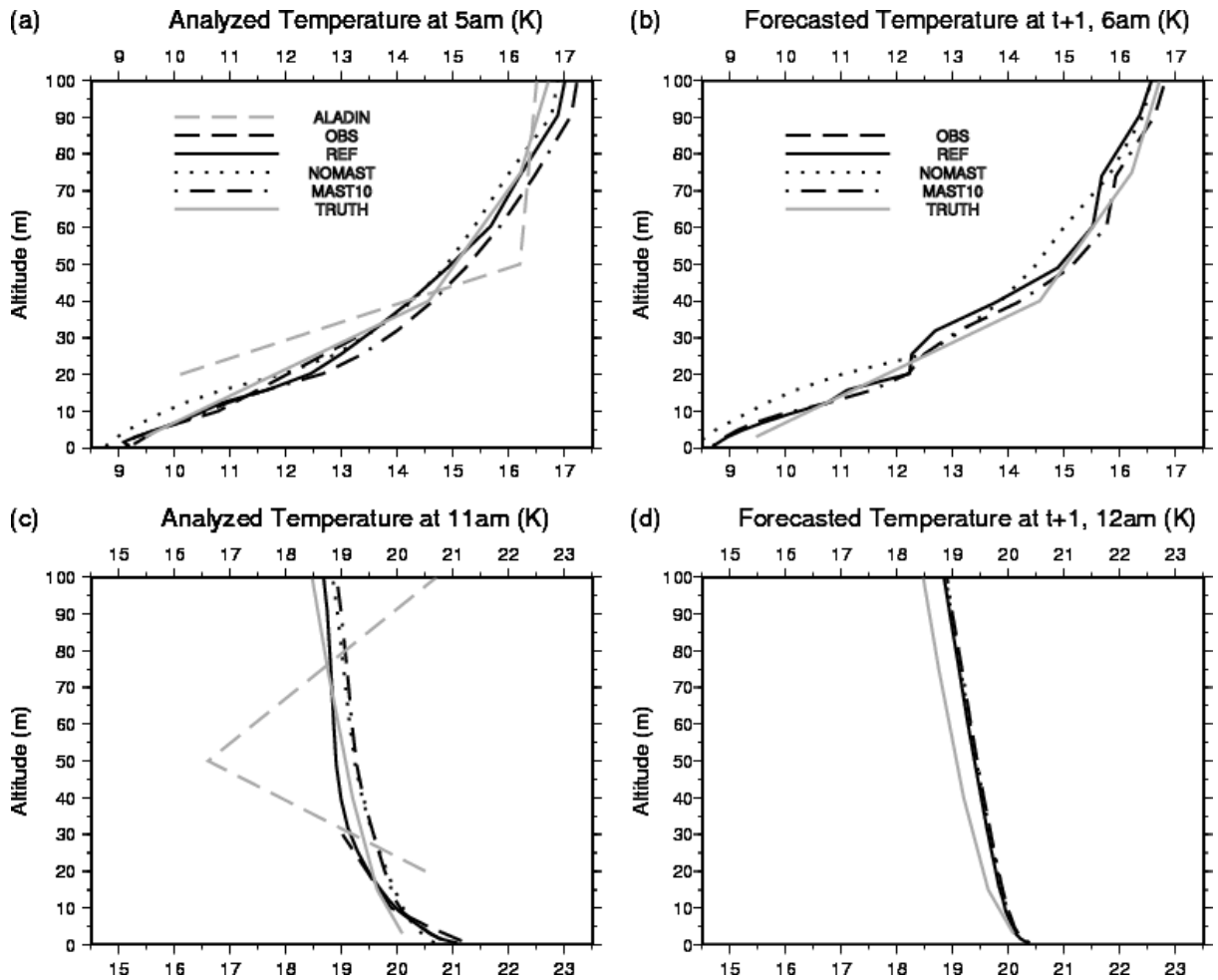


Figure 6. NEAR-FOG, temperature profiles: (a) and (c) temperature at initialization time; (b) and (d) temperature after one hour of simulation, for simulations starting at day 2, 0500 and 1100 UTC. Observations, truth, ALADIN profiles, and experiments REF, NOMAST and MAST10 are plotted.

initial liquid-water content of the cloud. In this case, the radiation scheme was run with the initial cloud thickness as provided by the sodar and with different values for the initial liquid-water content. The best estimate of the initial liquid-water content was the one that minimized the error between the modelled and observed radiative fluxes.

- SODAR\_NORAD: the simulated observations from a sodar provided the height of the cloud-layer top. The initial mixing ratio of liquid water within the cloud layer was arbitrarily fixed at 0.2 g/kg. In this case, the radiative flux observations were not used. Observations during fog events (Duynderke, 1991; Wendish *et al.*, 1998; Colomb and Tzanos, 2005) give values ranging from 0.05–0.5 g/kg. The value we chose lay roughly in the middle of this range. Simulations were carried out with different initial values for the liquid-water mixing ratio, without revealing a significant difference. The same value for the initial mixing ratio of liquid water was used for all the other experiments with the exception of SODAR.

The FOG situation had more LVP situations than the NEAR-FOG (98 hours against 21 hours), so we shall assess the model performance in terms of LVP forecast, in addition to the scores on analyzed and forecast temperature. This assessment will be reported in a separate subsection.

The MAST10 and NOMAST experiments showed the same patterns for FOG and NEAR-FOG in terms of temperature and specific humidity. There was a marked difference between FOG and NEAR-FOG for the NOSOIL experiment, which will be commented on below.

#### 4.2. Simulations with a reference observation system: REF

The reference observation system used for these simulations was the one used at Paris–Charles De Gaulle airport. Figure 8 shows the RMSE and bias of temperature when the reference observation system was used. It is interesting to compare it with Figure 2. The RMSE of the analyzed temperature is in the same range for both situations, except for errors due to the initialization of the

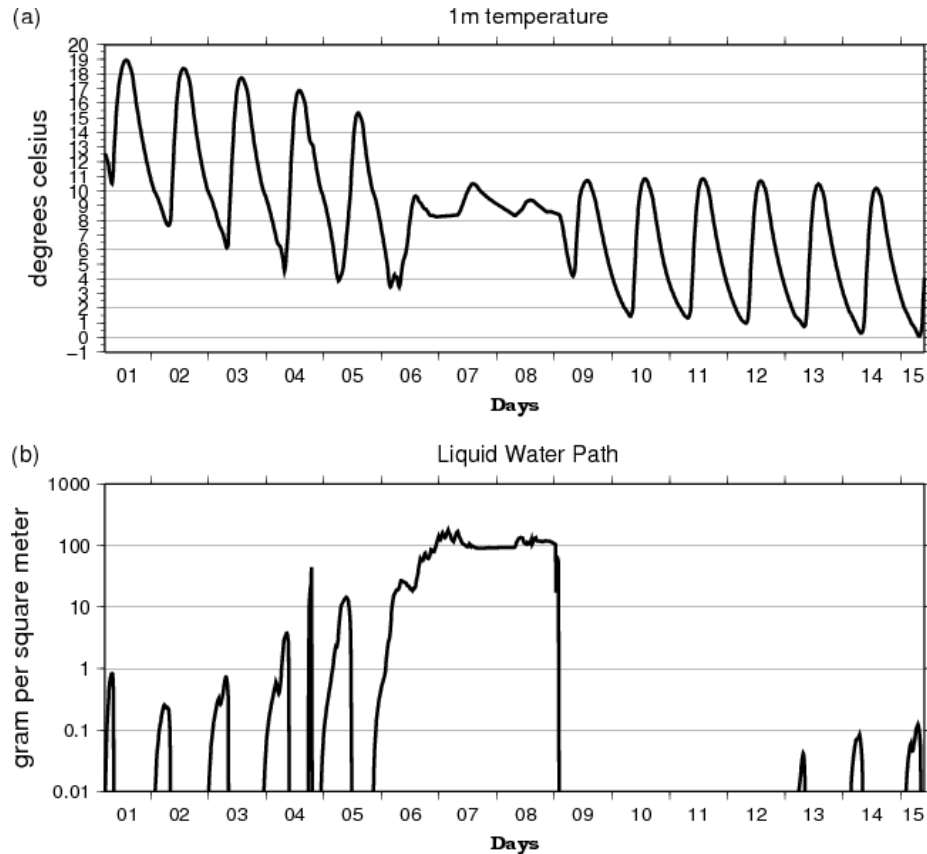


Figure 7. Same as Figure 1 for FOG.

fog-layer thickness, which deteriorate the RMSE of analyzed temperature between 0700 and 1100 UTC, in the 70–100 m altitude range. The RMSE of forecast temperature increases much faster in the lower part of the domain for FOG (Figure 8(b)) than for NEAR-FOG (Figure 2(b)) and reaches a maximum of 1 K after seven hours of simulation. Above 100 m, the RMSE shows small fluctuations around the 0.5 K range. A maximum appears between 40 and 70 m of altitude, which corresponds to situations where the forecast height of the fog is different from the observations. The inversion at the top of the fog layer significantly increases the error if the forecast cloud-layer thickness is not the same as the observed one. The bias also increases with forecast time, but to a lesser extent than for the NEAR-FOG situation, especially above 50 m.

#### 4.3. Simulations with no soil temperature and water content observations: NOSOIL

As mentioned above, the results of this section could vary greatly depending on which land-surface scheme was used. The RMSE of analyzed temperature (not shown) showed little difference from the REF experiment, which was the same as NOSOIL with NEAR-FOG. However, the degradation in both the RMSE and the bias of forecast temperature with forecast time was much greater in the FOG experiment than in NEAR-FOG. In both cases the

degradation was driven by the ground and affected the whole domain after 4–5 h of forecast time. The RMSE was degraded by up to 0.2 K close to the ground after seven hours of forecast and the bias by 0.25 K. As noted in the NEAR-FOG experiment, a higher soil water-content value was the leading factor for this cold bias. In contrast to the NOSOIL experiment with the NEAR-FOG situation, the slower warming rate during daytime due to the above-mentioned factor was much more important than the less intense night-time cooling. The difference from NEAR-FOG may be explained by the fact that fog and low-cloud occurrence, which inhibits both night-time cooling and daytime warming, is much more frequent for FOG than for NEAR-FOG. Also, for FOG, fog and low cloud occur more often during the nights than during the days. During foggy or cloudy situations, the impact of the error of the soil water content is reduced and, since such a situation is more frequent at night, the daytime warming is more affected by this error than the night-time cooling for the FOG situation.

#### 4.4. Simulations with no observations of radiative fluxes: NORAD

In the reference system, radiative flux observations at 2 and 45 m were used to estimate the initial thickness of the fog layer (see Bergot *et al.* (2005) for more detail).

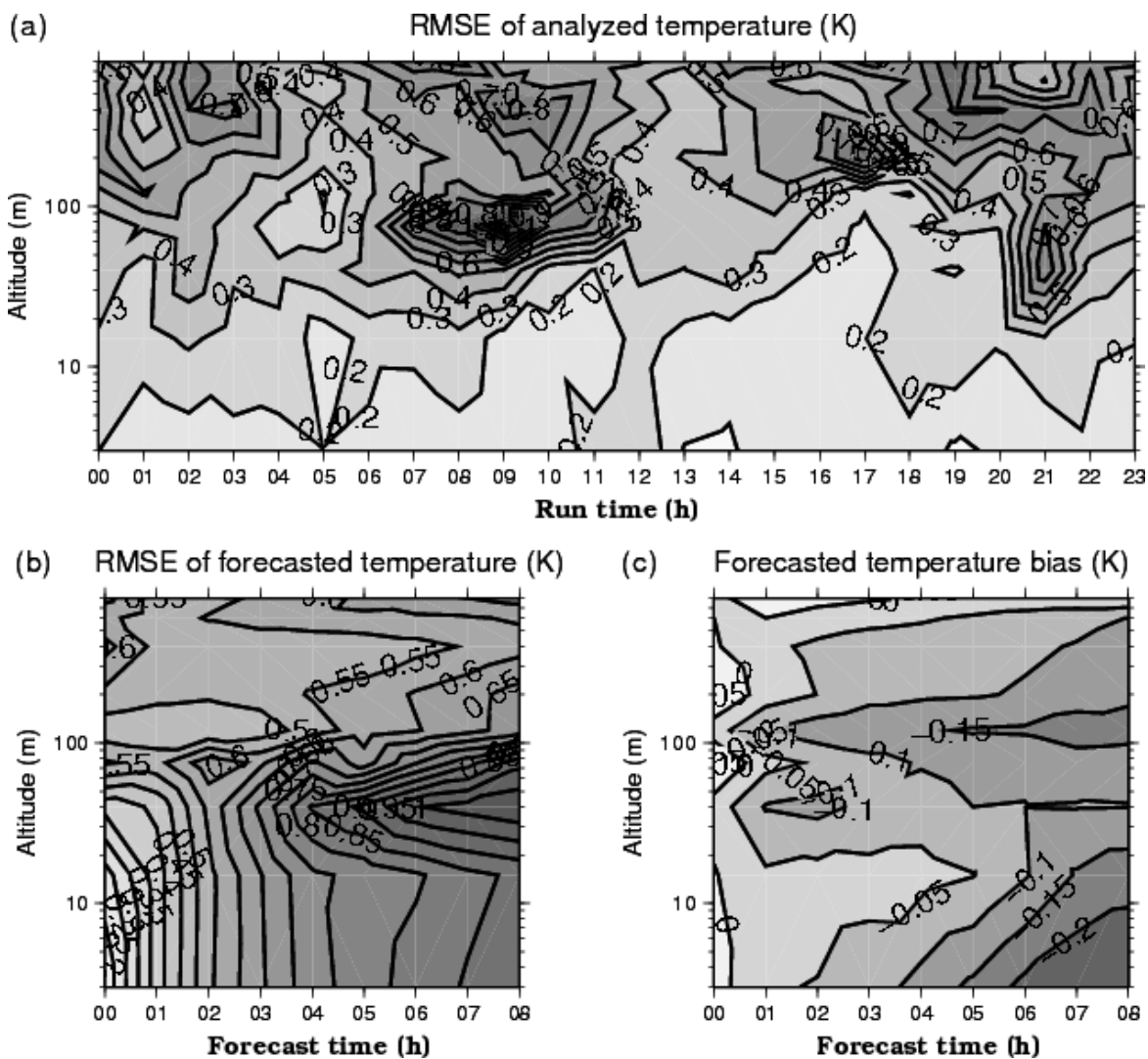


Figure 8. Same as Figure 2 for FOG.

In this experiment (called NORAD), the thickness of the fog/stratus layer was arbitrarily fixed at 25 m.

The RMSE difference for analyzed temperature profiles (Figure 9(a)) was large at the times and altitudes relevant in fog events. The degradation was very marked for the situations where fog was observed, because the inversion at the top of the fog layer was initialized at the wrong altitude. The domain affected by these errors is clearly visible in Figure 9(a) and extends between 0000 and 1400 UTC for simulation times and 30 and 200 m for altitude. The same phenomenon was noted for specific humidity (not shown).

The RMSE difference of forecast temperature (Figure 9(b)) between REF and NORAD soon became large with forecast time. After two hours of forecast, the maximum was reached for altitudes below 20 m. The RMSE was then nearly twice that of the REF experiment. Above 300 m, the degradation was small, as clear skies were frequent. The marked degradation of the RMSE below 300 m can be explained by the fact that the occurrence

or non-occurrence of fog or stratus in the forecasts has a great influence on temperature in and under the cloud layer, as well as just above it, in the inversion layer. The thickness of the initial fog layer partly determines the forecast lift-off time, and thus has a great impact on the scores of forecast temperature, though not on analyzed temperature.

Associated with this RMSE increase is a rise of the forecast temperature absolute bias (Figure 9(c)). Both the RMSE and absolute bias difference follow the same pattern, linked with the evolution of the forecast cloud layer. In an operational configuration, the real fog thickness is, obviously, not known, yet a strong negative (or positive) bias of forecast temperature can be the signature, among other things, of an overestimated (or underestimated) initial thickness of the cloud layer.

Simulations were also run with other figures for the initial fog thickness: 10, 15 and 40 m. The conclusions are mainly the same.

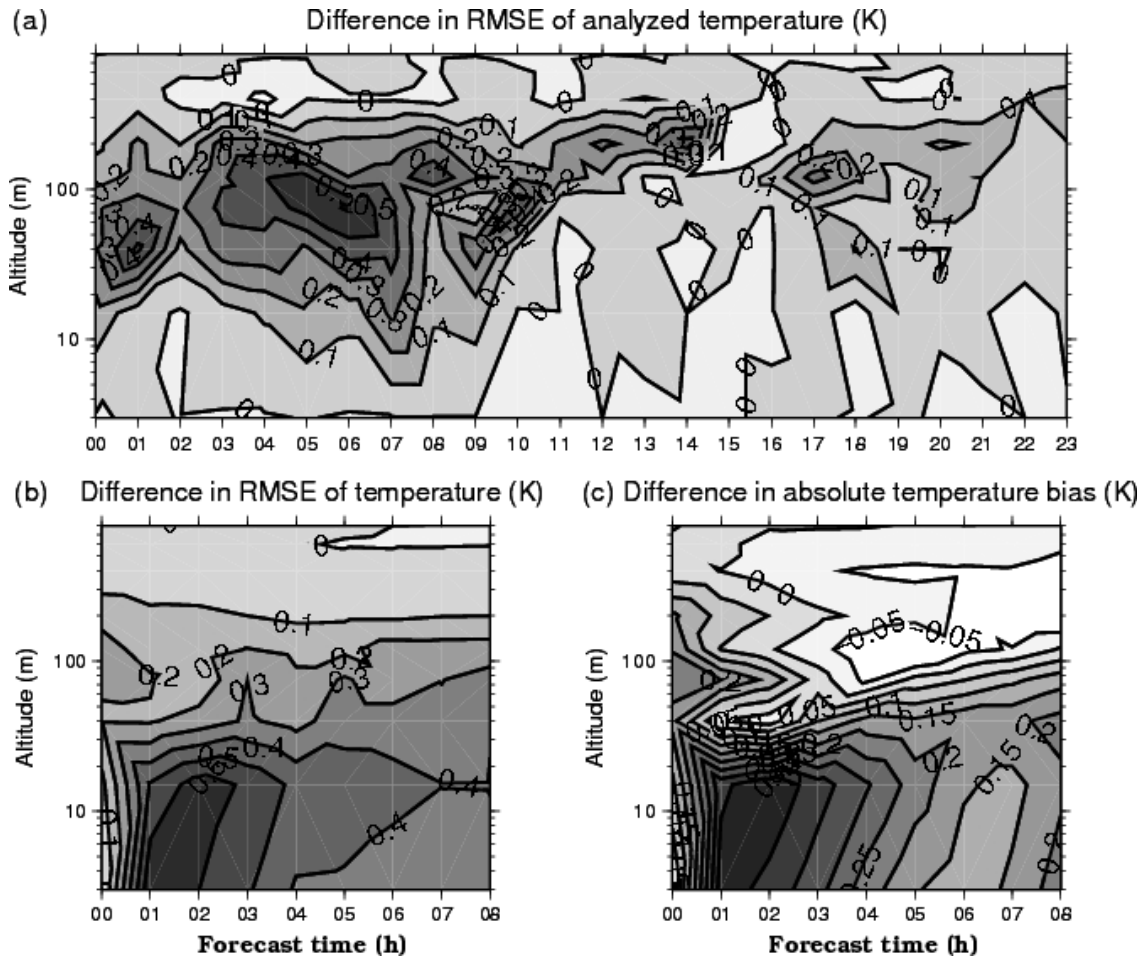


Figure 9. FOG, same as Figure 3 for the NORAD experiment.

#### 4.5. Simulations with addition of a sodar: SODAR and SODAR\_NORAD

The RMSE of the analyzed and forecast temperature, as well as the temperature bias (not shown), were unchanged for the SODAR experiment, compared with REF. That can be explained by the fact that determining the thickness of the cloud layer using the observations from the sodar and then minimizing the error in the radiative fluxes against observations to estimate the liquid-water content of the cloud layer is equivalent to minimizing the optical-thickness error as carried out in the REF experiment.

Both the RMSE of the analyzed and forecast temperature and the temperature bias (not shown) were only slightly degraded for the SODAR\_NORAD experiment compared with the REF experiment, and conclusions similar to those for the SODAR experiment were drawn.

#### 4.6. Influence of the observation system on the fog forecasts

In this subsection, an evaluation of the various experiments will be made in terms of LVP forecasts. We evaluated the skill of the forecast system by comparing the

Hit Rate (HR) and the pseudo-false alarm ratio (pseudo-FAR) of LVP events. In the case of rare event forecasting, such as fog and LVP conditions, the pseudo-FAR is convenient because it removes the impact of the 'no-no good forecasts' (no LVP forecast and no LVP observed), which mostly dominate the data sample and hide the true skill of the LVP forecast system.

If we take  $a$  as the number of observed and forecast events,  $b$  as the number of not observed and forecast events, and  $c$  the number of observed and not forecast events, HR and pseudo-FAR are then defined as follows.

$$\text{HR} = \frac{a}{a+c}; \quad \text{pseudoFAR} = \frac{b}{a+b}.$$

Table II shows the mean of the HR and pseudo-FAR for all simulations and forecast times. These scores are much more satisfactory than the ones obtained when using real observations (see later tables for a comparison). REF, NOMAST and MAST10 have similar HR and pseudo-FAR. For this situation, the influence of the observations from the mast on the forecast of temperature and humidity was too small to have an impact on the scores of the fog forecasts. The NOSOIL and NORAD experiments, however, stand out with a



Table II. Hit rate and pseudo false-alarm rate for LVP conditions over the 15 days of the FOG situation for the REF, MAST10, NOMAST, NORAD, NOSOIL and SODAR experiments, with the mean for all simulations and forecast times.

	HR	Pseudo FAR
REF	0.899	0.077
MAST10	0.910	0.083
NOMAST	0.906	0.073
NOSOIL	0.879	0.098
NORAD	0.859	0.123
SODAR	0.870	0.078
SODAR_NORAD	0.901	0.094

lower HR and a higher pseudo-FAR than the other experiments. For NOSOIL, a large degradation in the temperature-forecast quality had a strong impact on fog forecasts. At the same time, the fixed initial thickness for fog in NORAD greatly influenced the forecasts. The SODAR experiment revealed a deteriorated HR and an unchanged pseudo-FAR compared with REF. This confirms the conclusion drawn above, i.e. that the sodar did contribute information in the FOG situation (compared with the NORAD observation) but that the radiative flux observations used to estimate the initial height of the fog performed better for the FOG situation. SODAR\_NORAD HR gave more satisfactory results than SODAR despite a slight degradation of its pseudo-FAR: in that case, using the radiative-flux observations to estimate the initial liquid-water mixing ratio did not improve the fog forecasts much.

Tables III and IV show the error of the predicted time of the onset and burn-off of LVP events. Simulations in which fog is already present at the initialization time were discarded for the computation of the onset scores. For these simulations, it was meaningless to compare the simulated and observed onset times because the fog events considered had begun before the initialization time. For the onset time prediction, NOMAST and MAST10 showed a slight degradation compared with REF, while NOSOIL caused fewer large errors (greater than 90 min) than REF, because of less intense night-time cooling for this experiment, as mentioned above. NORAD, SODAR and SODAR\_NORAD all show scores in the same range as REF. As for the burn-off time, the errors were generally smaller than for the onset time. MAST10 and NOMAST were a little less accurate than REF but nevertheless they led to fewer large errors. NOSOIL and NORAD (the latter in particular) significantly deteriorated the forecast of burn-off time, which was consistent with the conclusions drawn above. SODAR, causing more frequent large errors, is slightly worse than REF, and SODAR\_NORAD further deteriorates the prediction of the burn-off time of LVP conditions.

To conclude for the FOG situation, while most observations do not alter fog forecasts scores much (even though they have an impact on the RMSE of analyzed and forecast temperature), it seems that the observations that help

Table III. Same as Table I for FOG.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	>90
REF	29	23	15	18
MAST10	24	27	11	20
NOMAST	27	20	16	16
NOSOIL	28	19	17	11
NORAD	29	23	10	19
SODAR	29	22	12	22
SODAR_NORAD	29	22	11	17

Table IV. Same as Table III for the prediction of burn-off time.

	[0, 15]	[15, 45]	[45, 90]	>90
REF	47	9	5	21
MAST10	45	12	2	14
NOMAST	43	13	5	16
NOSOIL	32	14	5	19
NORAD	22	16	12	38
SODAR	43	12	6	26
SODAR_NORAD	36	12	9	24

to estimate the thickness of the fog at the initialization time are critical for an accurate forecast of the fog life cycle. Also, soil observations, especially those of water content, play an important role in making more accurate forecasts.

#### 4.7. Focus on the analyzed and forecast optical thickness of the fog

The various experiments have shown the importance of the initialization of fog or low-cloud thickness. However, this is made difficult by the fact that in reality observations are often limited or not available at all. Various algorithms have been used to estimate fog initial optical thickness in the REF, NORAD, SODAR and SODAR\_NORAD experiments and our objective now is to compare and assess them against the 'true' values, which are accessible to us thanks to the OSSE framework. First, we are going to assess the efficiency of the algorithm used in the REF experiment to estimate the fog-layer thickness at the initialization time.

Figure 10 shows the observed and analyzed altitude (above the ground) of the top of the cloud layer for the 15 days of the FOG case. The plotted experiment is REF, which employs radiative flux observations at 2 and 45 m to estimate cloud thickness at the initialization time, if any is present. As discussed above, we arbitrarily chose a value of 0.2 g/kg for the initial liquid-water mixing ratio in the cloud. Simulations with other values gave very similar results. The thickness of the cloud layer at the initialization time was underestimated most of the time. However, even when the right thickness was used, such as in the SODAR and SODAR\_NORAD experiments, the forecast quality was still not improved. Except for the thick fog on days 5 and 6, the fog was relatively

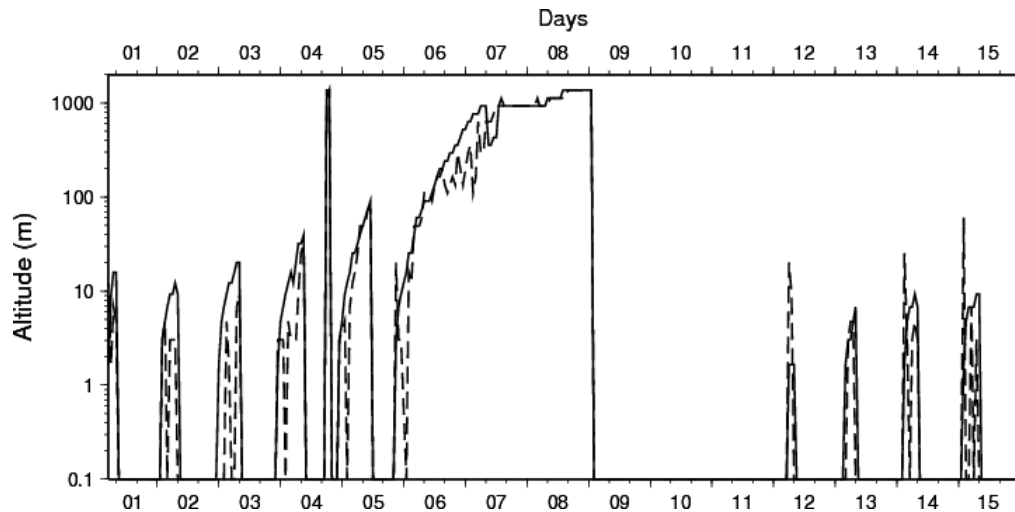


Figure 10. Height of cloud-layer top, as observed (continuous line) and analyzed in the REF experiment (dashed line) for the FOG situation.

shallow and the 'observed' liquid-water mixing ratio was well below  $0.2 \text{ g/kg}$ . This explains why, although the thickness of the cloud layer at the initialization time was often underestimated, its optical thickness is rather well analyzed most of the time.

We will now look into the impacts of the initialization of fog optical thickness on the forecast of the cloud-layer life cycle, for a simulation starting at day 6, 0600 UTC. A 60 m thick fog was observed then, which lifted from the ground at around 1200 UTC and remained as stratus until the end of the simulation. Since our objective was to assess the influence of the initial optical thickness of the fog only, all other variables at the initialization time remained the same for all experiments (the values of the REF experiment were used). The TRUTH experiment is the simulation using these initial conditions and the 'true' values for liquid-water content at the initialization time. In addition, only experiments that had a direct impact on the thickness or on the liquid-water content of the fog at the initialization time were run: REF, NORAD, SODAR and SODAR\_NORAD. Another version of the SODAR\_NORAD experiment, SODAR\_NORAD\_60, was also carried out, with a higher initial optical thickness of the fog, using the initial value of liquid-water content at  $0.6 \text{ g/kg}$  in the fog layer. The NORAD\_110 experiment was also run with 110 m initial thickness for the fog layer.

Figure 11 shows the analyzed and forecast liquid-water content of the simulation starting at day 6, 0600 UTC, for the TRUTH, REF, NORAD, SODAR, SODAR\_NORAD\_60 and NORAD\_110 experiments. It also shows the liquid-water path for all these simulations. The REF, NORAD and SODAR experiments underestimated the initial liquid-water path of the fog while SODAR\_NORAD\_60 and NORAD\_110 overestimated it.

The REF and NORAD experiment underestimated both the initial fog thickness and its liquid-water content. Microphysical processes such as condensation compensated for this in terms of liquid-water path after one hour of forecast time for REF and two hours for NORAD. Total

evaporation of the cloud occurred half an hour too early for NORAD and fifteen minutes too early for REF. The vertical development of the cloud was the same for REF and TRUTH (130 m), and slightly smaller for NORAD (110 m), while the liquid-water content at the top of the cloud lay within the same range for the three experiments after the adjustment time. This shows that in this situation the model was able to recover from an underestimated initial optical thickness of the cloud. The adjustment time varied depending on the magnitude of the initial error. For shallower fog situations, on the other hand, an underestimation of the initial optical thickness could prove more crucial, as dissipation could occur before the end of the adjustment time. The SODAR experiments showed that, once the initial fog thickness was known, the algorithm used to estimate the liquid-water content underestimated its value compared with TRUTH. The same algorithm also estimated the thickness of the fog layer for REF, which typically led to the aforementioned underestimated values.

In the case of SODAR\_NORAD\_60, microphysical processes quickly reduced the liquid-water content of the cloud, and in less than fifteen minutes of simulation the maximum liquid-water content at the top of the fog layer fell within the same range as TRUTH, i.e.  $0.4 \text{ g/kg}$ . The optical thickness of the cloud was then very similar to TRUTH, with a total evaporation of the cloud occurring at the same time. For the NORAD\_110 experiment, the initial optical thickness of the cloud was only slightly greater than TRUTH. This was because the underestimation of the initial liquid-water content partially offset the overestimation of the initial thickness of the cloud. The same microphysical processes as noted in NORAD quickly brought the maximum liquid-water content into the same range as TRUTH, which resulted in a large overestimation of the optical thickness of the cloud throughout the forecast. The vertical development of the cloud was greater than in the TRUTH experiment (160 m against 130 m) and the cloud was still very

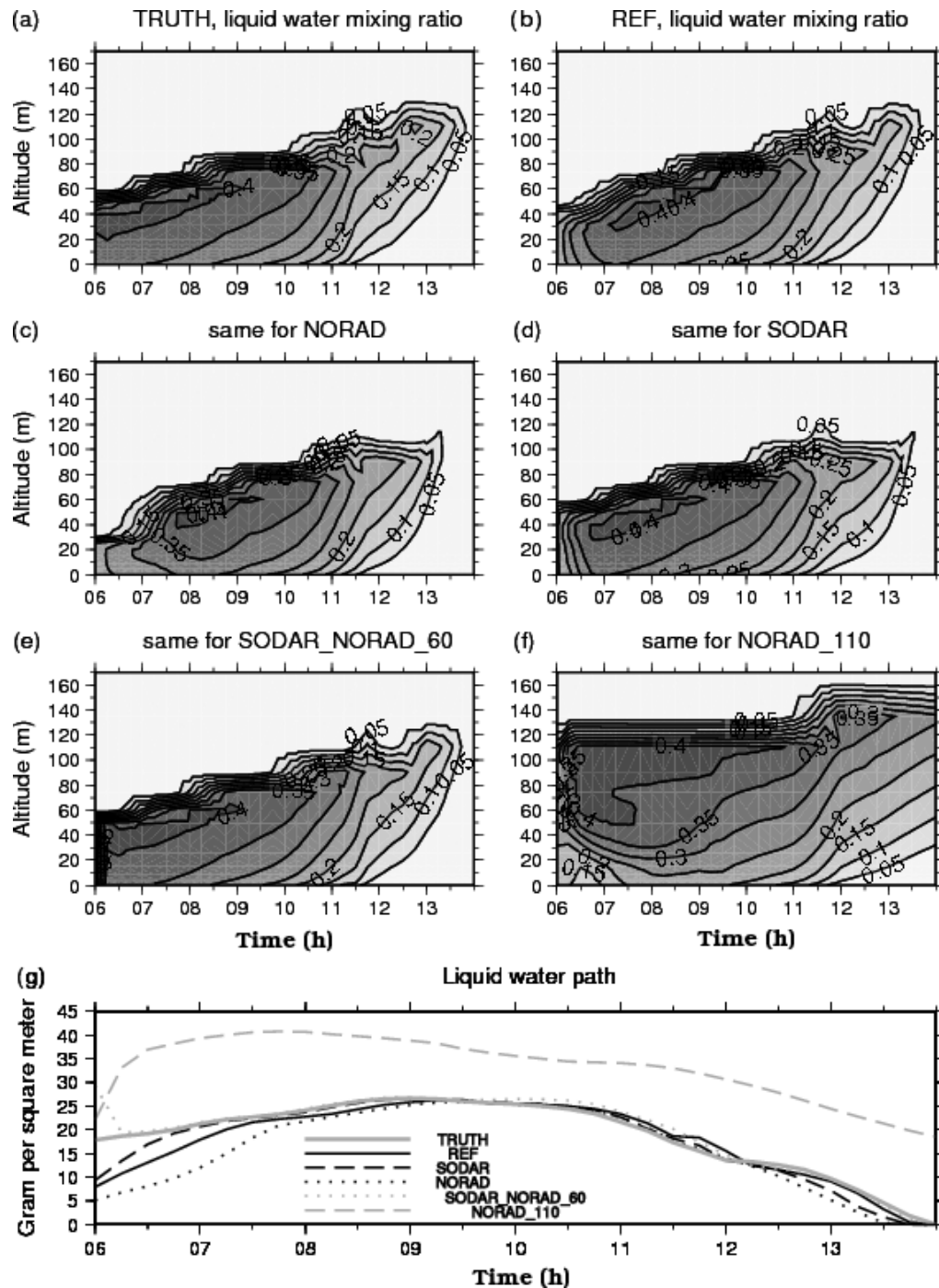


Figure 11. Simulation starting at day 6, 0600 UTC, liquid-water versus time for (a) TRUTH, (b) REF, (c) NORAD, (d) SODAR, (e) SODAR\_NORAD\_60, (f) SODAR\_NORAD\_110; and liquid-water path of each of these experiments (g).

thick at the time, corresponding to its dissipation in TRUTH.

To conclude, it seems that for this simulation the initial thickness of the fog is in fact more important than the initial optical thickness. The model is also more sensitive to an overestimation, rather than an underestimation, of the initial fog thickness. This explains why the algorithm that estimates the initial fog thickness using radiative

flux observations works well, since it results in an underestimation of this thickness most of the time.

## 5. Study using real observations

In this section, experiments are reported that used real observations from Paris–Charles de Gaulle airport, over the winter of 2004–2005. For this situation (referred to

as REAL), we performed the same experiments as in NEAR-FOG and FOG, i.e. the reference experiment REF, MAST10, NOMAST, NORAD and NOSOIL. Observations from a sodar were not available in this case, so there were no SODAR or SODAR\_NORAD experiments.

The test period covered November and December 2004 and January 2005, with hourly simulations, which represents around 2200 eight-hour simulations. 168 hours of LVP conditions were observed during these months. Fog and low-cloud conditions were more frequent late at night and early in the morning and were less frequent during the afternoons.

### 5.1. LVP conditions forecast

Tables V and VI display the mean hit ratio (HR) and pseudo false-alarm ratio (FAR) of LVP conditions, for various forecast times, for the REAL case. MAST10 had HR and FAR nearly identical to those of REF while NOMAST was slightly deteriorated, especially for the HR. The NOSOIL experiment showed significant increases in both HR and FAR, implying an underestimation of the prescribed soil water content, which led to stronger cooling at night. Finally, the NORAD experiment showed a sharp decrease of HR. This was partly due to premature fog burn-offs because the initial thickness of the cloud layer was underestimated.

The overall conclusions using real observations are qualitatively close to those obtained with simulated observations: the most crucial observations are the ones that help initialize the thickness of the fog, followed by soil water measurements and mast observations. With both simulated and real observations, it seems that observations from a 10 m mast give the same results as those from a 30 m mast for the LVP forecast.

Table V. Hit ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the 1 November 2004–31 January 2005 period.

	[0–3 h]	[3–6 h]	[6–8 h]	all
REF	0.72	0.56	0.47	0.62
MAST10	0.73	0.56	0.46	0.62
NOMAST	0.72	0.55	0.45	0.61
NOSOIL	0.81	0.73	0.62	0.75
NORAD	0.63	0.52	0.48	0.57

Table VI. Pseudo false-alarm ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the 1 November 2004–31 January 2005 period.

	[0–3 h]	[3–6 h]	[6–8 h]	all
REF	0.42	0.53	0.61	0.49
MAST10	0.4	0.52	0.61	0.49
NOMAST	0.44	0.54	0.63	0.51
NOSOIL	0.49	0.62	0.68	0.59
NORAD	0.42	0.53	0.61	0.49

### 5.2. Onset and burn-off of LVP events

Tables VII and VIII show the error of the predicted time of onset and burn-off. Simulations in which fog was present at initialization were discarded for score computation for fog onset, for the same reasons as mentioned before.

For the onset (Table VII), MAST10 did not deteriorate the skill compared with REF. NOMAST showed a greater deterioration, and NOSOIL was less effective than the other experiments, especially for large errors (arbitrarily defined as larger than 360 min for the REAL situation). NORAD had a definite impact on the onset time forecast, without a clear trend except for a slightly increasing frequency of large errors. This shows that modifications of the analysis (in this case only when fog situations or low clouds are present) have an impact on later runs through the sequence of first guesses and analysis. As for the burn-off, large errors were less frequent due to simulations that forecast LVP conditions until the end of the forecast time. Therefore there was no recorded burn-off for such cases. MAST10 and NOMAST did not greatly affect the overall skill of the model in forecasting the LVP burn-off time, but the number of large errors was significantly reduced with NOMAST. On the other hand, their number was greatly increased by NOSOIL, which in turn reduced the skill of the model for the forecast burn-off time. NORAD did not affect the frequency of large errors but deteriorated the burn-off time forecast. In general, the conclusions drawn from simulated observations are also valid with real observations, even though there is a difference in the scale of error.

## 6. Conclusion

Fog is a physical phenomenon that remains particularly difficult to forecast. In order to render a 1D approach useful, local observations will have to be used to initialize temperature and humidity correctly. More or less extensive local observation systems were tested with the assimilation scheme of COBEL–ISBA, first with simulated observations and then with real observations. This study demonstrates that the most crucial observations for accurately initializing and forecasting fog situations are the ones that provide an estimation of the initial height of the cloud. They have a strong impact on the forecast of the fog burn-off time, and also on the onset time forecast in the case of recurrent fog, such as in the FOG situation. Soil water-content measurements are also important for an accurate forecast in terms of both onset and burn-off times. A measurement mast significantly improves the initial temperature and humidity profiles, an improvement that is propagated in the forecast, especially during the night. However, it has been shown that using a 10 m mast instead of a 30 m one does not deteriorate the forecast of fog events as such.

This study is based on one single model and the results are therefore likely to be model-dependant, for both the atmospheric model (COBEL) and the land-surface scheme (ISBA). Nevertheless, it underlines the

Table VII. Same as Table I for REAL.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	[90,180]	[180,240]	[240,360]	>360
REF	18	16	18	28	16	16	72
MAST10	24	14	18	22	14	20	70
NOMAST	16	16	24	24	16	18	72
NOSOIL	28	26	32	18	14	28	176
NORAD	28	18	20	20	16	24	76

Table VIII. Same as Table IV for REAL.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	[90,180]	[180,240]	[240,360]	>360
REF	50	16	28	20	12	16	40
MAST10	40	32	24	22	8	12	36
NOMAST	48	26	24	26	14	12	30
NOSOIL	44	10	18	18	12	20	66
NORAD	52	38	14	32	2	18	38

importance of an accurate initialization of fog and low clouds and of the soil-atmosphere interface. These general conclusions can also be helpful for 3D simulations of radiation fog.

We should bear in mind that simulated observations are a very different framework from real observations. The fact that model error is avoided allows a better understanding of the sources of error at initialization and of the relations between the initial and forecast profiles. Having compared the scores of the FOG and REAL experiments for the fog onset and burn-off time error, it is clear that model errors are significant, leading to delayed forecasts for both the onset and burn-off time. However, the conclusions drawn with simulated observations concerning the observation system are qualitatively the same for simulated and real observations.

These insights into the impact of observations on the analysis and the forecasting of fog events will help to define the appropriate initialization scheme for fog forecasting. The case study has shown a sharp difference of model behaviour during the daytime and night-time. The correlation between the forecast values of temperature and humidity at lower and higher levels also follows a diurnal cycle. The assimilation scheme should thus take into account the variability of atmospheric conditions and their impact on the performance of the model and the background-error variances and covariances. This can be achieved by means of an ensemble Kalman filter (EnKF), as shown by Hacker and Snyder (2005) and Hacker and Rostkier-Edelstein (2007). The adaptation of the EnKF approach to 1D fog modelling is the subject of ongoing efforts.

### Acknowledgements

We wish to thank three anonymous reviewers as well as the Editor and the Associate Editor for their valuable comments and suggestions, which improved the

manuscript. We are also grateful to Robert Tardif for his comments.

### References

- Bergot T, Guédalia D. 1994a. Numerical forecasting of radiation fog. Part I: Numerical model and sensitivity tests. *Mon. Weather Rev.* **122**: 1218–1230. DOI: 10.1175/1520-0493(1994)122<1218:NFORFP>2.0.CO;2.
- Bergot T, Guédalia D. 1994b. Numerical forecasting of radiation fog. Part II: A comparison of model simulation with several observed fog events. *Mon. Weather Rev.* **122**: 1231–1246. DOI: 10.1175/1520-0493(1994)122<1231:NFORFP>2.0.CO;2.
- Bergot T, Carrer D, Noilhan J, Bougeault P. 2005. Improved site-specific numerical prediction of fog and low clouds: a feasibility study. *Weather and Forecasting* **20**: 627–646. DOI: 10.1175/WAF873.1.
- Bergot T, Terradellas E, Cuxart J, Mira A, Liechti O, Müller MD, Nielsen NW. 2006. Intercomparison of single-column numerical models for the prediction of radiation fog. *J. Appl. Meteorol. Climatol.* **46**: 504–521. DOI: 10.1175/JAM2475.1.
- Capon R, Tang Y, Clark P. 2007. A 3D high resolution model for local fog prediction. *NetFAM/COST 722 workshop on cloudy boundary layer, Toulouse, France*. <http://netfam.fmi.fi/CBL07/capon.pdf> [Accessed August 2008].
- Chen F, Janjic Z, Mitchell K. 1997. Impact of atmospheric surface-layer parametrizations in the new land-surface scheme of the NCEP mesoscale eta model. *Boundary-Layer Meteorol.* **85**: 391–421.
- Cheung TK. 1991. Sodar observations of the stable atmospheric boundary layer at Barrow, Alaska. *Boundary-Layer Meteorol.* **57**: 251–274. DOI: 10.1007/BF00120887.
- Clark DA. 2002. The 2001 demonstration of automated cloud forecast guidance products for San-Francisco international airport. *Proc. 10th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology, AMS*. [http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark\\_2002\\_ARAM\\_MS-15290\\_WW-10474.pdf](http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark_2002_ARAM_MS-15290_WW-10474.pdf) [Accessed August 2008].
- Clark DA. 2006. Terminal ceiling and visibility product development for northeast airports. *Proc. 14th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology, AMS*. <http://jobfunctions.bnet.com/abstract.aspx?docid=321609> [Accessed August 2008].
- Colomb M, Tzanos D. 2005. Microphysical data of fog observed in Clermont-Ferrand and corresponding satellite images. *Second Midterm Workshop on short range forecasting methods of fog, visibility and low clouds, 2005*. [http://lcrs.geographie.uni-marburg.de/fileadmin/COST\\_media/Official\\_documents/Publications/proceedings\\_Langen.pdf](http://lcrs.geographie.uni-marburg.de/fileadmin/COST_media/Official_documents/Publications/proceedings_Langen.pdf) [Accessed August 2008].
- Duynkerke PG. 1991. Radiation fog: a comparison of model simulation with detailed observations. *Mon. Weather Rev.* **119**: 324–341. DOI: 10.1175/1520-0493.

- Foken Th, Albrech H-J, Sasz K, Vogt F. 1997. Operational use of sodar information in nowcasting. In *Acoustic Remote Sensing Applications, Part Two: Applications in the Atmosphere*, Singal SP (ed.). Springer Verlag: Berlin; Vol. 69, pp 395–405.
- Hacker J, Rostkier-Edelstein D. 2007. PBL state estimation with surface observations, a column model, and an ensemble filter. *Mon. Weather Rev.* **135**: 2958–2972. DOI: 10.1175/MWR3443.1.
- Hacker J, Snyder C. 2005. Ensemble Kalman filter assimilation of fixed screen-height observations in a parametrized PBL. *Mon. Weather Rev.* **133**: 3260–3275. DOI: 10.1175/MWR3022.1.
- Herzogh PH, Benjamin SG, Rasmussen R, Tsui T, Wiener G, Zwack P. 2003. Development of automated analysis and forecast products for adverse ceiling and visibility conditions. *Proc. 19th International Conference on Interactive Information and Processing Systems for Meteorology, Oceanography and Hydrology, AMS*. <http://ams.confex.com/ams/pdfpapers/57911.pdf> [Accessed August 2008].
- Huang XY, Wang H, Chen Y, Zhang X, Tjernkes SA, Stuhmann R. 2007. An observing system simulation experiment using both MM5 and WRF: experiment configuration and preliminary results. *Presentation at the 8th WRF annual meeting, 2007*. [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p\\_2-2\\_Huang.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p_2-2_Huang.pdf) [Accessed August 2008].
- Müller MD, Masbou M, Bott A, Janjic Z. 2005. Fog prediction in a 3D model with parametrized microphysics. *Proc. WWRP Int. Symp. on Nowcasting and Very Short-Range Forecasting*. **6.26**. [http://www.meteo.fr/cic/wsn05/resumes\\_longs/6.26-96.pdf](http://www.meteo.fr/cic/wsn05/resumes_longs/6.26-96.pdf) [Accessed August 2008].
- Müller MD, Schmutz C, Parlow E. 2007. A one-dimensional ensemble forecast and assimilation system for fog prediction. *Pure Appl. Geophys.* **164**: 1241–1264. DOI: 10.1007/s00024-007-0217-4.
- Roquelaure S, Bergot T. 2008. A local ensemble prediction system (L-EPS) for fog and low clouds: construction, Bayesian model averaging calibration and validation. *J. Appl. Meteorol. Climatol.* **47**: 3072–3088. DOI: 10.1175/2008JAMC1783.1.
- Wendish M, Mertes S, Heintzenberg J, Wiedensohler A, Schell D, Wobrock W, Frank G, Martinsson BG, Fuzzi S, Orsi G, Kos G, Berner A. 1998. Drop size distribution and LWC in Po valley fog. *Contrib. Atmos. Phys.* **71**: 87–100. DOI: 10.1175/2008JAMC1783.1.
- Yushkov VP, Kouznetsova IN. 2008. Comparison of nocturnal inversion characteristics obtained by sodar and microwave temperature profiler. *IOP Conf. Ser.: Earth and Environmental Science*. **1**: 1265–1282. DOI: 10.1088/1755-1315/1/1/012047. [http://www.iop.org/EJ/article/1755-1315/1/1/012047/ees8\\_1\\_012047.pdf](http://www.iop.org/EJ/article/1755-1315/1/1/012047/ees8_1_012047.pdf) [Accessed August 2008].

## III conclusion

Le travail d'évaluation de l'impact des différents composants du système d'observations a clarifié le rôle de ces derniers. Le mât de mesures apporte de l'information au système d'assimilation surtout la nuit. Il est possible de faire fonctionner COBEL-ISBA en utilisant un mât de mesure de seulement 10 m, ce qui ouvre des perspectives intéressantes d'installation du modèle sur de nouveaux sites. Cette étude a aussi mis en lumière le rôle crucial de l'initialisation des brouillards et nuages bas : les observations qui influencent le plus la qualité des conditions initiales et des prévisions sont celles qui permettent d'estimer l'épaisseur initiale de la couche de nuage (sodar ou flux radiatifs). L'algorithme de minimisation des erreurs sur les flux radiatifs utilisé à cette fin fonctionne bien et donne une estimation assez réaliste de l'épaisseur optique initiale du brouillard. Enfin, les observations du sol, plus particulièrement celles de son contenu en eau, ont un impact important sur la qualité des prévisions car elles influencent les taux de réchauffement et de refroidissement du sol et des couches atmosphériques en contact avec celui-ci. Si ces observations ne sont pas disponibles, les conditions initiales de contenu en eau pourraient être fournies par la chaîne SIM<sup>1</sup>. L'impact de l'utilisation éventuelle de ces données reste à évaluer.

---

<sup>1</sup>Safran-Isba-Modcou

---





---

## Chapitre 4

# Mise en place d'un filtre de Kalman d'ensemble

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Résumé des résultats</b> . . . . .	<b>78</b>
I.1	Configuration du filtre de Kalman d'ensemble . . . . .	78
I.2	Estimation dynamique des variances d'erreur ALADIN . . . . .	79
I.3	Résultats avec la situation NEAR-FOG . . . . .	80
I.4	Résultats avec la situation FOG . . . . .	81
I.5	Observations réelles . . . . .	81
I.6	Influence de la taille de l'ensemble . . . . .	84
<b>II</b>	<b>Article</b> . . . . .	<b>84</b>
<b>III</b>	<b>Filtre de Kalman d'ensemble avec un système d'observations locales réduit</b> . . . . .	<b>131</b>
III.1	Résultats avec un mât de 10 m . . . . .	131
III.2	Résultats sans mât . . . . .	135
<b>IV</b>	<b>conclusion</b> . . . . .	<b>136</b>

---

Le système d'assimilation opérationnel est basé sur des statistiques d'erreur d'ébauche fixes sur la verticale et dans le temps. Les corrélations entre erreurs de l'ébauche sur la température et sur l'humidité ne sont pas prises en compte. Les diagnostics menés avec la méthode NMC ont montré que ces hypothèses ne sont pas respectées, et que les corrélations croisées entre erreurs sur l'humidité spécifique et sur la température ne sont pas négligeables à certaines heures. Ces conclusions ont amené la mise en place et la validation d'un système d'assimilation qui permette de prendre en compte les variations des statistiques d'erreurs d'ébauche dans le temps et sur la verticale, ainsi que les corrélations croisées, et qui soit adapté à un système non-linéaire. Il s'agit du filtre de Kalman d'ensemble.

---

## I Résumé des résultats

### I.1 Configuration du filtre de Kalman d'ensemble

Nous avons vu que plusieurs écueils existent si l'on veut assimiler des données à l'aide d'un filtre de Kalman d'ensemble. Pour éviter le problème de divergence du filtre, un algorithme d'expansion adaptative des variances/covariances (Anderson, 2007) a été mis en place. Celui-ci augmente les variances et covariances calculées par l'ensemble, en fonction des variances d'erreur de l'observation, de la distance entre la moyenne de l'ensemble d'ébauches et l'observation, et de la variance de l'ensemble d'ébauches. D'autre part, afin de limiter le problème de localisation, la matrice  $\mathbf{B}$  a été multipliée élément par élément à une fonction à support compact, dépendant de la distance entre deux points de la matrice. De cette façon, les covariances entre deux points éloignés du domaine ont été réduites ou éliminées. D'autre part, la fréquence d'assimilation est petite : une heure, ce qui permet de faire l'hypothèse que des perturbations gaussiennes restent gaussiennes lors de la simulation qui produit l'ébauche. De cette façon, les différentes limitations du filtre du Kalman d'ensemble ont été contournées.

La version stochastique, aussi appelée "observations perturbées" du filtre de Kalman d'ensemble a été mise en place pour fournir les conditions initiales de COBEL-ISBA. Cette version a été préférée à la version déterministe du filtre de Kalman d'ensemble pour deux raisons :

- Dans le cadre d'un modèle 1D assez fortement non linéaire, il nous a paru préférable d'utiliser la simulation non perturbée comme ébauche dans le cadre du calcul de l'analyse non perturbée, plutôt que d'utiliser la moyenne de l'ensemble d'ébauches comme analyse non perturbée ;
- Le fait que la matrice  $\mathbf{R}$  comporte des variances (et covariances, dans le cas réel) d'erreur des profils ALADIN, qui sont peu connues, fait qu'ajuster les perturbations en fonction de la matrice  $\mathbf{A}$  revient à tenter de résoudre un système d'une équation à deux inconnues.

Un ensemble d'assimilation de  $N$  ébauches utilisant des observations perturbées est utilisé. A celles-ci s'ajoute une ébauche utilisant des observations non perturbées, qui est exploitée de la même façon que les autres ébauches dans le système d'assimilation. Cette simulation utilisant des observations non perturbées est celle utilisée pour prévoir les brouillards et nuages bas jusqu'à 8 heures d'échéance, tandis que les simulations utilisant des observations perturbées ne sont pas calculées au-delà d'une échéance de une heure, égale à la fréquence du cycle d'assimilation.

Le filtre de Kalman permet d'estimer dynamiquement la matrice  $\mathbf{B}$ . La partie ALADIN de la matrice  $\mathbf{R}$  varie également dans le temps. Comme ces deux matrices

sont celles sur lesquelles reposent le bon fonctionnement de l’algorithme BLUE dans notre cas (la matrice  $\mathbf{H}$  étant connue et simple à calculer), il est important de pouvoir disposer également d’une estimation de la partie ALADIN de la matrice  $\mathbf{R}$ . Une méthode simple a été employée pour fournir celle-ci.

## I.2 Estimation dynamique des variances d’erreur ALADIN

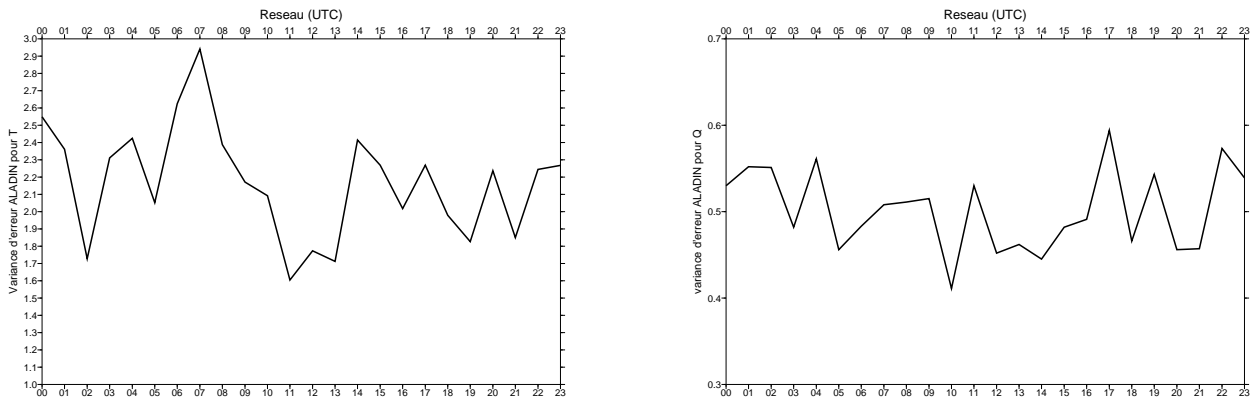


FIG. 4.1: *NEAR-FOG, variances d’erreur ALADIN estimée par la méthode des produits croisés, pour la température en  $K^2$  (gauche) et pour l’humidité spécifique en  $g/kg^2$  (droite), en fonction du réseau.*

Nous rappelons ici que dans le cadre d’observations simulées, la matrice  $\mathbf{R}$  correspondant aux profils ALADIN est diagonale (voir le chapitre II.1). Il s’agit donc d’estimer uniquement les variances d’erreur des profils ALADIN. La méthode retenue pour évaluer ces variances est celle dite des “produits croisés” (Desroziers et al., 2005). Une première analyse est calculée par le filtre de Kalman d’ensemble en utilisant les variances d’erreur des profils ALADIN climatologiques de la configuration opérationnelle. Les variances d’erreur ALADIN sont ensuite estimées avec la formule 2.15, et moyennées sur les 8 niveaux des profils ALADIN utilisés dans le schéma d’assimilation. Une nouvelle analyse est alors calculée en utilisant les nouvelles variances d’erreur ALADIN.

La figure 4.1 présente les variances d’erreur ALADIN calculées en fonction du réseau, moyennées sur toute la situation NEAR-FOG. Les valeurs sont proches pour la situation FOG. Les fluctuations des variances sont plus importantes pour la température que pour l’humidité spécifique. La moyenne des variances d’erreur ALADIN

estimées par les produits croisés sur tous les réseaux est de  $2,15 \text{ K}^2$  pour la température et de  $0,502 \text{ g/kg}^2$  pour l'humidité spécifique. Ces valeurs sont très proches des variances d'erreur "réelles", c'est-à-dire celles utilisées pour générer les observations ALADIN simulées ( $2 \text{ K}^2$  pour la température et  $0,5 \text{ (g/kg)}^2$  pour l'humidité spécifique), ce qui valide cette méthode d'estimation de la partie ALADIN de la matrice  $\mathbf{R}$ . En utilisant conjointement cet algorithme et le filtre de Kalman d'ensemble, on a ainsi une estimation dynamique de la matrice  $\mathbf{B}$  et de la partie ALADIN de  $\mathbf{R}$ , soit de tous les éléments du système d'assimilation qui dépendent d'un modèle.

### I.3 Résultats avec la situation NEAR-FOG

Le filtre de Kalman d'ensemble a été employé avec des ensembles à 8, 16 et 32 membres ; ce sont les expériences ENKF8, ENKF16 et ENKF32. Dans cette section et les deux suivantes, seuls les résultats de ENKF32 sont abordés ; l'impact de la taille de l'ensemble est discuté dans une section spécifique. D'autre part, le brouillard radiatif concerne les niveaux les plus bas du modèle, principalement en dessous de 100 m ; les scores seront par conséquent surtout évalués dans la partie basse du domaine de COBEL-ISBA. Les résultats sont présentés dans la figure 7 de l'article. ENKF32 apporte une amélioration importante de l'erreur quadratique moyenne sur les conditions initiales de température, de l'ordre de 20% en dessous de 50 m et de 40% au-dessus. Les résultats sont similaires pour l'humidité spécifique, avec une amélioration de l'erreur quadratique moyenne sur les conditions initiales de l'ordre de 30% à 40% sur toute la hauteur du domaine. Le biais initial est à peu près inchangé en dessous de 100 m pour la température et l'humidité spécifique ; au-dessus de cette hauteur il est légèrement dégradé.

Au cours de la prévision, l'amélioration apportée par ENKF32 sur l'erreur quadratique moyenne des conditions initiales diminue avec l'échéance. Au delà d'une heure de prévision, l'amélioration de ENKF32 est de l'ordre de 5 à 10% en dessous de 100 m pour l'erreur quadratique moyenne sur l'humidité spécifique, et de 15 à 20% sur la température. Au dessus, l'amélioration reste plus importante, 10 à 20% pour l'humidité spécifique et 25 à 40% pour la température. Le biais a un comportement contrasté entre l'humidité spécifique et la température au cours des simulations. Après une légère dégradation au cours de la première heure de simulation, le biais sur l'humidité spécifique demeure plus ou moins constant avec l'échéance et sur la verticale, à des valeurs légèrement plus élevées que REF. Le biais sur la température augmente avec l'échéance dans les basses couches du domaine ; tandis qu'il diminue puis reste plus ou moins constant au-dessus de 40 m environ. Le biais sur la température est ainsi légèrement dégradé par rapport à REF, surtout dans les basses couches du domaine de COBEL-ISBA.

---

## I.4 Résultats avec la situation FOG

Les scores sur les températures et humidités spécifiques initiales sont proches de ceux obtenus avec NEAR-FOG (voir la figure 8 de l'article). L'amélioration de l'erreur quadratique moyenne par ENKF32 est plus importante avec FOG, qu'avec NEAR-FOG, tandis que l'amélioration de la température initiale et de la température prévue jusqu'à 3 heures d'échéance est légèrement plus petite. En ce qui concerne le biais, on retrouve le même comportement entre FOG et NEAR-FOG, la dégradation du biais sur la température par ENKF32 étant un peu plus importante.

La prévision du brouillard est largement améliorée par ENKF32; l'amélioration globale des erreurs quadratiques moyennes des températures et humidités spécifiques initiales et prévues a pour conséquence une amélioration importante du taux de détection et du pseudo-taux de fausse alarme sur la prévision des conditions LVP, quelque soit l'échéance de prévision considérée (voir tableaux 1 et 2 de l'article). Le taux de détection des conditions LVP par ENKF32 est à un niveau très élevé et demeure quasi-constant au cours des prévisions. De même, la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP est largement améliorée (figure 9 de l'article). En effet, dans 40% des cas, l'erreur sur la prévision de l'heure de début des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn, contre 30% des cas pour REF. Pour la prévision de l'heure de fin des conditions LVP, 60% des simulations concernées présentent une erreur inférieure ou égale à 30 mn, contre 40% pour REF.

## I.5 Observations réelles

### a - Modification de la configuration du système d'assimilation opérationnel

Avant de tester le filtre de Kalman d'ensemble avec des observations réelles, la configuration du système d'assimilation a été modifiée. Cette modification concerne à la fois le système d'assimilation opérationnel et le filtre de Kalman d'ensemble. En effet, sur les 2200 simulations théoriquement réalisables sur la période de 3 mois allant du 1/11/2004 au 31/01/2005, seulement 2000 sont effectuées avec la configuration opérationnelle. La différence est due à des données manquantes (problèmes sur l'acquisition des données du mât, de la station météorologique, des mesures dans le sol ou encore des observations de flux radiatifs, ou encore profils ALADIN non disponibles). De ce fait, les cycles d'assimilation-prévision sont souvent interrompus, ce qui entraîne une dégradation de la qualité des profils initiaux et donc des prévisions. Ce problème est accentué avec le filtre de Kalman d'ensemble, car, au début d'une série de cycles d'assimilation-prévision, celui-ci nécessite environ entre 10 et 20 cycles d'assimilation pour trouver un équilibre. Pour remédier à cela, il convient

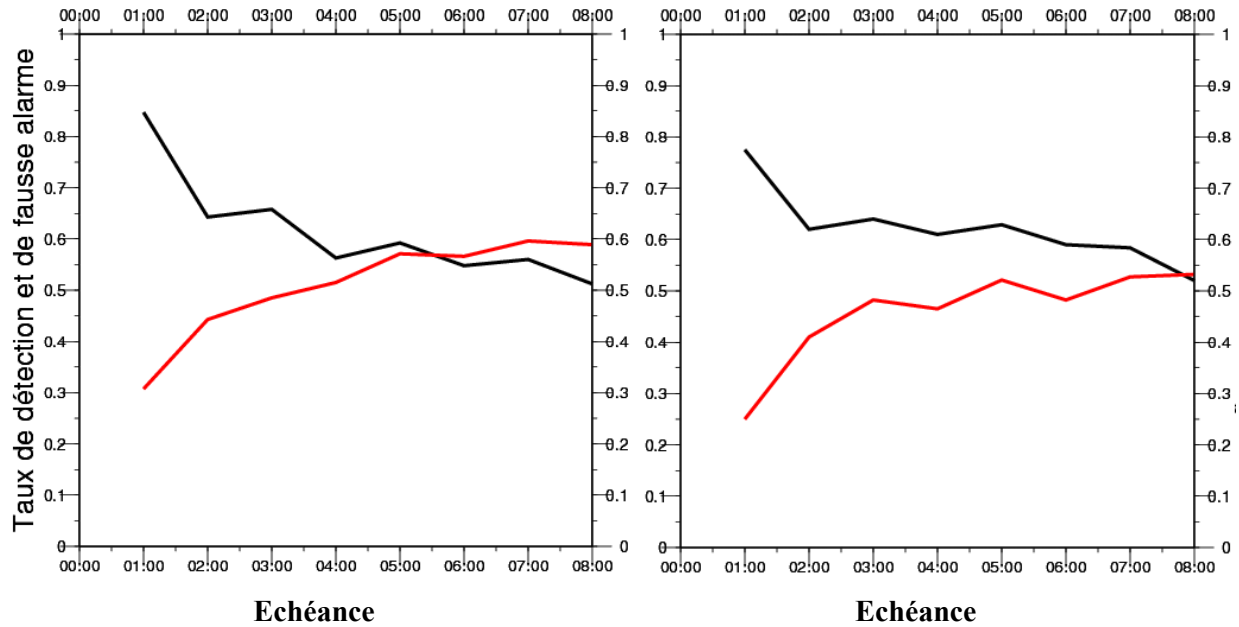


FIG. 4.2: *Taux de détection (noir) et pseudo-taux de fausse alarme (rouge) des conditions LVP en fonction de l'échéance. Configuration classique (à gauche, statistiques sur 2000 simulations) et modifiée (à droite, statistiques sur 2200 simulations) du système d'assimilation opérationnel.*

de faire fonctionner le modèle même lorsque l'un des composants du système d'observations locales est indisponible. Pour ce faire, la configuration opérationnelle du système d'assimilation a été modifiée comme suit :

- En cas de manque des données de la station météorologique, la construction des conditions initiales est effectuée sans la température et l'humidité à 2 m. Comme on n'a aucune information sur la couverture nuageuse, l'initialisation des brouillards et nuages bas n'est pas prise en compte dans ce cas ;
- En cas de manque des données du mât, l'assimilation est effectuée sans ces mesures, comme dans l'expérience NOMAST ;
- Si les mesures de température et de contenu en eau du sol sont indisponibles, alors l'ébauche ISBA est utilisée comme condition initiale pour le sol ;
- Enfin, si les observations des flux radiatifs à 2 et 45 m sont indisponibles et que des nuages sont présents à l'initialisation, deux cas de figures sont possibles.

S'il s'agit de brouillard, alors sa hauteur initiale est fixée arbitrairement à 25 m. S'il s'agit de stratus, alors l'épaisseur de la couche de nuage est fixée arbitrairement en fonction de la hauteur de la base.

Au vu de l'étude sur l'impact des différents composants du système d'observations locales, il est certain que certaines simulations, en particulier celles effectuées sans les observations de flux radiatifs, ne seront pas de grande qualité. Cependant, il nous est paru plus important de préserver la continuité du cycle d'assimilation-prévision. La figure 4.2 présente les taux de détection et de fausse alarme en fonction de l'échéance, avant et après modification de la configuration du système d'assimilation opérationnel. Les statistiques n'ont pas été effectuées sur le même nombre de cas : on dénombre 168 heures de situations LVP sur les 2000 simulations de la configuration classique, tandis que l'on en recense 186 sur les 2200 simulations de la configuration modifiée. On peut voir cependant que le fait d'avoir une série ininterrompue de cycles d'assimilation-prévision au cours des trois mois de simulation apporte une amélioration tangible des scores ; en particulier en ce qui concerne le pseudo-taux de fausse alarme, qui passe de 0,501 à 0,459 en moyenne sur tous les réseaux et toutes les échéances. Le taux de détection moyen est quasi-inchangé ; il est de 0,632 avec la configuration classique et de 0,634 avec la configuration modifiée du système d'assimilation. REF désigne l'expérience utilisant le système d'assimilation opérationnelle, modifié pour qu'il n'y ait pas d'interruption des cycles d'assimilation-prévision. Le filtre de Kalman d'ensemble a été testé uniquement avec cette configuration.

## **b - Résultats avec le filtre de Kalman d'ensemble**

ENKF32 est évalué uniquement sur la qualité des prévisions des conditions LVP. Le taux de détection des conditions LVP (tableau 3 de l'article) est légèrement amélioré par ENKF32 par rapport à REF, pour les échéances comprises entre 1 et 3h. De même, le pseudo-taux de fausse alarme (tableau 4 de l'article) est significativement amélioré, de l'ordre de 10%, jusqu'à 3h d'échéance. Au delà, les scores sont inchangés entre ENKF32 et REF. Les conditions initiales ont moins d'impact lorsque l'on utilise des observations réelles qu'avec des observations simulées. Dans ce dernier cas, le modèle étant parfait, la qualité des prévisions dépend uniquement de la qualité des conditions initiales. Avec des observations réelles, l'erreur modèle intervient et interagit avec l'erreur sur les conditions initiales. Ces dernières ont par conséquent moins d'impact relatif sur la qualité des prévisions.

La prévision de l'heure de début des conditions LVP (tableau 5 de l'article) est améliorée par ENKF32 par rapport à REF ; en effet les erreurs sont globalement plus petites et il y a moins de grandes erreurs (plus de 6 heures). La proportion de

---

petites erreurs (définies arbitrairement comme inférieures à 45 mn) augmente d'un peu moins de 10% pour ENKF32 par rapport à REF. Il est difficile de dégager une tendance pour la prévision de l'heure de fin des conditions LVP (tableau 6 de l'article). Le filtre de Kalman d'ensemble a moins d'impact sur la prévision de celle-ci car dans la plupart des cas, le brouillard était déjà présent à l'initialisation. Dans ces cas, l'heure de dissipation du brouillard dépend plus de l'épaisseur initiale de celui-ci que des profils initiaux de température et d'humidité donnés par le filtre de Kalman d'ensemble.

## I.6 Influence de la taille de l'ensemble

La taille de l'ensemble d'ébauches détermine la précision avec laquelle cet ensemble représente la distribution de probabilité des ébauches. Elle influence également la dispersion de cet ensemble. Pour les situations FOG et NEAR-FOG, la taille de l'ensemble a cependant peu d'influence sur la qualité des conditions initiales de température et d'humidité spécifique. Les scores des expériences ENKF8, ENKF16 et ENKF32 ne montrent pas de tendance à l'amélioration avec la taille de l'ensemble. Ceci est dû au fait que l'algorithme d'inflation adaptative des variances/covariances compense efficacement le manque éventuel de dispersion de l'ensemble d'ébauches. En effet, le facteur d'inflation diminue lorsque la taille de l'ensemble augmente.

Lorsque l'on utilise des observations réelles, ce mécanisme de compensation fonctionne moins bien et la taille de l'ensemble a un impact important sur la qualité de la prévision des événements LVP. Le taux de détection et le pseudo-taux de fausse alarme sont tous deux fortement corrélés avec la taille de l'ensemble, surtout pour les échéances inférieures à 4 heures.

## II Article

“Ensemble Kalman filter data assimilation in a 1D numerical model used for fog forecasting”

Soumis le 22 juin 2009 au Monthly Weather Review, accepté le 13 novembre 2009.

---



# Ensemble Kalman filter data assimilation in a 1D numerical model used for fog forecasting

SAMUEL RÉMY \* AND THIERRY BERGOT

---

\* *Corresponding author address:* Samuel Rémy, CNRM/GAME, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex 1, France.  
E-mail: samuel.remy@meteo.fr

## Abstract

As poor visibility conditions have a considerable influence on airport traffic, a need exists for accurate and updated fog and low cloud forecasts. COBEL-ISBA, a boundary layer 1D numerical model, has been developed for the very short term forecast of fog and low clouds. This forecast system assimilates local observations to produce initial profiles of temperature and specific humidity. The initial conditions have a great impact on the skill of the forecast.

In this work we first estimated the background error statistics. They vary greatly with time, and cross-correlations between temperature and humidity in the background were significant. This led to the implementation of an ensemble Kalman filter (EnKF) within COBEL-ISBA. The new assimilation system was evaluated with temperature and specific humidity scores as well as in terms of its impact on the quality of fog forecasts. Simulated observations were used, and focused on the modeling of the atmosphere before fog formation, and also on the simulation of the life-cycle of fog and low clouds. For both situations, the EnKF brought a significant improvement in the initial conditions and the forecasts. The forecast of the onset and burnoff times of fogs was also improved. The EnKF was also tested with real observations and gave good results. The size of the ensemble did not have much impact when simulated observations were used, thanks to an adaptive covariance inflation algorithm. The impact was greater when real observations were used.

# 1. Introduction

Low visibility conditions often cause problems at many international airports. Such conditions may reduce the landing/takeoff traffic by a factor of two, leading to delays or even cancellations of flights. This is why accurate forecasts of these conditions have become an important issue. Each airport defines a set of visibility and ceiling thresholds below which safety procedures, called Low Visibility Procedures (LVP), are applied. At Paris-Charles De Gaulle airport, the threshold values are set at 600m for visibility and 60m for the ceiling. Various approaches are employed to forecast low visibility conditions. For airports located in flat terrain, 1D models are suitable for the nowcasting of radiation fog events (Bergot and Guédalia (1994a), Bergot and Guédalia (1994b)). They are currently used in real time to forecast fog at the local scale (e.g. Clark (2002), Clark (2006), Herzegh et al. (2003)). The 1D boundary layer model COBEL, coupled with the land surface scheme ISBA as documented in Bergot et al. (2005) has been in operational use since 2005 at Paris-Charles de Gaulle airport in France to provide estimated times for the onset and lifting of LVP conditions. Fog is a phenomenon that evolves at small spatial and time scales. Its 1D modeling involves interactions between many parameterizations: turbulence, microphysics, radiative scheme and surface-atmosphere exchanges. This highlights the importance of working with accurate initial conditions: the quality of the COBEL-ISBA forecasts is dependant on the initial conditions (Bergot and Guédalia (1994a), Roquelaure and Bergot (2007), Rémy and Bergot (2009)). This paper aims to improve it by using an ensemble Kalman Filter (EnKF, Evensen (1994) and Evensen (2003)). Theoretically, ensemble filters are an adequate method for taking the atmosphere variability into account in the assimilation scheme of non linear systems, such as boundary-layer 1D models. They have recently been implemented in various oceanic and atmospheric models (Houtekamer et al. (2005), Zhang (2005), Hacker and Snyder (2005), Hacker and Rostkier-Edelstein (2007) among others). Here, an implementation of this method for 1D fog forecasts is presented, using both model simulated and real observations.

The framework of this study is outlined in section 2. Two sets of simulated observations were created: one with mostly clear-sky conditions at the initialization, to study the formation of fog, and the other with frequent occurrence of fog and low clouds. Section 3 presents the setup of the EnKF and section 4 shows the results with the two sets of simulated observations. Next, in section 5, we focus on results obtained from a system using real observations instead of simulated ones. In section 6, the impact of the ensemble size on the performance of the EnKF, for simulated and real observations, is discussed. Finally, section 7 summarizes the results.

## 2. Framework of the study

### *a. The COBEL-ISBA assimilation-prediction system*

#### 1) THE MODEL

COBEL-ISBA consists of the coupling of the high resolution atmospheric boundary layer 1D model COBEL (Bergot (1993), Bergot and Guédalia (1994a) and b) with the 7-layer land-surface scheme ISBA (Noilhan and Planton (1989), Boone (2000)). To be able to adequately forecast radiative fog events, it possesses a high vertical resolution : 30 levels between 0.5 and 1360 m, with 20 levels below 200 m. The physical parameterizations used in COBEL-ISBA consists of :

- a turbulent mixing scheme with a 1.5 order turbulence closure that uses a prognostic turbulent kinetic energy (TKE) equation. The mixing length differs for stable (Estournel (1988)) and for neutral or unstable conditions (Bougeault and Lacarrere (1989)),
- a warm microphysical scheme adapted to fog and low clouds in temperate regions,
- Detailed longwave and shortwave radiation transfer schemes.

COBEL-ISBA is run at one hour intervals and provides up to eight hours of LVP forecasts. The inputs of the model are the initial conditions and mesoscale forcings. Mesoscale forcings (i.e. geostrophic wind, horizontal advection and cloud cover above the model column) are given by the Numerical Weather Prediction (NWP) model ALADIN (Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement INternational, <http://www.cnrm.meteo.fr/aladin>).

#### 2) THE ASSIMILATION SCHEME

The initial conditions are given by a two-step assimilation scheme, using local observations (Bergot et al. (2005)). The observation system used at Paris-Charles de Gaulle airport is designed to provide up-to-date information on the state of the surface boundary layer temperature and moisture. It includes a weather station which provides 2 m temperature and humidity, visibility and ceiling, a measurement mast that gives temperature and humidity observations at 1, 5, 10 and 30 metres, radiative fluxes (shortwave and longwave) observations at 2 and 45 metres and soil temperature and water content between the surface and -40cm. The assimilation system uses information from a first guess or background (i.e. a previous 1 hour COBEL-ISBA forecast), local observations and profiles from the ALADIN NWP model, to generate a Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) for initial conditions of temperature and specific humidity:

$$x^a = x^b + \mathbf{K} * (y^o - \mathbf{H}x^b) \quad (1)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2)$$

In this equation,  $x^a$  is the analysis,  $x^b$  is the first guess or background,  $y^o$  are the observations.  $\mathbf{K}$  is the Kalman gain that accomplishes the observation weighting.  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{R}$  are the error variance/covariance matrices of the background and of the observations respectively,

and  $\mathbf{H}$  is the forward operator, i.e. the matrix that interpolates information from the model grid to the observation grid. As the dimension of the system is low, matrices can be explicitly inverted and there is no need for a variational algorithm. The ALADIN data are taken as observations for the upper levels of the model domain, so a part of  $\mathbf{R}$  corresponds to the error variances and covariances of the ALADIN profiles. The covariances between the other observations are zero. In the operational setup, the error statistics are imposed arbitrarily to allow the initial profile to be close to observations near the surface and closer to the ALADIN profiles above. The cross-correlation of temperature and humidity errors in the background are zero : the operational assimilation scheme is monovariate. Our objective is to compute flow dependent background error statistics and to build a multivariate assimilation scheme by taking into account the cross-correlations of temperature and humidity errors in the background.

When a layer of cloud is detected, an additional step uses a minimization algorithm together with measurement of radiative fluxes at the ground and at 45 m to estimate cloud thickness. The radiation scheme of COBEL is used to compute the modelled radiative fluxes at 2 and 45m, using different initial thicknesses of the fog layer. The best estimate of the initial fog thickness is the one that minimizes the error between modelled and observed radiative fluxes (see Bergot et al. (2005) for more details). The relative humidity profile is then modified within the saturated layer.

The soil temperature and water content profiles used to initialize ISBA are obtained directly by interpolation of soil measurements.

### *b. Simulated observations*

The Observing System Simulation Experiment (OSSE) is adequate to study the accuracy of an assimilation scheme (e.g. Huang et al. (2007)). It consists of generating pseudo-observations by adding perturbations to a reference run of the model. The pseudo-observations are then assimilated, and the initial state and forecast can be compared to the reference run. The advantages of this method are :

- The same physical processes are underlying both observations and simulations; which leads to the fact that there are no modelling errors. The only source of error when using simulated observations are the initial conditions, which explains why they are used often in data assimilation studies. The errors in the initial conditions originate only in the observations and first guess errors, themselves originating from errors in initial conditions propagated by the previous forecast. The lack of observations for certain parameters (e.g. the thickness or water content of a cloud layer) does not allow the assimilation scheme to entirely correct the errors of the first guess field. The quality of initial conditions thus depends solely on the observations used and on the assimilation scheme.
- The framework provides simulated observation for the entire domain of COBEL-ISBA.
- Lastly, it is possible to create a large variety of observation sets that accommodate our needs for evaluation purposes.

The perturbations added to the reference run were all independent from each other; which means that the errors of the ALADIN profiles at different levels are decorrelated; which is not the case when using real observations. When using simulated observations, the  $\mathbf{R}$  matrix is thus entirely diagonal.

Two sets of simulated observations : one for the study of clear-sky nights and of shallow-fog situations (NEAR-FOG), and the other for the study of frequent are deep fogs (FOG).

### 1) THE NEAR-FOG SITUATION

Simulated observations corresponding to clear-sky and shallow-fog situations were produced. This observation set will be referred to as NEAR-FOG hereafter. 15 days of simulated observations were generated, during which no fog occurred for the first 10 nights. Shallow fog situations developed for the remaining five nights. Their thicknesses did not exceed 10 m. 21 hours of Low Visibility Procedure (LVP) conditions were “observed” for this situation. The skies above the model column were entirely clear which ensured strong night-time cooling. Figure 1 shows the “true” temperature at 1m, and corresponding liquid water path. Close to ground-level, the daily highs lay in the 20-22 ° C range while the lows were around 8-9 ° C. Day and night relative humidity varied greatly from 30% to 100%, corresponding to typical conditions observed during autumn and winter over land.

Figure 2 show the mean Root Mean Square Error (RMSE) and the mean bias of the forecasted temperature and specific humidity versus forecast time and altitude, when using the operational setup. The influence of the observations can be seen by the lower values of RMSE at initialization time below 50m, especially for temperature. For both temperature (figure 2c) and specific humidity (figure 2a), most of the increase of the RMSE occurred during the first two hours of forecast time. For specific humidity, the maximum of RMSE is always at the surface, whereas for temperature, the RMSE no longer showed large differences between the lower and upper part of the domain after 4h of forecast time. The analysis is nearly unbiased for both specific humidity and temperature (figures 2b and d). The specific humidity bias became positive with forecast time, with a maximum close to the ground. A cold bias appeared rapidly for the forecasted temperature (2d) and increased regularly with the forecast time, with maxima close to the ground-level and above the top of the mast (30m).

### 2) THE FOG SITUATION

This situation was designed to study the fog and low cloud life cycle. Fog and low clouds occurred during many nights of the 15-day observation set, hereafter referred to as FOG, because of high moisture combined with strong night-time cooling due to clear skies above the model column. Figure 3 shows the “true” temperature observations at 1m and the “true” liquid water content integrated over the model column. In total, 98 hours of LVP conditions were “observed” in these 15 days, with fog occurrence on 11 nights. Stratus also occurred in the upper part of the model column on days 7 and 8, which were not counted as LVP. Various fog situations occurred, from shallow early-morning fog to fog layers more than 200 m thick.

Figure 4 shows the mean RMSE and bias of temperature and specific humidity when using the operational setup with the FOG situation. It is interesting to compare it with figure

2. The initial profiles of specific humidity (figure 4a) show a larger RMSE for FOG than for NEAR-FOG over the whole domain. This is due to errors in the initialization of fog and low clouds. The increase of RMSE with forecast time is slower for FOG than for NEAR-FOG, and after two hours of forecast, the values close to the surface are similar for both situations. The RMSE above 100m remain significantly higher for FOG than for NEAR-FOG, for all forecast times. The specific humidity bias (figure 4b) is close to zero for all forecasts time below 50m whereas it is negative above that height. For all heights, the specific humidity bias doesn't vary much with forecast time. The RMSE of forecasted temperature (figure 4c) increases much faster in the lower part of the domain for FOG than for NEAR-FOG (figure 2c) and reaches a maximum of 1K after 7 hours of simulation. A maximum appears between 50 and 150 m of altitude, which corresponds to situations where the forecasted height of the fog is different from the simulated observations. The inversion at the top of the fog layer significantly increases the error if the forecasted cloud layer thickness is not the same as the observed one. The temperature bias (figure 4d) also increases with forecast time, with a maximum at the surface.

### 3. Setup of the ensemble Kalman filter

#### *a. Diagnosis of background error correlations*

In the operational setup, the background error correlations were fixed in time and in the vertical direction. We diagnosed these correlations, using the NMC (National Meteorological Center) method (Parrish and Derber (1992)). This method approximated the forecast error from a set of differences between several forecasts valid at the same time. Figure 5 presents the temperature and temperature-specific humidity correlations at analysis times of 6 and 15UTC, averaged over the November 1st-January 31st period. The error statistics follow a marked diurnal cycle, with higher values during the day, corresponding to the development of a mixed boundary layer. The cross-correlations between temperature and specific humidity errors are higher during the night than during the day. At 6am and below 100m, the cross-correlations are nearly symmetric, i.e. the correlation between the background temperature error at 10 m and humidity error at 50 m, for example, is close to the correlation between the background humidity and temperature errors at 10 and 50 m respectively.

This analysis showed that we needed to build a more adaptive assimilation system able to estimate the flow-dependent background covariances for each run of the model and to take the cross-correlations between temperature and humidity into account. The EnKF was a simple method to achieve that.

#### *b. Construction of the ensemble*

We implemented the “perturbed observations” configuration of the EnKF, as it increases the spread of the ensemble as compared to other configurations. For more details on this, refer to Burgers et al. (1998). This version of the EnKF consists in using an ensemble of initial conditions that is built by adding white noise perturbations to the observations and mesoscale forcings.

In equation (1), for each ensemble member  $i$ , the observation  $y_i^o$  is replaced by  $y_i^o + \text{Normal}(0, \sigma_i^o)$ . The observation error variances  $\sigma_i^o$  are known for the observations from the mast and the weather stations. As ALADIN profiles were also used as observations, their error statistics were estimated using a method proposed by Desroziers et al. (2005) with:

$$\sigma_o^2 = (\mathbf{H}\mathbf{x}^b - \mathbf{y}^o) * (\mathbf{H}\mathbf{x}^a - \mathbf{y}^o) \quad (3)$$

Soil observations and mesoscale forcing (i.e. geostrophic wind, advection of temperature and humidity) error statistics were provided by a sensitivity study carried out by Roquelaure and Bergot (2007).

The model has 30 levels for two control variables temperature and specific humidity (liquid water content is assimilated separately), which makes that the dimension of the model space in the assimilation scheme is rather small: 60.

### *c. Validation of the prior ensemble*

In this section, the realism of an ensemble of 32 backgrounds or priors is assessed. This assessment was carried out using rank histograms, also known as Talagrand histograms (Talagrand et al. (1997), Hamill (2001)). It consists of ranking the verifying data in the sorted ensemble. Rank histograms are generated by repeatedly comparing the rank of the verification (usually an observation) relative to values from an ensemble sorted from lowest to highest. They provide a rapid diagnosis of the ensemble reliability. A lack of variability in the ensemble will give a U-shaped rank-histogram, while a convex shape indicates that the observations are most of the time encompassed in a subset of the actual ensemble, i.e. that the ensemble spread is too large. Skewed histograms indicate a bias in the ensemble, i.e. that the ensemble mean is biased. A flat shape implies equiprobability of the verifying data and of the ensemble, hence that the ensemble is reliable. According to Hou et al. (2001), a rank histogram can be defined as flat if the adjusted missing-rate is lower than 10%. In order to compute the adjusted missing-rate, the missing-rate, which is the sum of the relative frequencies of the two extreme (the first and the last) categories, is first computed. The adjusted missing rate is then defined as the difference between the expected missing-rate  $\frac{2}{N+1}$  and the missing-rate.

Figure 6 shows the rank histograms of the 32-member prior ensemble for temperature and humidity for the FOG and NEAR-FOG situations. The rank histograms were computed with two sets of verifying data: the simulated observations on the left and the truth on the right, to account for observation error. For both FOG and NEAR-FOG, the rank histogram were flat for temperature, following the definition of Hou et al. (2001), which means that the ensemble was reliable for temperature. The missing-rate (i.e. the sum of the relative frequency of the two extremes) is small according to the definition of Hou et al. (2001), which means that the spread of the ensemble was large enough (figure 6a and e). When observation error was taken into account (figure 6b and f), the convex shape of the rank histogram shows that the spread was even slightly too large. The small cold bias of the reference simulation (see figures 2 and 4) was reflected in the sloped rank histograms which indicates that a majority of the ensemble members were generally too cold.

For specific humidity, the ensemble spread was insufficient, by a greater amount for FOG than for NEAR-FOG (figure 6c and g). When observation error was taken into account



(figure 6d and h), the rank histograms were flat, following the definitions of Hou et al. (2001). This means that the ensemble was fairly reliable, but that the observation error for specific humidity was too large, especially fog the FOG situation. The positive (NEAR-FOG) and negative (FOG) specific humidity bias of the reference simulation (see figures 2 and 4) were reflected by the corresponding bias of the ensemble in both cases.

*d. EnKF algorithm and its limitations*

The EnKF is an adaptation of the Kalman Filter (KF) model to non-linear systems using Monte Carlo sampling (in the propagation step) and linear updating (correction or analysis step). In the ensemble Kalman filter (EnKF) an ensemble of backgrounds is integrated forward in time using the nonlinear forward model. A set of  $N$  analysis is thus propagated by the model into an ensemble of  $N$  backgrounds. At update times, the error covariance is calculated from the ensemble. The traditional BLUE update equation (eq. 1) is used to assimilate observations and build the initial conditions of temperature and humidity, with the Kalman gain calculated from the background error covariances (the  $\mathbf{B}$  matrix of eq. 1) provided by the ensemble. At this stage, the ensemble of  $N$  backgrounds (or priors) is updated into  $N$  analysis (or posteriors). The ensemble allowed us to estimate the cross-correlations of temperature and humidity errors in the background; the EnKF provided the possibility of building a multivariate assimilation scheme.

1) GAUSSIAN HYPOTHESIS

Although the EnKF does not require a linearization of the model, it is still based on the hypothesis that perturbations evolve linearly, so that initial Gaussian perturbations (i.e., perturbations completely represented by their mean and covariance) remain Gaussian within the assimilation time window. For a strongly nonlinear system, such as COBEL-ISBA, this assumption is generally not true. The variability of the measurement and state variables is small compared to their value, which means that the perturbations can be satisfactorily approximated to Gaussian. This constraint imposes a short (i.e. 1h) assimilation cycle when the EnKF is used with COBEL-ISBA.

2) FILTER DIVERGENCE

The EnKF is often subject to filter divergence, i.e. the distribution produced by the filter drifts away from the truth. Filter divergence normally occurs because the prior probability distribution becomes too narrow (loss of ensemble spread) and the observations have progressively less impact on the model updates. This problem can be partly controlled by using a large ensemble. However, for practical field applications, the ensemble size needs to be kept relatively small for computational efficiency. Two methods for avoiding filter divergence are a configuration of the EnKF using a pair of ensembles (Houtekamer and Mitchell (1998), Houtekamer et al. (2005)) and covariance inflation (Anderson and Anderson (1999), Anderson (2007) and Anderson (2009)). In this work, the latter method was chosen. Covariance inflation attempts to avoid filter divergence by simply inflating the covariance of the ensemble. Here the adaptive covariance inflation of Anderson (2007) was applied. This algorithm

adjusts the variance of the ensemble so that the observation falls within a reasonable distance, according to both ensemble variance and observation error variance, of the ensemble mean. It can be used only with observations with decorrelated errors.

### 3) LOCALIZATION

The localization problem consists of spuriously large background covariance estimates between greatly distant grid points (Hamill et al., 2001; Houtekamer and Mitchell, 2001). Such large covariances do not correspond to real correlations of errors between distant points; they are the results of noise in the estimate of covariances through an ensemble. This problem can be fixed by using a larger ensemble and by multiplying the  $\mathbf{B}$  matrix estimate elementwise by a correlation function with a compact support (Hamill et al. (2001)). We used an exponential-based function, which was set to zero below a threshold level. The vertical length scale used was 200 meters.

## 4. Ensemble Kalman filter assimilation of simulated observations

In this section, the simulations are evaluated against the “true” state of the atmosphere, generated by the reference run. The EnKF was run with 32 members and the cross-correlations of temperature and specific humidity were computed and used in the assimilation scheme. We used the multivariate configuration of the EnKF. In the following, this experiment will be referred to as ENKF32. For temperature and specific humidity scores, we will emphasize the results in the first 100 m of the model column, as this is the critical domain for the forecasting of radiation fog events.

The errors of the ALADIN profiles are decorrelated between different levels within this framework. The covariance inflation factor was thus computed using the observations from the weather station, the mast, and the ALADIN profiles.

### *a. results of the EnKF with NEAR-FOG*

This EnKF was assessed in terms of temperature and specific humidity root mean square error (RMSE) and bias for the NEAR-FOG situation. Figure 7 shows the RMSE of temperature and specific humidity with ENKF32, versus forecast time, as a percentage of the RMSE of the REF experiment. It also shows the bias difference between the two experiments for temperature and specific humidity. As the bias was of the same sign in both experiments, positive values indicate that ENKF32 was worse in terms of bias than REF.

For both temperature and specific humidity, the RMSE (figure 7a and c) of the initial conditions was improved by ENKF32. The improvement was larger above 50m, which is the domain where there are no observations available. The background error variances computed by the ensemble were generally smaller than the ones used in the operational setup, and also smaller than the estimated error variances of the ALADIN profiles. In consequence, the

initial profiles were close to the background as compared to REF. The improvement of the scores above 50 m shows that, in the NEAR-FOG situation, the guess was closer to the real state of the atmosphere than the synthesized ALADIN profiles. As simulated observations are used, this result is not surprising, since the “true” state of the atmosphere is also a forecast. The initial bias (figure 7b and d) was more or less unchanged below 100m and showed a small degradation as compared with REF above that height.

After one hour of forecast, the improvement of temperature RMSE by ENKF32 was much reduced and remained in the 5% range in the lower part of the domain until the end of the simulations. Above that height, the improvement was larger. The RMSE of forecasted specific humidity, on the other hand, was improved by 15 to 20% below 50 m for all forecast times, and by 25 to 35% above that height. The bias of forecasted specific humidity remained constant for all forecast times after a slight degradation in the first hour of simulation. The forecasted temperature bias also varied little after 1 hour of forecast. It was slightly degraded below 30-50m and above 300-400m as compared to REF, and lay in the same range as REF elsewhere.

Overall, the RMSE was improved, slightly for specific humidity and considerably for temperature. The large improvement in initial conditions became smaller in the forecast, which shows the diminishing influence of initial conditions with longer forecast times. The temperature and specific humidity bias were both slightly degraded by ENKF32 as compared with REF, which was also a consequence of being closer to the background in the initial conditions. The small model bias (see figure 2) was magnified in this case because the EnKF trusted the background more in the construction of the initial profiles, as compared to the operational setup.

### *b. results of the EnKF with FOG*

Here, the model was also assessed in terms of hit and false alarm ratios on the forecast of LVP conditions, in addition to scores of temperature and specific humidity. Scores for the onset and burnoff time of LVP conditions were also computed.

#### 1) SCORES FOR TEMPERATURE AND SPECIFIC HUMIDITY

Figure 8 presents the RMSE and bias of temperature and specific humidity with ENKF32, as compared those obtained with REF. It is interesting to compare the scores with figure 7 to see the impact of frequent fog on the performance of the EnKF. The RMSE of analyzed specific humidity and temperature (figure 8a and c) showed the same pattern between FOG and NEAR-FOG: a larger improvement as compared to REF above 100 m than below, and also a larger improvement for specific humidity than for temperature. The initial bias (figure 8b and d) was left mostly unchanged, except for temperature bias above 600m, which was slightly degraded.

The RMSE of forecasted specific humidity and temperature varied greatly between NEAR-FOG and FOG. Below 100m, the initial improvement, as compared to REF, diminished in

the first two hour of forecast, and then increased to reach 30-35% of improvement at the end of the simulations. The fact that the temperature and specific humidity RMSE's initial improvement persisted during the forecast was due to a better forecast of fog and low clouds thanks to better initial conditions (these results are illustrated in the next subsection). False-alarms or non-detection of fogs had a strong impact on both temperature and specific humidity forecast error. The bias of forecasted specific humidity did not vary much with forecast time after one hour of forecast. It was left unchanged below 50m and slightly improved above, as compared to REF. The forecast temperature bias followed the same pattern as with NEAR-FOG. The degradation below 50m and above 500m was slightly larger with FOG.

## 2) FORECAST OF LVP CONDITIONS

Figure 9 shows the frequency distribution histogram of the onset and the burnoff time of LVP events, for all simulation times and forecast times, for the FOG situation. Simulations in which fog was already present at initialization time were discarded for the computation of the onset scores. For these simulations, it was meaningless to compare the simulated and observed onset times because the fog events considered had begun before the initialization time. The errors larger than 240 minutes are grouped together in the 240 minutes column. For both REF and EnKF experiments, the forecast of the burnoff time was more accurate than that of the onset time. This is because the fogs that occurred between days 11 and 15 were shallow: they lifted very soon after sunrise, and the model forecasted these burnoffs accurately. The REF experiment (figure 9a and c) showed a small early bias on the onset time. This was associated with the small cold bias noted in REF (see figure 4).

ENKF32 brought an improvement in the prediction of both the onset and burnoff times. The number of large errors was significantly reduced, and the number of simulations with errors smaller than or equal to 15 minutes was much increased. The bias on the forecast of onset time persisted, as the cold bias was not corrected by ENKF32.

Tables 1 and 2 show the Hit Ratio (HR) and pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times and for the REF and ENKF32 experiments. In the case of rare event forecasting, such as fog and LVP conditions, the pseudo-FAR is convenient because it removes the impact of the "no-no good forecasts" (no LVP forecast and no LVP observed), which mostly dominate the data sample and hide the true skill of the LVP forecast system. If  $a$  is the number of observed and forecasted events,  $b$  the number of not observed and forecasted events, and  $c$  the number of observed and not forecasted events, HR and pseudo-FAR are then defined as follows:

$$HR = \frac{a}{a + c}; \quad pseudoFAR = \frac{b}{a + b}$$

Table 1 shows that the detection of LVP conditions was improved for all forecast times. The improvement was larger for longer forecast times, corresponding to the largest improvements in temperature and specific humidity RMSE as compared to REF. Also, the hit ratio of LVP conditions did not decrease with time with ENKF32, while it did with REF. This shows the strong influence of the initial conditions on the forecast when the model error has been

removed by using simulated observations. Table 2 shows that ENKF32 experienced slightly fewer false alarms than REF. This is an interesting result since an improvement in both HR and FAR is hard to obtain.

*c. Impact of the EnKF on initial and forecasted lower boundary layer structure*

The situations we studied were characterized by swift and intense changes from a boundary layer stratification to another. This section will try to assess if the overall improvement brought by the ensemble Kalman filter on the scores was reflected in an improvement of the initial and forecasted stratification of the atmosphere. As mentioned before, this section will focus on the lower boundary layer, i.e. the first 100 m of the COBEL-ISBA domain, where radiative fog occurs.

Figure 10 shows the initial and forecasted temperature profiles in the first 100 m of the COBEL-ISBA domain, for REF and ENKF32, given by two simulations starting on day 6, 7UTC and on day 3, 11UTC. The real state of the atmosphere and the observations are also plotted. On day 6, at 7UTC, a 60m-thick fog was present, which evolved to a 75m-thick fog by 9UTC. The atmosphere was neutral within the fog, with a strong temperature inversion on top. On day 3 at 11 and 13UTC, the sky was clear and the atmosphere was slightly unstable due to surface heating. The temperature analysis given by the EnKF are closer to the real state of the atmosphere for the two considered cases. REF was more influenced by the observations than ENKF32. As a consequence, the operational setup produced a stable initial temperature profile while the atmosphere was slightly unstable, whereas ENKF32 gave a slightly unstable initial temperature profile. This improvement in the initial stratification of the lower boundary layer led to a better forecast. After two hours of forecast, there were not much difference in the stratification as forecasted by REF and ENKF32; however the latter was closer to the real state of the atmosphere in both cases.

As illustrated by these two examples, ENKF32 provided initial profiles that were generally closer to the true stratification of the atmosphere than REF. This is probably the reason why the forecasts of temperature, specific humidity and of fog events were also improved by ENKF32 as compared to REF.

*d. Impact of the cross-correlations of temperature and humidity errors in the background*

In the ENKF32 experiment, the cross-correlations of temperature and specific humidity in the background were taken into account. To assess the impact of these cross-correlations on the quality of the initial conditions, an experiment, called ENKF32\_MONO, was run without taking these cross-correlations into account: this experiment was run with a monovariate configuration of the EnKF. Figure 11 shows the temperature RMSE, meaned over all simulations of ENKF32\_MONO, as a percentage of the temperature RMSE of ENKF32 versus forecast time, for FOG and NEAR-FOG. The scores were not shown for specific humidity as they were mostly similar. For NEAR-FOG, the impact of the cross-correlations was slightly negative for temperature RMSE and slightly positive for specific humidity RMSE. For FOG, the impact was significantly positive for both temperature and specific humidity RMSE, especially for forecast times larger than three hours and below 100 m. For NEAR-FOG and FOG, the bias on forecasted temperature and specific humidity was not changed much by

the multivariate configuration of the EnKF. Overall, the multivariate EnKF brought small changes for the NEAR-FOG situation and an improvement for the FOG situation, as compared to the monivariate EnKF. For FOG, the quality of the fog forecasts (not shown) was also improved by the multivariate configuration of the EnKF as compared to the monivariate configuration. The different behaviour between NEAR-FOG and FOG was due to the fact that cross-correlations were in average larger for FOG than for NEAR-FOG.

To explain why the cross-correlations were higher on average for FOG than for NEAR-FOG, figure 12 shows the temperature and temperature-specific humidity correlations as computed by the 32 member ensemble, for two simulations: one starting at day 4, 12 UTC and the other starting at day 6, 7UTC. These correlations were the ones used in the assimilation scheme to compute the initial profiles of temperature and specific humidity. On day 4, 12UTC, the skies were clear, while on day 6, 7UTC, fog 50m thick was present at initialization time. Areas of high temperature correlations (figure 12a and b) correspond to the mixed-layer. Its height varied considerably between day and night. On day 6, 7UTC, the top of the mixed-layer matched the top of the fog layer and the correlations were very small above that height. On day 4, 12UTC, the top of the mixed layer lay at around 150 m. The cross correlations differed a lot between the two dates. On day 6, 7UTC, they were very high in the cloud layer (i.e. below 50m). This is because in a saturated environment, the specific humidity equals the saturated specific humidity, which depends on temperature. An error on temperature automatically lead to an error on specific humidity in these conditions. Strong negative cross-correlations occurred between humidity above the cloud layer and temperature inside the cloud layer, with values ranging from -0.6 to -0.8. These cross-correlations were not symmetric: there were no correlations between temperature above the fog and specific humidity below. The cross-correlations were much lower on day 4, 12UTC, whether they were positive (in the mixed layer) or negative (above the boundary layer for temperature). As the occurrence of saturated conditions is much more frequent during FOG than during NEAR-FOG, the average cross-correlations are also larger in average.

## 5. Ensemble Kalman filter assimilation of real observations

In this section, experiments are reported that used real observations from Paris-Charles de Gaulle airport, over the winter of 2004-2005. For this situation, the reference experiment was called REAL. The EnKF was run with 8, 16 and 32 members and the cross-correlation of temperature and specific humidity errors was taken into account. As for other situations, the experiments were called ENKF8, 16 and 32. This section focuses on ENKF32; the impact of the ensemble size will be discussed in the next section. When using real observations, the ALADIN errors are not decorrelated between different levels; which means that we cannot use the ALADIN profiles in the computation of the covariance inflation factor.

The test period covered November and December 2004, and January 2005. With hourly assimilation-simulation cycles, representing around 2200 8-hour simulations. 186 hours of LVP conditions were observed during these months. Fog and low cloud conditions were more

frequent late at night and early in the morning and were less frequent during the afternoons. Observations were available only for heights ranging from 1 m to 30 m, so, when using real observations, the impact of the EnKF on the model was assessed only in terms of the quality of LVP condition forecasts.

*a. LVP conditions forecast*

Tables 3 and 4 display the mean Hit Ratio (HR) and pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL case.

Both HR and pseudo-FAR were slightly improved by ENKF32 as compared to REAL for forecast times between one and three hours. Beyond that, there was not much change. This shows that the initial conditions had a smaller impact on the quality of the fog forecasts when real observations were used compared to when simulated observations were used. The influence of errors in both the model and the mesoscale forcings was larger than the influence of initial conditions beyond the first three hours of forecast time. This matches the conclusions of Roquelaure and Bergot (2007), who showed that errors on the initial conditions have more impact for forecast times smaller than 3 hours, and that errors on mesoscale forcings have more impact for larger forecast times.

*b. Onset and burn-off of LVP events*

Tables 5 and 6 show the error on the predicted time of onset and burn-off for all simulation and forecast times. Simulations in which fog was present at initialization were discarded when computing the score for fog onset, for the same reasons as mentioned before.

ENKF32 brought a small improvement as compared to REAL for the forecast of the LVP onset time. There were around 10 % more cases of small errors (between 0 and 90 minutes), and 10 % fewer with errors larger than 360 minutes. On the other hand, ENKF32 did not improve the forecast of burnoff times much. The EnKF had less impact on the forecast of fog burnoff times because, for most of the cases, fog was already present at initialization time. For these cases, the burnoff time depended mainly on the initial thickness of the fog layer and on the forecasted soil temperature and water content. Their values were weakly correlated with initial profiles of temperature and humidity.

## 6. Impact of the ensemble size

In all previous experiments, the EnKF was run with a 32-member ensemble. Here the EnKF was run with smaller ensembles: 8 members (experiment ENKF8) and 16 members (ENKF16). The consequence of smaller ensembles is a smaller spread and a poorer description of the variance-covariance matrix by the ensemble. For this reason, smaller ensembles increase the risk of filter divergence.

*a. Simulated observations*

Figure 13 shows the RMSE of the initial profiles of temperature and specific humidity for ENKF8 and ENKF16, for all simulations, as a percentage of the RMSEs obtained with ENKF32 for FOG and NEAR-FOG. For NEAR-FOG, the size of the ensemble had a mostly positive impact on the RMSE of initial specific humidity and a mostly negative one on temperature. For FOG, a larger ensemble brought no improvement. For both FOG and NEAR-FOG, the size of the ensemble had a more positive impact on specific humidity than on temperature. This can be explained by the characteristics of the ensemble. For temperature, the spread of 8, 16 and 32-member ensembles was large enough. In this case, adding new members did not bring much more information on the error statistics. For specific humidity, the ensemble spread was slightly insufficient, and smaller for ENKF8 than for ENKF16, and smaller for ENKF16 than for ENKF32. In this case, adding new members was useful.

Overall, increasing the size of the ensemble did not greatly improve the initial conditions. This is because the adaptive covariance inflation algorithm compensated for the smaller spreads caused by smaller ensembles. Figure 14 show the mean covariance inflation factor for temperature and specific humidity versus simulation time, for NEAR-FOG (a and b) and FOG (c and d). For both situations, the covariance inflation factors were larger for ENKF8 than for ENKF16, and also larger for ENKF16 than for ENKF32. A smaller spread of the ensemble brought a larger covariance inflation. For temperature (figure 14a and c), the covariance inflation factor followed a strong diurnal cycle for NEAR-FOG, and a slightly less marked one for FOG. This diurnal cycle corresponded to a diurnal cycle of the temperature covariances. During the day, the differences among the N analysis were greater than among the N backgrounds, as the forward integration by the model erased the perturbations to produce neutral or unstable stratified profiles. In contrast, during the night the atmosphere was stable and the perturbations of the analysis were better preserved by the forward integration in this case. In consequence, the spread of the ensemble of N backgrounds was larger for temperature during the night than during the day, and the covariance inflation compensated for this with larger values during the day. This phenomenon was less marked for FOG than for NEAR-FOG, as the atmosphere was less often unstable during the day and less often stable during the night because of the more frequent occurrence of fog.

The specific humidity covariance inflation factor (figure 14b and d) had much higher values for NEAR-FOG as compared to FOG. This was probably due to the higher frequency of saturated profiles in the prior ensemble and in the observations. When profiles are saturated, the simulated observations and the ensemble mean are very close, which removes the need for covariance inflation. The high values of the specific covariance inflation factor for NEAR-FOG were linked to the smaller spread mentioned before (see figure 6c). This shows that the adaptive covariance algorithm is an indispensable and efficient tool for preventing filter divergence. It allows runs with rather small-size ensembles when using simulated observations.



### *b. Real observations*

Tables 3 and 4 show the hit ratio (HR) and pseudo false alarm ratio (FAR) of LVP conditions versus forecast time for ENKF8, ENKF16 and ENKF32 in the REAL situation. For both HR and FAR, the size of the ensemble had a significant impact on the scores. The impact was smaller for forecast times longer than 4 hours. This shows that the ensemble size matters more with real observations than with simulated observations, especially for the first few hours of the forecast. The covariance inflation factor (figure 14e and f) was small for temperature and very small for specific humidity. It could be because the covariance inflation factor was computed without using the ALADIN profiles when using real observations. Because of that, more members were needed to compensate for a smaller covariance inflation factor when using real observations. A larger ensemble is needed when real observations were used, as compared to simulations using simulated observations.

## 7. Summary and discussion

Fog is a physical phenomenon that remains particularly difficult to forecast. In order to render a 1D approach useful, local observations have to be used to provide accurate initial profiles. A simple diagnosis showed that the error correlations of the background depended on the stability of the atmosphere. Also, this study showed that correlations between temperature and specific humidity errors in the background could not be ignored. These insights led to the implementation of an ensemble Kalman filter, which allowed to dynamically estimate the background error statistics. With simulated observations, the EnKF brought a marked improvement in the initial and forecasted temperature and specific humidity. It also greatly improved the quality of the forecast of fog events, in terms of hit ratio and pseudo false alarm rates. It increased the accuracy in forecasting the onset and burnoff times of LVP conditions, which is the result that matters most to the airports. The impact of cross-correlations was shown to be mostly positive.

Simulated observations constitute a very different framework from real observations. The fact that the model error was avoided with simulated observation allowed a better understanding of the sources of error at initialization and of the relations between the initial and the forecast profiles. Using real observations, the EnKF brought an improvement in the forecast of fog, for forecast times shorter than three hours. The scores were left unchanged for larger forecast hours. The forecast of the onset time of LVP conditions was also improved. The scores on the burnoff time were not, but the fact that liquid water was often present at initialization time for these simulations hid the impact of the EnKF. When real observations were used, the model and mesoscale forcing errors were added to the initial condition errors, also present with simulated observations, so that the influence of the initial condition errors on the forecast was relatively smaller in that case. Furthermore, model errors are not taken into account in the version of the BLUE algorithm that was used. They are notably hard to estimate. A possible method is to build a multi-scheme ensemble, using different physical parameterizations (e.g. turbulence, microphysics and radiation scheme). Overall, despite this limitation which is intrinsic to the model, the EnKF is an interesting assimilation scheme for the forecasting of radiation fog events.

The ensemble size was more correlated to the quality of the initial conditions and forecasts with real observations than with simulated observations. With simulated observations, the covariance inflation algorithm managed to compensate for the lack of spread of smaller ensembles and allowed us to run the EnKF with satisfactory results with an ensemble of only 8 members. When using real observations, a larger ensemble is needed. The EnKF works well within a 1D approach with relatively few members, which renders its use possible in an operational context.

Several studies have shown that for strongly non-linear systems such as a 1D model, an alternative to variational and Kalman filtering methods exists: the particle filter. This assimilation scheme does not need any Gaussian assumption and has been shown to work well with theoretical chaotic systems such as the Lorenz system. Work is ongoing on this promising method.

*Acknowledgments.*

We wish to thank the Editor and the anonymous reviewers for their valuable comments and suggestions, which improved the manuscript. We are also grateful to Robert Tardif and Gérald Desroziers for their comments.

## References

- Anderson, L., 2007: An adaptive covariance inflation error correction algorithm for ensemble filters. *Tellus*, **59**, 210–224.
- Anderson, L., 2009: Spatially and temporally varying adaptive covariance inflation for ensemble filters. *Tellus*, **61A**, 72–83.
- Anderson, L. and S. Anderson, 1999: A monte carlo implementation of the nonlinear filtering problem to produce ensemble assimilations and forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 2741–2758.
- Bergot, T., 1993: Modélisation du brouillard à l’aide d’un modèle 1d forcé par des champs mésoéchelle : application à la prévision. Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 192 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bergot, T., D. Carrer, J. Noilhan, and P. Bougeault, 2005: Improved site-specific numerical prediction of fog and low clouds: a feasibility study. *Weather and Forecasting*, **20**, 627–646.
- Bergot, T. and D. Guédalia, 1994a: Numerical forecasting of radiation fog. part i : Numerical model and sensitivity tests. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1218–1230.
- Bergot, T. and D. Guédalia, 1994b: Numerical forecasting of radiation fog. part ii : A comparison of model simulation with several observed fog events. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1231–1246.
- Boone, A., 2000: Modélisation des processus hydrologiques dans le schéma de surface isba : inclusion d’un réservoir hydrologique, du gel et modélisation de la neige (modeling of hydrological processes in the isba land surface scheme : inclusion of a hydrological reservoir, freezing, and modeling of snow). Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 207 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bougeault, P. and P. Lacarrere, 1989: Parameterization of orography-induced turbulence in a mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1872–1890.
- Burgers, G., P. V. Leuwen, and G. Evensen, 1998: Analysis scheme in the ensemble kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 1719–1724.
- Clark, D., 2002: Terminal ceiling and visibility product development for north-east airports. *14th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at [http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark\\_2002\\_ARAM\\_MS-15290\\_WW-10474.pdf](http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark_2002_ARAM_MS-15290_WW-10474.pdf)].
- Clark, D., 2006: The 2001 demonstration of automated cloud forecast guidance products for san-francisco international airport. *10th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at <http://jobfunctions.bnet.com/abstract.aspx?docid=321609>].
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385–3396.

- Estournel, C., 1988: Etude de la phase nocturne de la couche limite atmospherique (study of the nocturnal phase of boundary layer). Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 161 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France].
- Evensen, G., 1994: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte-carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, **99**, 10 142–10 162.
- Evensen, G., 2003: The ensemble kalman filter : theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, **53**, 343–367.
- Hacker, J. and D. Rostkier-Edelstein, 2007: Pbl state estimation with surface observations, a column model, and an ensemble filter. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 2958–2972.
- Hacker, J. and C. Snyder, 2005: Ensemble kalman filter assimilation of fixed screen-height observations in a parametrized pbl. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 3260–3275.
- Hamill, M., 2001: Interpretation of rank histograms for verifying ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 550–560.
- Hamill, M., J. Whitaker, and C. Snyder, 2001: Distance-dependant filtering of background error covariance estimates in an ensemble kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 2776–2790.
- Herzogh, P., S. Benjamin, R. Rasmussen, T. Tsui, G. Wiener, and P. Zwack, 2003: Development of automated analysis and forecast products for adverse ceiling and visibility conditions. *19th Internat. Conf. on Interactive Information and Processing Systems for Meteorology, Oceanography and Hydrology*, AMS, [available at <http://ams.confex.com/ams/pdfpapers/57911.pdf>].
- Hou, D., E. Kalnay, and K. Droegemeier, 2001: Objective verification of the samex’98 ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **128**, 73–91.
- Houtekamer, P. and H. Mitchell, 1998: Data assimilation using an ensemble kalman filter technique. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 796–811.
- Houtekamer, P., H. Mitchell, G. Pellerin, M. Buehner, M. Charron, L. Spacek, , and B. Hansen, 2005: Atmospheric data assimilation with an ensemble kalman filter: results with real observations. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 604–620.
- Huang, X., H. Wang, Y. Chen, X. Zhang, S. Tjernkes, and R. Stuhlmann, 2007: An observing system simulation experiment using both mm5 and wrf : experiment configuration and preliminary results. *8<sup>th</sup> WRF annual meeting*, UCAR, [available at [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2\\_Huang.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2_Huang.pdf)].
- Noilhan, J. and S. Planton, 1989: A simple parameterization of land surface processes for meteorological models. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 536–549.
- Parrish, D. and J. Derber, 1992: The national meteorological center spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1747–1763.

- Rémy, S. and T. Bergot, 2009: Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **135**, 1248–1265.
- Roquelaure, S. and T. Bergot, 2007: Seasonal sensitivity on cobel-isba local forecast system for fog and low clouds. *Pure Appl. Geophys.*, **164**, 1283–1301.
- Talagrand, O., R. Vautard, and B. Strauss, 1997: Evaluation of probabilistic prediction systems. *ECMWF Workshop on Predictability*, ECMWF, [available from ECMWF, Shinfield Park, Reading, Berkshire RG2 9AX, United Kingdom.].
- Zhang, F., 2005: Dynamics and structure of mesoscale error covariance of a winter cyclone estimated through short-range ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 2876–2893.

## List of Tables

1	Hit Ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF and ENKF32 experiments	23
2	Pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF and ENKF32 experiments	24
3	Hit Ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the REF, ENKF8, ENKF16 and ENKF32 experiments	25
4	Pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the REF, ENKF8, ENKF16 and ENKF32 experiments	26
5	Number of simulations falling into the error intervals (in minutes) for the prediction of the onset of fog events during REAL.	27
6	Same as table 5 but for the prediction of burnoff time.	28

TABLE 1. Hit Ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF and ENKF32 experiments

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.93	0.89	0.89	0.88	0.86	0.84	0.88
ENKF32	0.95	0.92	0.93	0.95	0.93	0.93	0.94



TABLE 2. Pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF and ENKF32 experiments

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.07	0.05	0.07	0.10	0.12	0.18	0.09
ENKF32	0.04	0.03	0.02	0.06	0.08	0.15	0.07

TABLE 3. Hit Ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the REF, ENKF8, ENKF16 and ENKF32 experiments

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.78	0.62	0.64	0.61	0.59	0.52	0.63
ENKF8	0.73	0.60	0.59	0.54	0.55	0.52	0.60
ENKF16	0.75	0.64	0.67	0.60	0.58	0.50	0.63
ENKF32	0.78	0.66	0.70	0.61	0.59	0.52	0.64

TABLE 4. Pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the REAL situation and for the REF, ENKF8, ENKF16 and ENKF32 experiments

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.25	0.41	0.48	0.47	0.48	0.53	0.46
ENKF8	0.28	0.42	0.50	0.50	0.51	0.50	0.46
ENKF16	0.26	0.40	0.46	0.48	0.50	0.51	0.46
ENKF32	0.23	0.38	0.43	0.48	0.50	0.53	0.45

TABLE 5. Number of simulations falling into the error intervals (in minutes) for the prediction of the onset of fog events during REAL.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	[90,180]	[180,240]	[240,360]	>360
REF	28	26	22	28	16	18	68
ENKF32	30	28	24	28	12	22	62

TABLE 6. Same as table 5 but for the prediction of burnoff time.

	[0,15]	[15,45]	[45,90]	[90,180]	[180,240]	[240,360]	>360
REF	48	28	26	24	10	10	32
ENKF32	50	16	20	44	8	4	38

## List of Figures

- 1 NEAR-FOG: “Truth” for 1m temperature (a) and Liquid water path (b). 32
- 2 NEAR-FOG: RMSE (left) and bias (right) of temperature (bottom) and specific humidity (top). Isolines are every 0.05K for temperature bias and RMSE, every 0.05 g/kg for specific humidity RMSE and every 0.025 g/kg for specific humidity bias. 33
- 3 same as figure 1 but for FOG. 34
- 4 Same as figure 2 but for FOG. 35
- 5 Diagnosis of correlations in the background, using an NMC method. Correlations of temperature (top) and of temperature with specific humidity (bottom), at 6 (left) and 15UTC (right). Mean over the 01/11/2005-31/01/2005 period. 36
- 6 Rank histograms for NEAR-FOG (a to d) and FOG (e to h), of temperature (a and e) and specific humidity (c and g). The y-axis shows the frequency of the verifying observation; the x-axis gives the bins formed by the ensemble. Verifying data are the simulated observations on the left, the truth on the right (i.e. observation error is accounted for in these rank histograms). 37
- 7 NEAR-FOG: RMSE of ENKF32 as a percentage of the RMSE of REF (left) and bias of ENKF32 minus bias of REF (right) for temperature (bottom) and specific humidity (top). 38
- 8 Same as figure 7 but for FOG. 39

- 9 FOG: Frequency distribution histogram of the error on onset time (left, the LVP conditions at initial time are not taken into account) and burnoff time (right) of LVP conditions. REF experiment is at the top, ENKF32 at the bottom. Positive values correspond to a forecast of onset or burnoff that is too late. Errors larger than 240 minutes are grouped in the 240 minutes column. 40
- 10 FOG, temperature profiles : a) and c) of temperature at initialization time; b) and d) of temperature after two hours of simulation, for simulations starting at day 6, 7UTC (top) and day 3, 11UTC (bottom). REF is plotted by the black continuous line, ENKF32 by the dashed line, the truth by the gray line. Observations at analysis time are plotted by black crosses. 41
- 11 Temperature RMSE of ENKF32\_MONO as a percentage of the RMSE of ENKF32 (left) and bias of ENKF32\_MONO minus bias of ENKF32 (right) versus forecast time, for NEAR-FOG (top) and FOG (bottom). 42
- 12 FOG: error correlations in the background as computed by the 32-member ensemble. Background error correlations of temperature (top) and of temperature with specific humidity (bottom), on day 6, 7UTC (left) and day 4, 12UTC (right). 43
- 13 RMSE of initial temperature (black) and specific humidity (gray) of ENKF8 (continuous line) and of ENKF16 (dashed line), as a percentage of the RMSE of ENKF32, for a) NEAR-FOG and b) FOG. 44

14 Mean temperature (left) and specific humidity (right) covariance inflation factor versus simulation time for NEAR-FOG (a and b), FOG (c and d) and REAL (e and f). Covariance inflation factors computed for ENKF8 are plotted as a dashed line, for ENKF16 as a dotted line and for ENKF32 as a continuous line.

45



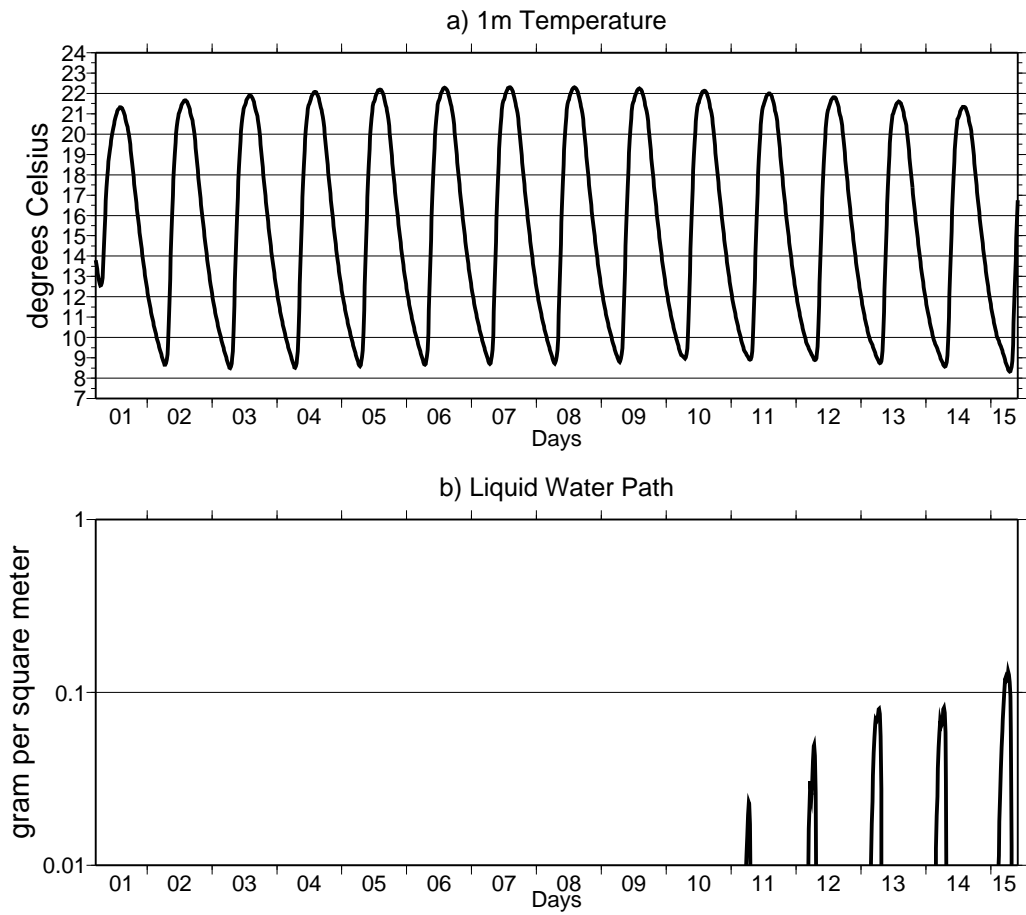


FIG. 1. NEAR-FOG: “Truth” for 1m temperature (a) and Liquid water path (b).

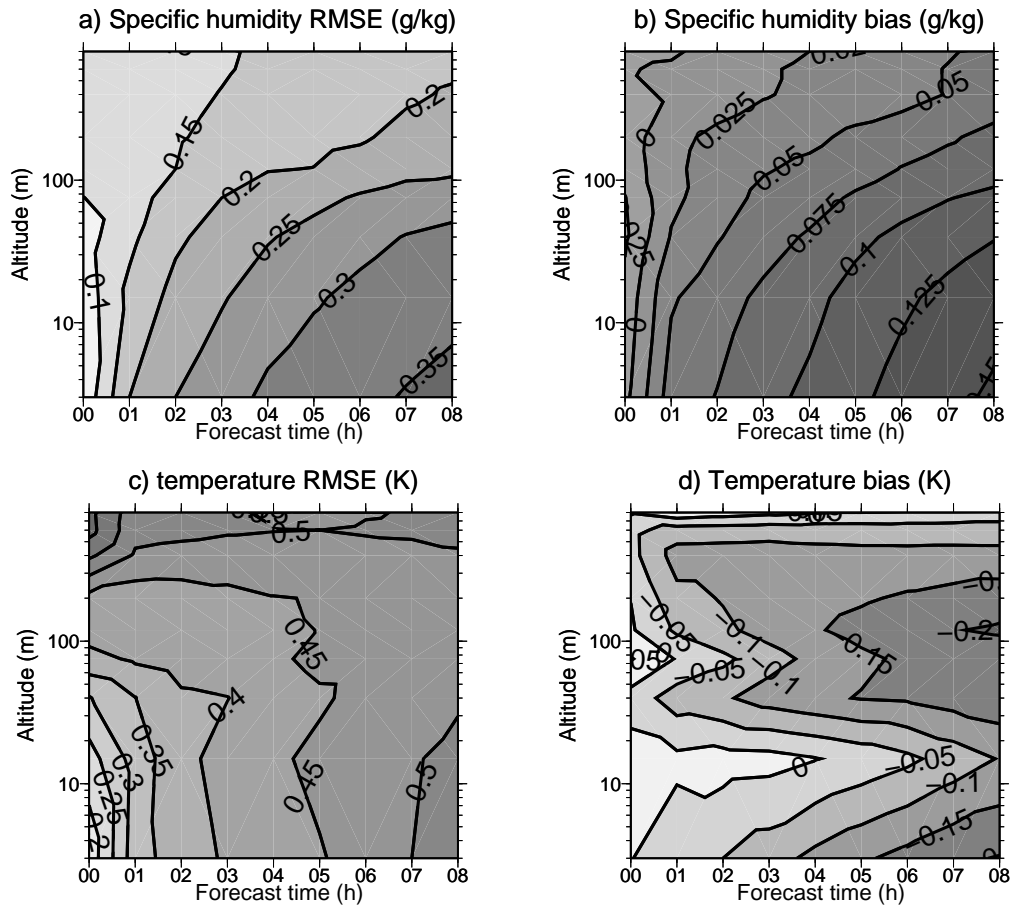


FIG. 2. NEAR-FOG: RMSE (left) and bias (right) of temperature (bottom) and specific humidity (top). Isolines are every 0.05K for temperature bias and RMSE, every 0.05 g/kg for specific humidity RMSE and every 0.025 g/kg for specific humidity bias.

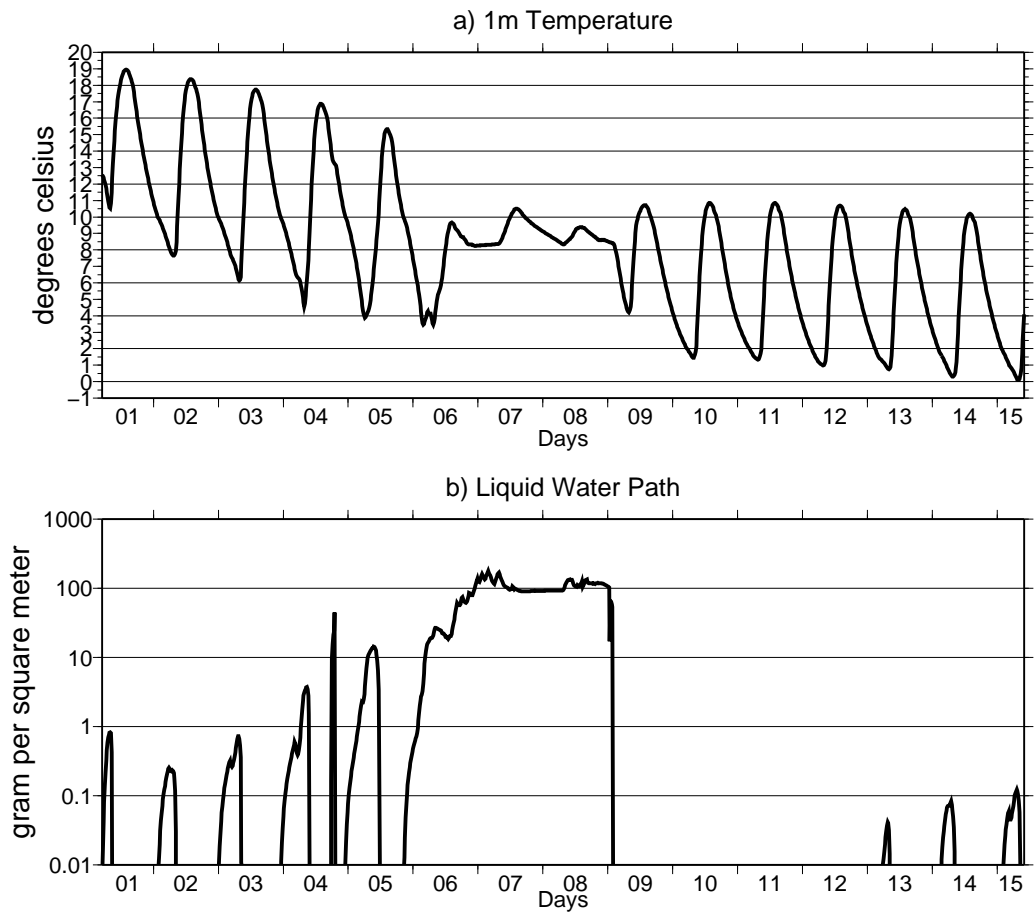


FIG. 3. same as figure 1 but for FOG.

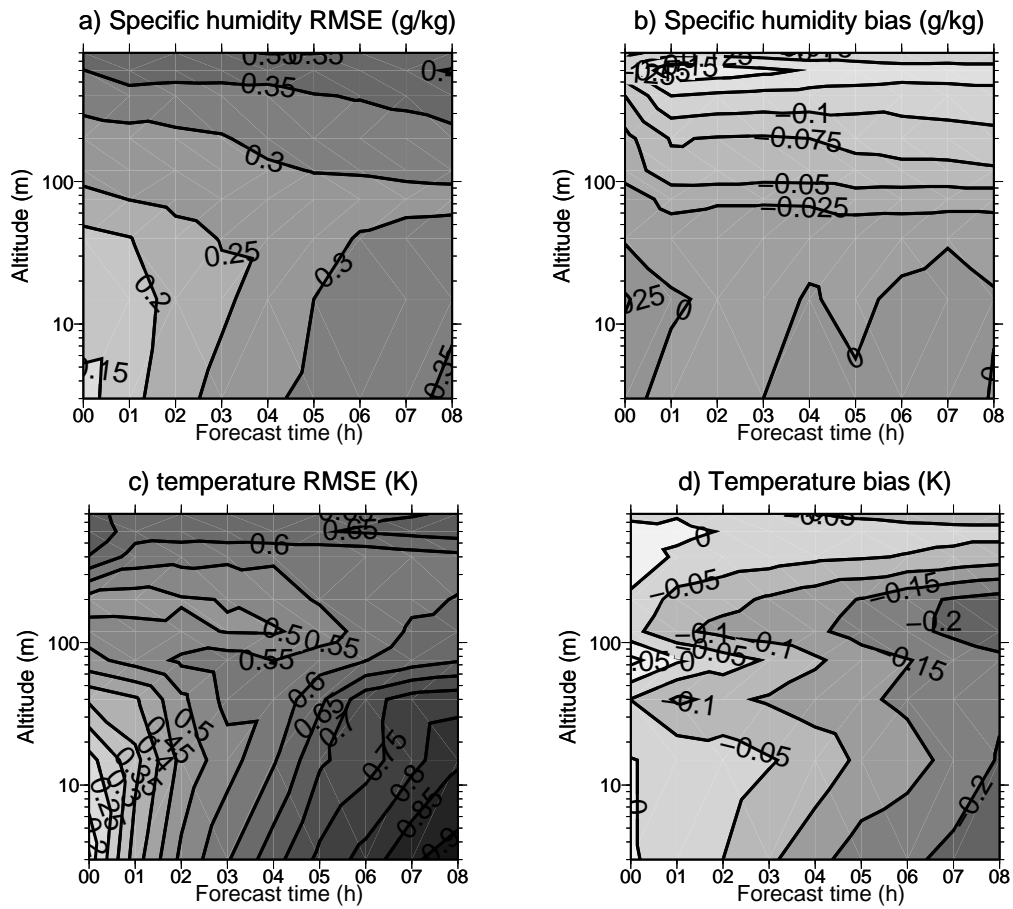


FIG. 4. Same as figure 2 but for FOG.

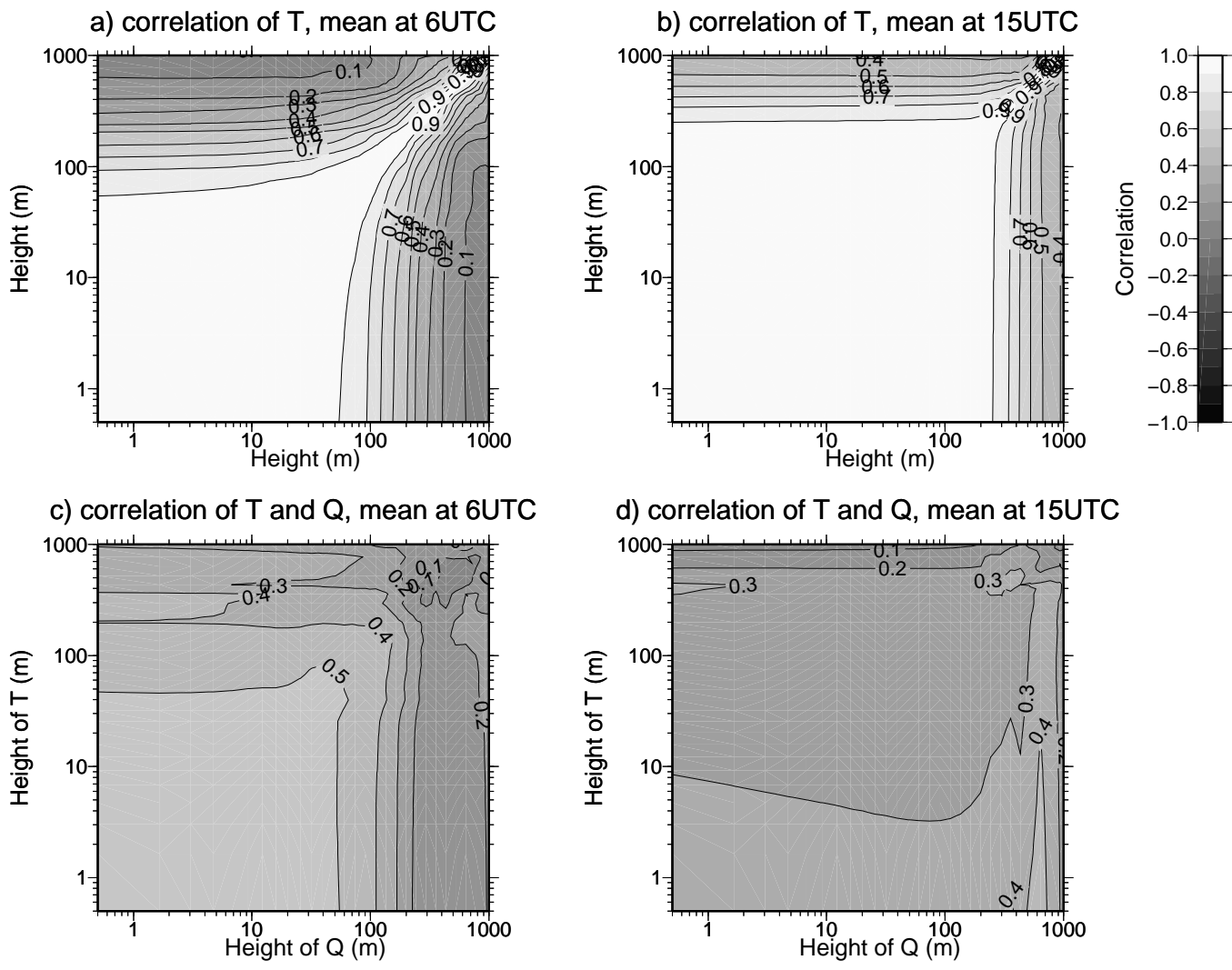


FIG. 5. Diagnosis of correlations in the background, using an NMC method. Correlations of temperature (top) and of temperature with specific humidity (bottom), at 6 (left) and 15UTC (right). Mean over the 01/11/2005-31/01/2005 period.

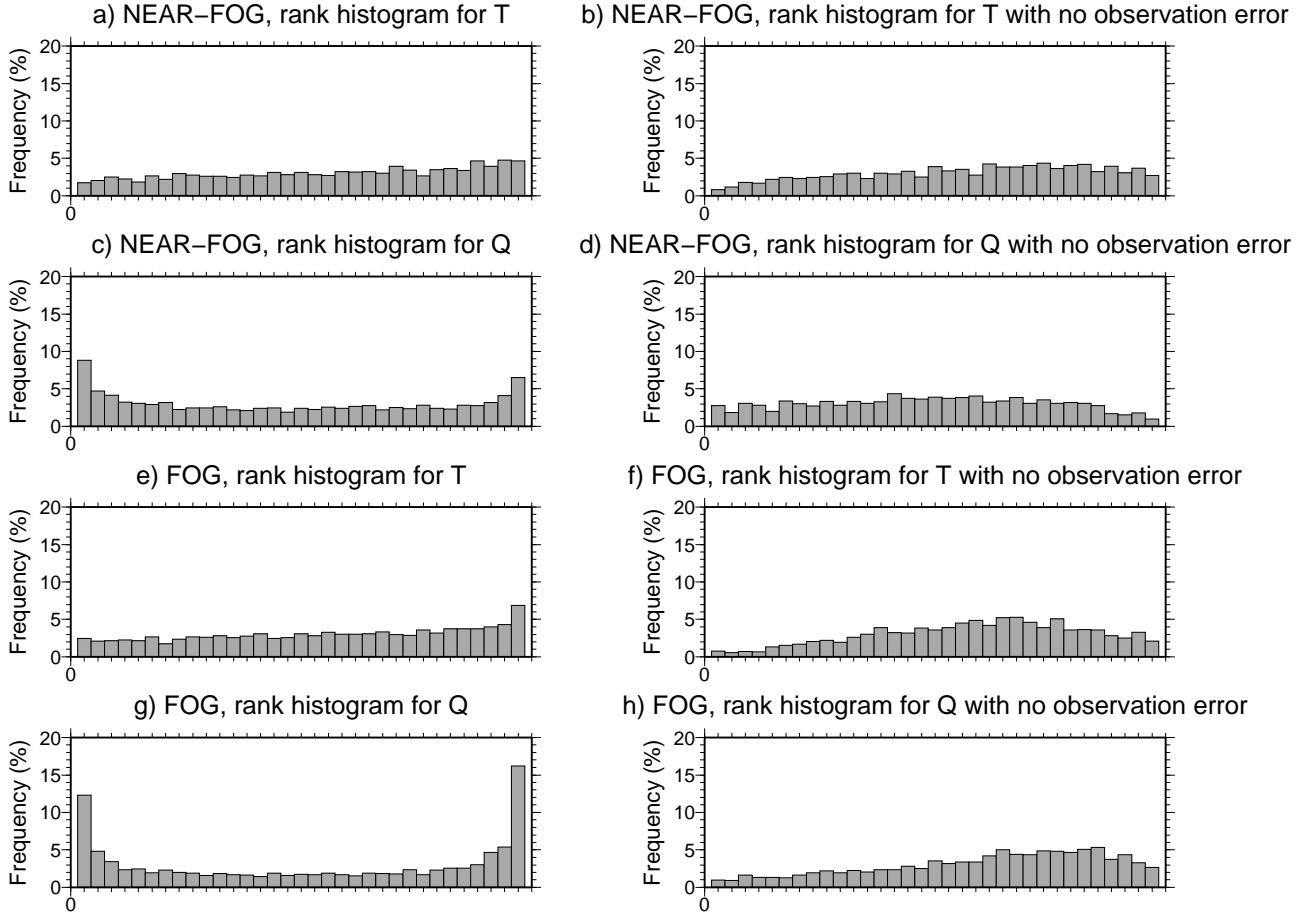


FIG. 6. Rank histograms for NEAR-FOG (a to d) and FOG (e to h), of temperature (a and e) and specific humidity (c and g). The y-axis shows the frequency of the verifying observation; the x-axis gives the bins formed by the ensemble. Verifying data are the simulated observations on the left, the truth on the right (i.e. observation error is accounted for in these rank histograms).

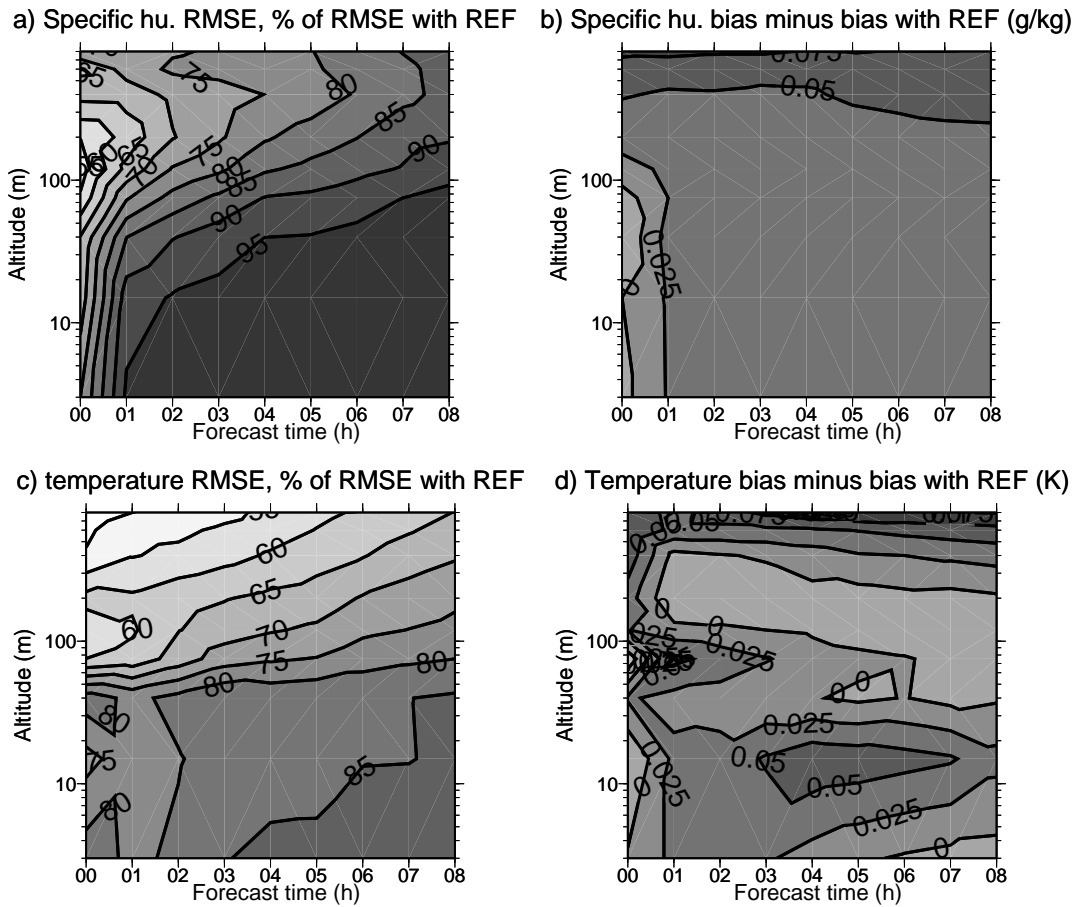


FIG. 7. NEAR-FOG: RMSE of ENKF32 as a percentage of the RMSE of REF (left) and bias of ENKF32 minus bias of REF (right) for temperature (bottom) and specific humidity (top).

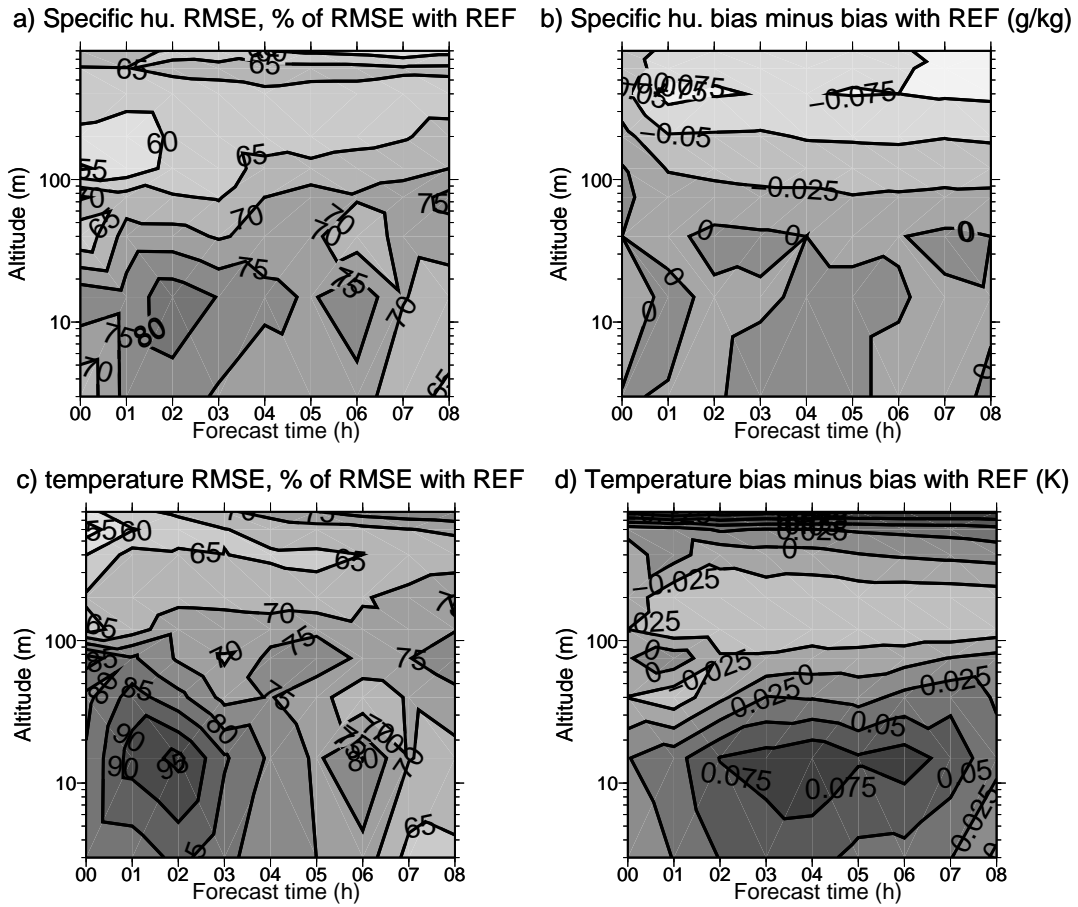


FIG. 8. Same as figure 7 but for FOG.



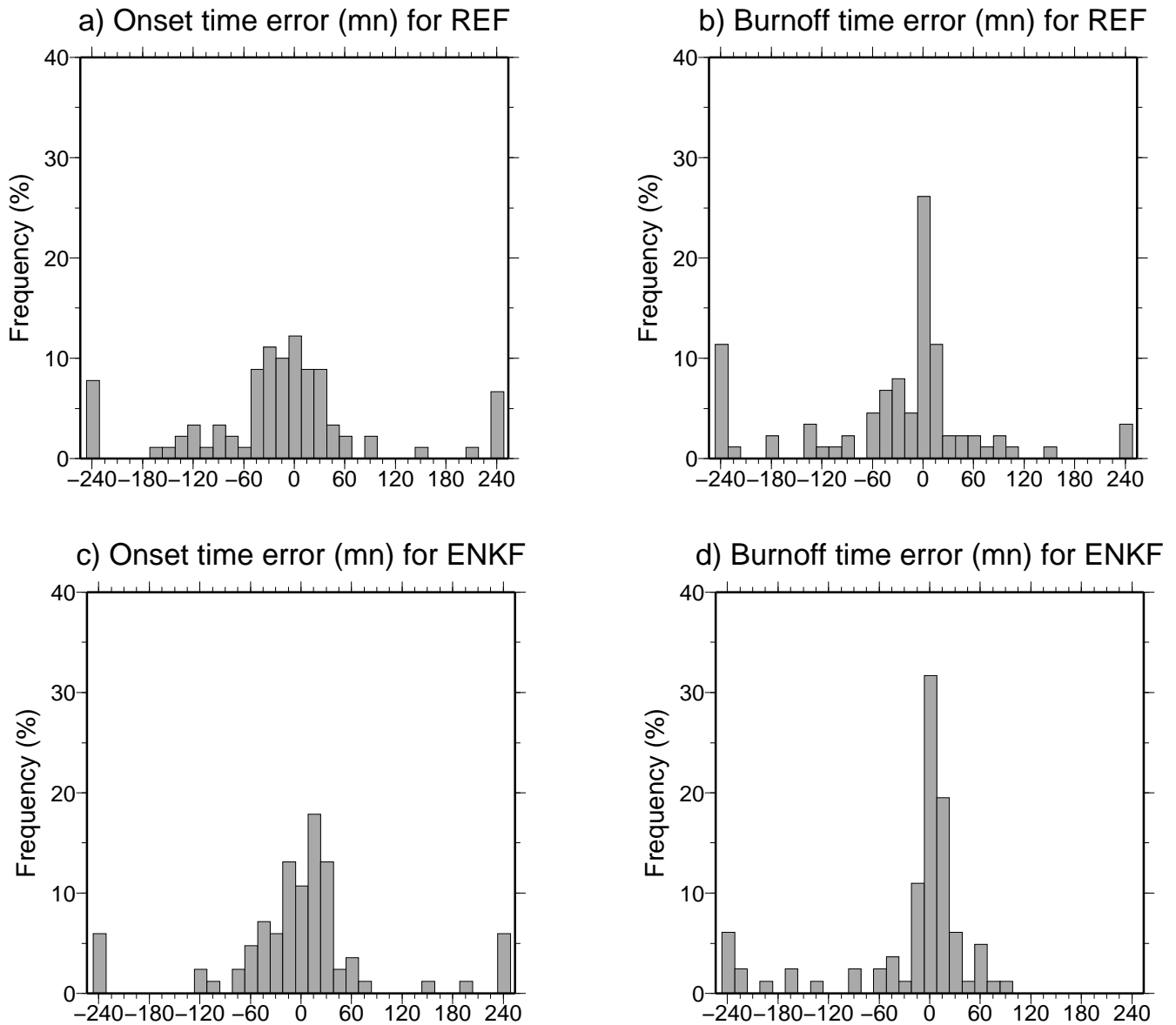


FIG. 9. FOG: Frequency distribution histogram of the error on onset time (left, the LVP conditions at initial time are not taken into account) and burnoff time (right) of LVP conditions. REF experiment is at the top, ENKF32 at the bottom. Positive values correspond to a forecast of onset or burnoff that is too late. Errors larger than 240 minutes are grouped in the 240 minutes column.

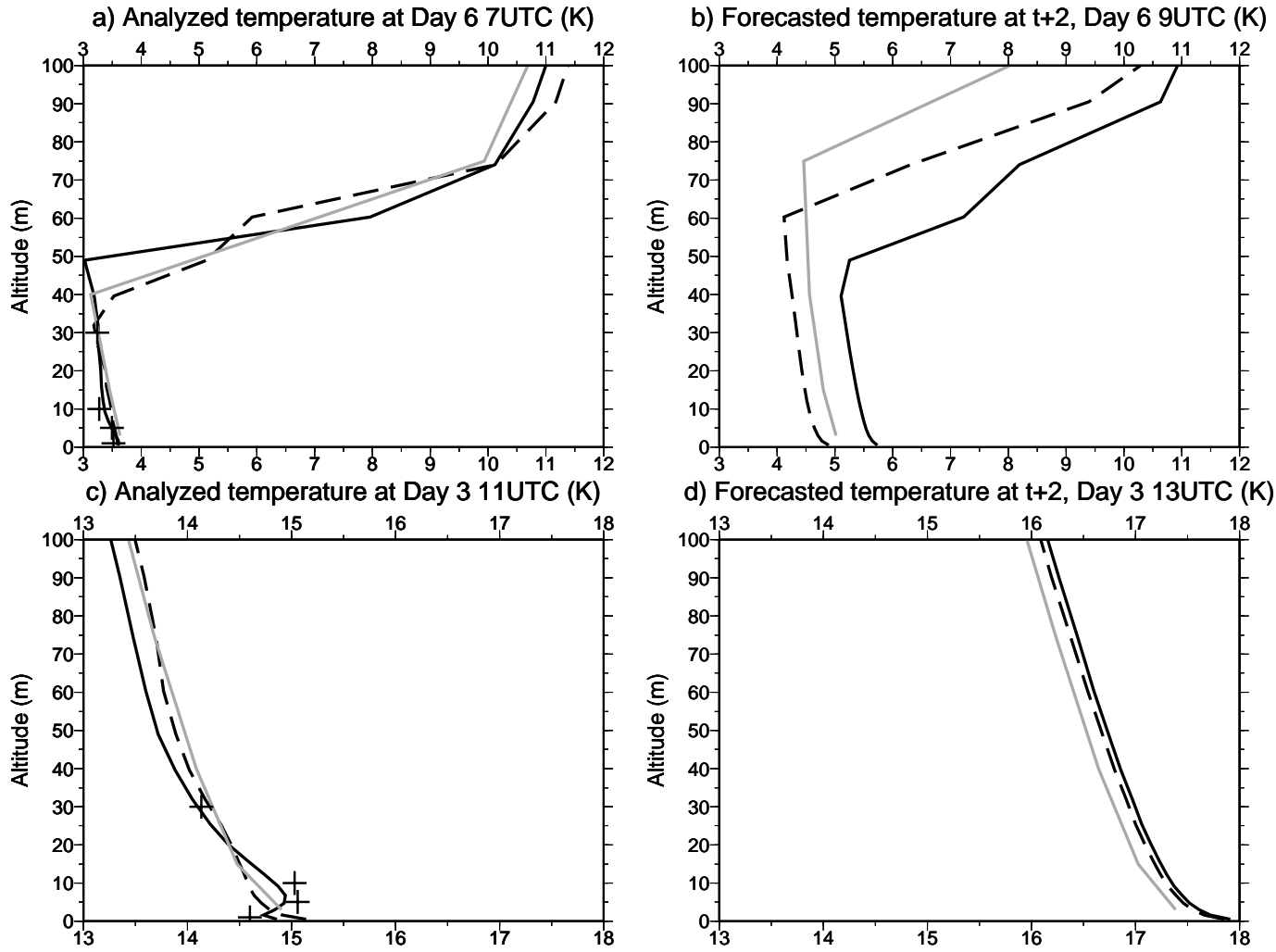
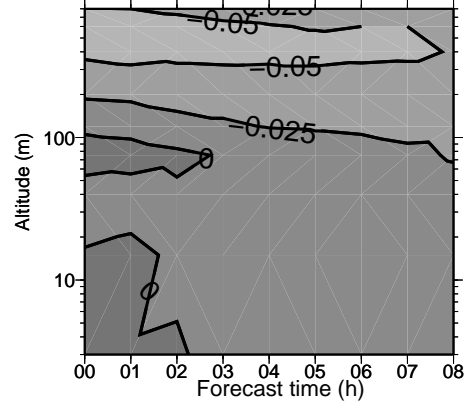
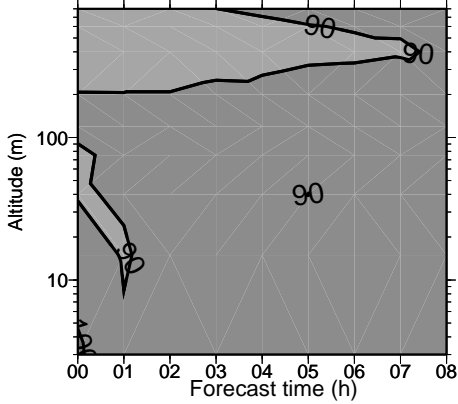
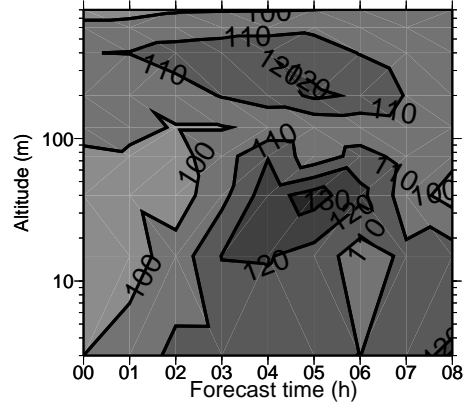


FIG. 10. FOG, temperature profiles : a) and c) of temperature at initialization time; b) and d) of temperature after two hours of simulation, for simulations starting at day 6, 7UTC (top) and day 3, 11UTC (bottom). REF is plotted by the black continuous line, ENKF32 by the dashed line, the truth by the gray line. Observations at analysis time are plotted by black crosses.

a) NEARFOG, temperature RMSE, % as with ENKF32 b) NEARFOG, temperature bias – bias with ENKF32 (g/kg)



c) FOG, temperature RMSE, % as with ENKF32



d) FOG, Temperature bias – bias with ENKF32 (K)

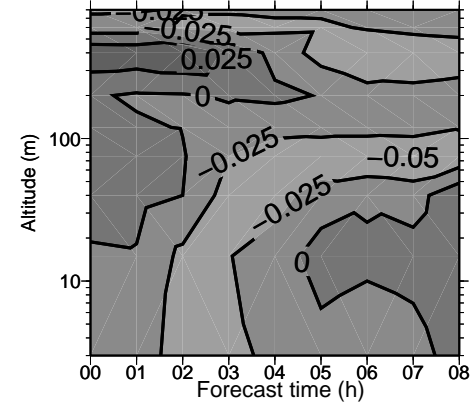


FIG. 11. Temperature RMSE of ENKF32\_MONO as a percentage of the RMSE of ENKF32 (left) and bias of ENKF32\_MONO minus bias of ENKF32 (right) versus forecast time, for NEAR-FOG (top) and FOG (bottom).

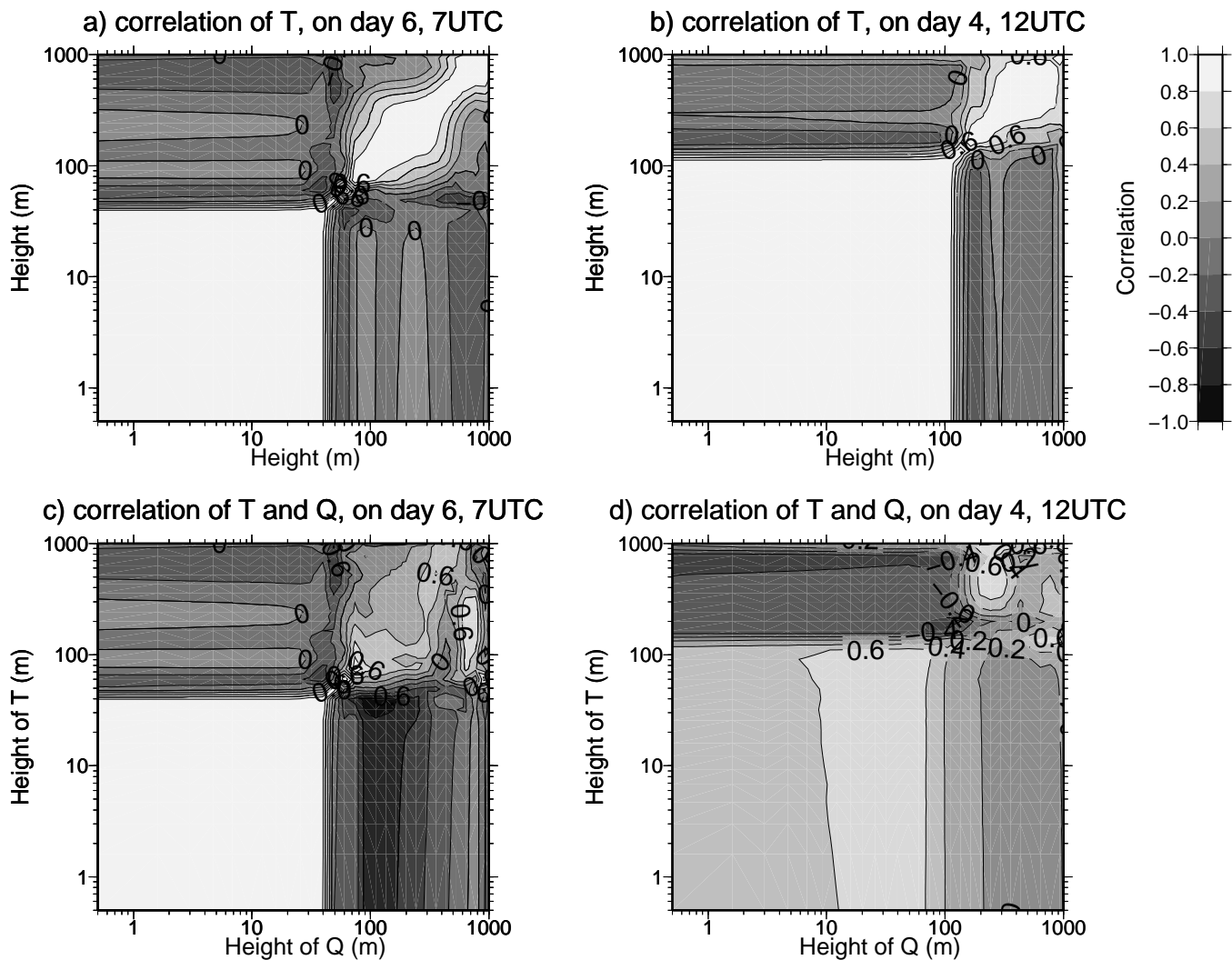
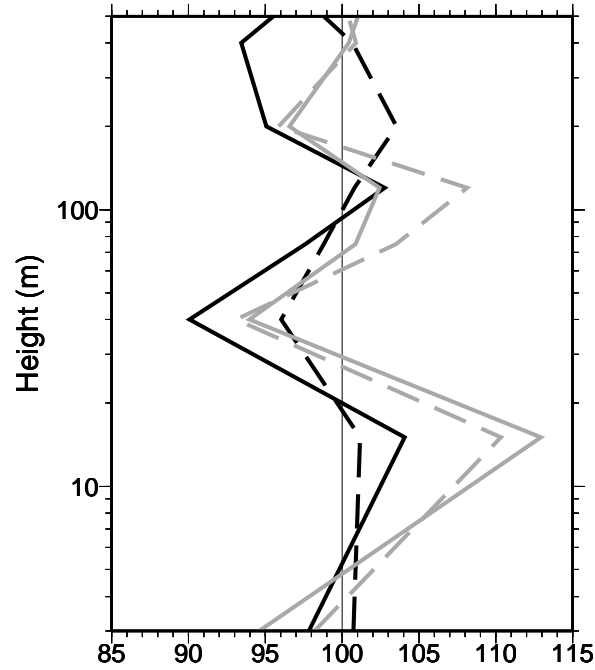


FIG. 12. FOG: error correlations in the background as computed by the 32-member ensemble. Background error correlations of temperature (top) and of temperature with specific humidity (bottom), on day 6, 7UTC (left) and day 4, 12UTC (right).

a) NEAR-FOG, ENKF8 and ENKF16 analysis RMSE, % of RMSE of ENKF32's



b) FOG, ENKF8 and ENKF16 analysis RMSE, % of RMSE of ENKF32's

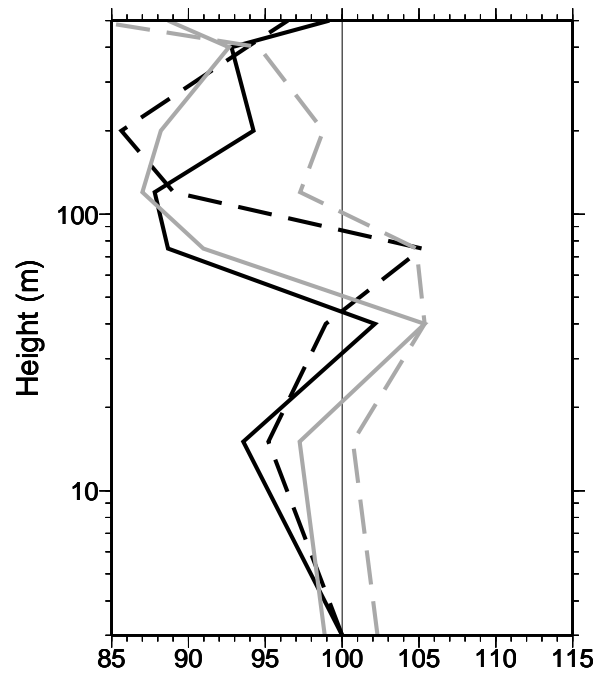


FIG. 13. RMSE of initial temperature (black) and specific humidity (gray) of ENKF8 (continuous line) and of ENKF16 (dashed line), as a percentage of the RMSE of ENKF32, for a) NEAR-FOG and b) FOG.

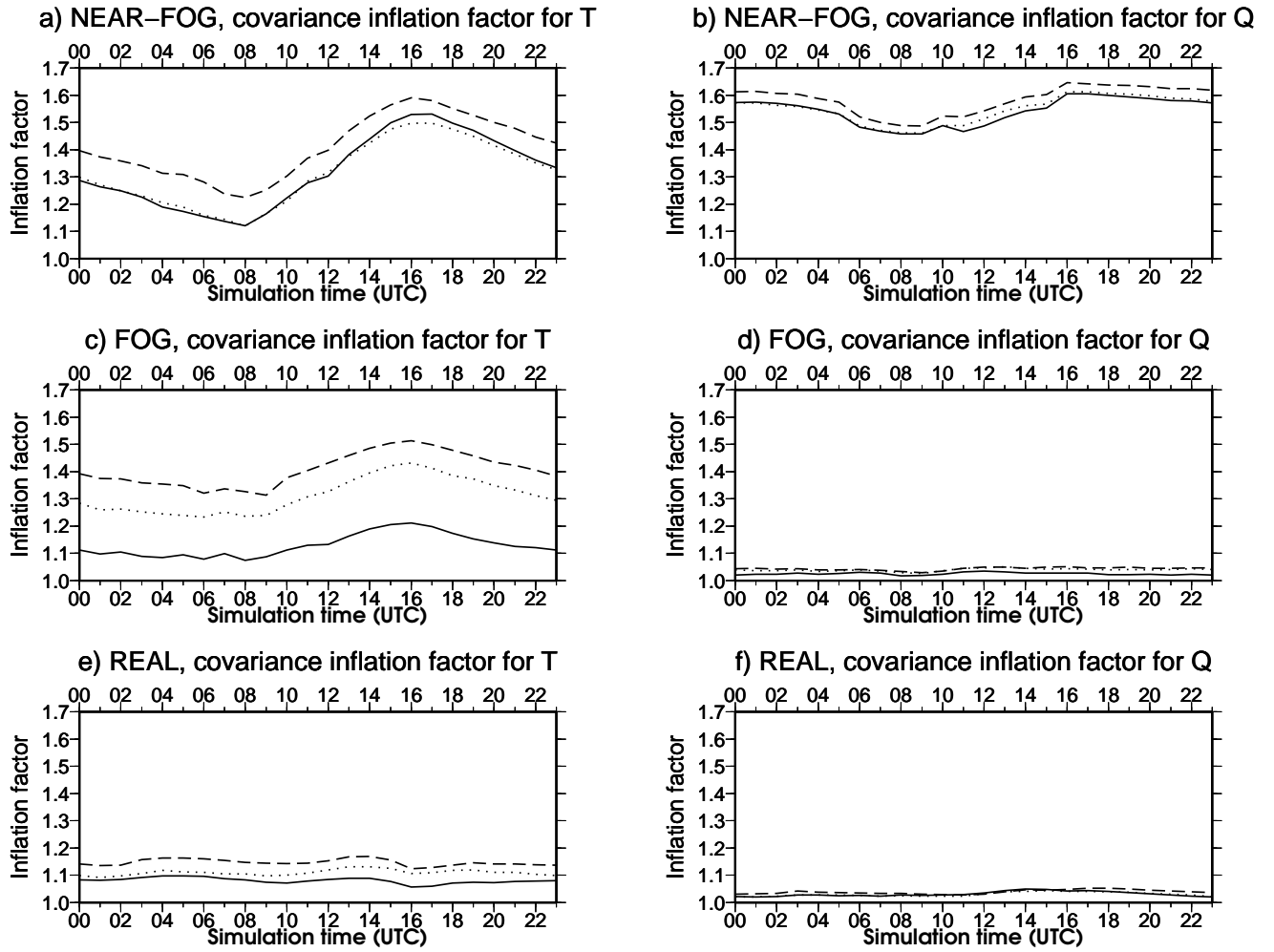


FIG. 14. Mean temperature (left) and specific humidity (right) covariance inflation factor versus simulation time for NEAR-FOG (a and b), FOG (c and d) and REAL (e and f). Covariance inflation factors computed for ENKF8 are plotted as a dashed line, for ENKF16 as a dotted line and for ENKF32 as a continuous line.

## III Filtre de Kalman d'ensemble avec un système d'observations locales réduit

Le filtre de Kalman a également été employé avec un jeu d'observations plus réduit que celui installé à Paris-Charles de Gaulle. L'objectif est de déterminer si le filtre de Kalman d'ensemble améliore également les performances du modèle lorsque celui-ci est utilisé avec un système d'observations locales restreint. Parmi les expériences décrites au chapitre II, seules MAST10 et NOMAST ont été effectuées, avec le filtre de Kalman d'ensemble à 32 membres (ENKF32). En effet, la chapitre II a prouvé à quel point les observations des paramètres du sol et des flux radiatifs à 2 et 45 m étaient nécessaires pour le modèle. Une installation éventuelle de COBEL-ISBA sans ces mesures étant irréaliste, il a semblé inutile d'évaluer le filtre de Kalman d'ensemble avec ces configurations.

Dans ce chapitre, l'expérience utilisant le filtre de Kalman d'ensemble avec 32 membres, nommée ENKF32 dans l'article, a été renommée ENKF32\_REF, tandis que les expériences du filtre de Kalman d'ensemble à 32 membres en utilisant un mât de 10 m et pas de mât ont été nommées ENKF32\_MAST10 et ENKF32\_NOMAST respectivement. Ces dernières sont comparées aux expériences MAST10 et NOMAST du chapitre III, utilisant le système d'assimilation opérationnel.

### III.1 Résultats avec un mât de 10 m

#### a - Situation NEAR-FOG

La figure 4.3 présente les scores sur la température et l'humidité spécifique obtenus avec ENKF32\_MAST10. Les scores présentent globalement les mêmes caractéristiques que ceux de l'expérience ENKF32\_REF. Les erreurs quadratiques moyennes sont améliorées, de façon plus importante pour la température que pour l'humidité spécifique ; les biais sont légèrement dégradés.

Il est toutefois intéressant de remarquer que l'amélioration globale des scores par le filtre de Kalman d'ensemble est plus importante lorsque l'on utilise un mât de 10 m par rapport à l'amélioration apportée lorsque l'on utilise le système d'observations locales au complet. En effet, après 2 heures de simulation, l'erreur quadratique moyenne sur l'humidité spécifique prévue par ENKF32\_MAST10 est plus petite que celle de MAST10 d'environ 10%, contre environ 5% avec le système d'observations locales opérationnel. On constate le même phénomène pour l'erreur quadratique moyenne sur la température, tandis que la dégradation des biais sur la température et l'humidité spécifique est moins importante en utilisant un mât de 10 m.

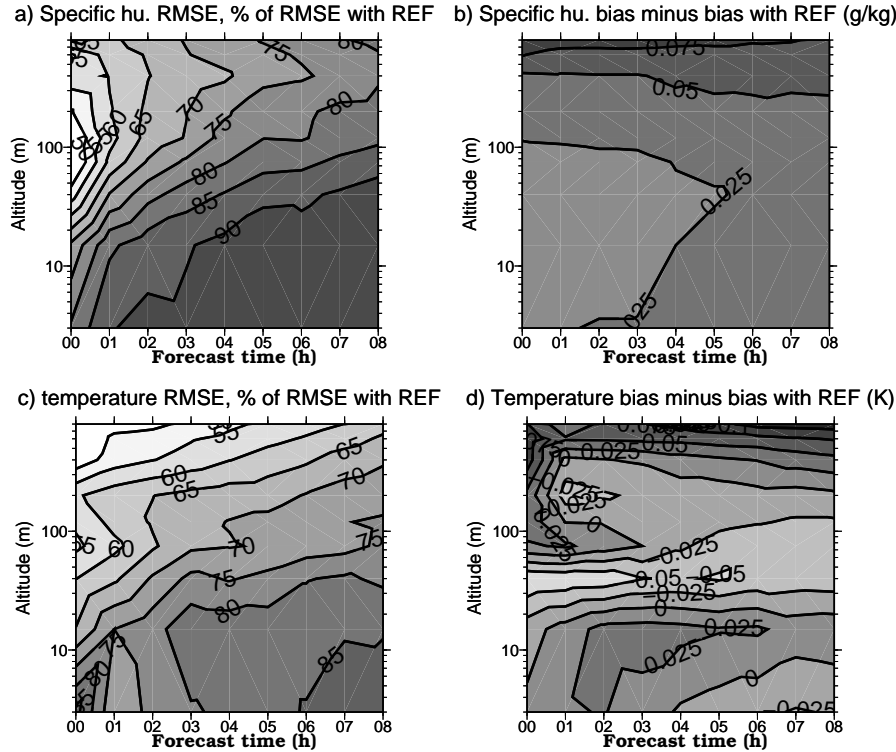


FIG. 4.3: *NEAR-FOG*, pourcentage du RMSE de ENKF32\_MAST10 par rapport au RMSE de MAST10 (à gauche), et biais de ENKF32\_MAST10 moins le biais de MAST10 (droite), pour l'humidité spécifique (haut) et la température (bas).

Il semble donc que l'impact des observations soit moins important pour le filtre de Kalman d'ensemble que pour le système d'assimilation opérationnel. Ceci est dû au fait que les variances d'ébauches calculées par ENKF32\_MAST10 sont plus petites que celles utilisées dans le BLUE utilisé par MAST10. ENKF32\_MAST10 fait donc plus confiance à l'ébauche par rapport à MAST10 ; les observations pèsent par conséquent moins lourd dans l'élaboration des profils initiaux.

## b - Situation FOG

La figure 4.4 montre les scores de ENKF32\_MAST10 pour la situation FOG. Les erreurs quadratiques sur l'humidité spécifique sont améliorées de 30 à 40 % avec un mât de 10 m contre 20 à 30 % avec le système d'observations locales opérationnel. Pour la température, l'amélioration atteint 20 à 30% contre 5 à 30 % avec le



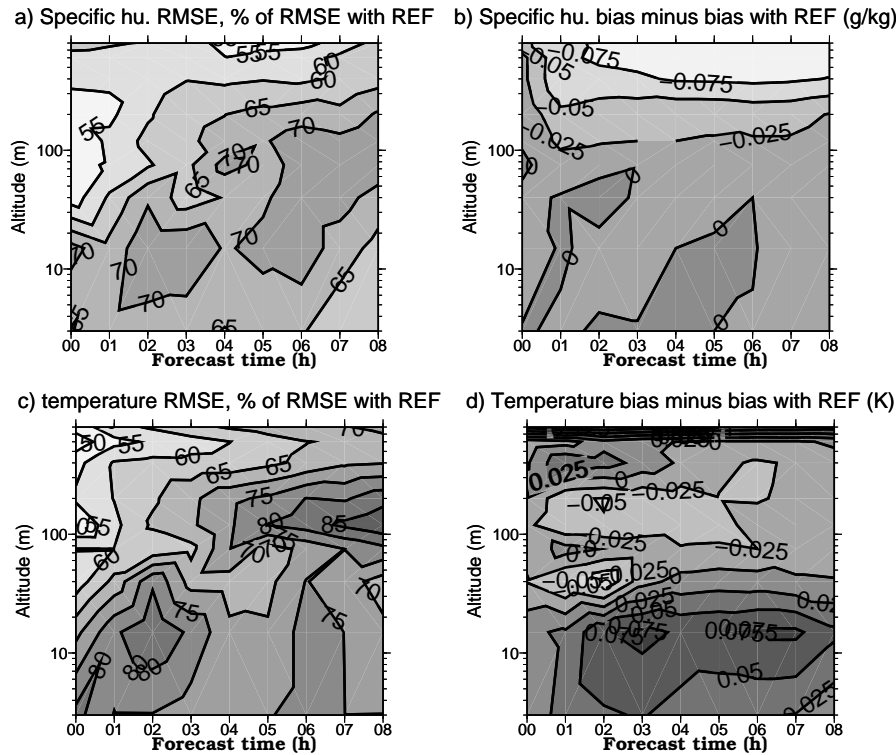


FIG. 4.4: Comme la figure 4.3 pour FOG.

système d'observations locales opérationnel. De même, le biais sur l'humidité spécifique est inchangé par ENKF32\_MAST10 par rapport à MATS10 dans la partie basse du domaine, et même légèrement amélioré au-dessus de 100 m de hauteur alors que ENKF32\_REF dégradait légèrement ce biais. La dégradation du biais sur la température par ENKF32\_MAST10 est moins importante que celle apportée par ENKF32\_REF. Les scores sont moins dégradés pour le filtre de Kalman d'ensemble que pour le système d'assimilation opérationnel lorsque les observations du mât ne sont pas disponibles. Cette expérience confirme donc l'hypothèse avancée ci-dessus : le filtre de Kalman d'ensemble est moins sensible aux observations que le système d'assimilation opérationnel.

### c - Prévision du brouillard

Dans ce paragraphe, seuls les résultats de la situation FOG sont présentés ; la situation NEAR-FOG ne comportant pas assez de cas de situations LVP pour obtenir des scores significatifs. La figure 4.5 présente les fréquences d'erreur sur

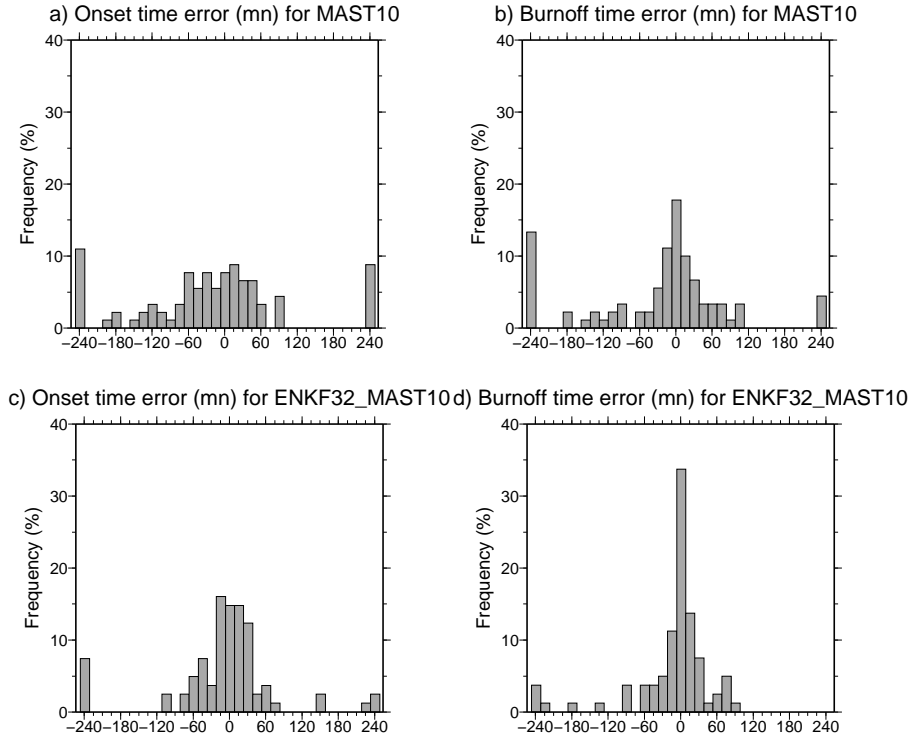


FIG. 4.5: *Distribution des fréquences d'erreur sur la prévision de l'heure de début (à gauche) et de fin (à droite) des conditions LVP, pour MAST10 (en haut) et ENKF32\_MAST10 (en bas). Simulations effectuées avec la situation FOG. Les valeurs positives indiquent une heure prévue trop tardive.*

la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP par MAST10 et ENKF32\_MAST10. Comme expliqué dans l'article, les simulations avec du brouillard présent à l'initialisation n'ont pas été prises en compte dans le calcul des erreurs sur l'heure d'apparition des conditions LVP. ENKF32\_MAST10 présente de meilleurs scores que MAST10 et même que REF (voir la figure 9 de l'article), pour la prévision tant du début que de la fin des conditions LVP. En effet, dans un peu moins de 35% des cas, l'erreur sur la prévision de l'heure de début des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn, contre 20% pour MAST10. Pour la prévision de l'heure de fin des conditions LVP, 55% des simulations concernées présentent une erreur inférieure ou égale à 30 mn, contre 40% pour MAST10. En revanche, le léger biais négatif sur l'heure prévue du début et de la fin des conditions LVP, perceptible pour MAST10, n'est pas corrigé par ENKF32\_MAST10.

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
MAST10	0.96	0.84	0.87	0.90	0.89	0.90	0.89
ENKF32_MAST10	0.94	0.93	0.96	0.96	0.96	0.94	0.96
REF	0.93	0.89	0.89	0.88	0.86	0.84	0.88
ENKF32_REF	0.95	0.92	0.93	0.95	0.93	0.93	0.94

TAB. 4.1: Taux de détection des conditions LVP pour MAST10 et ENKF32\_MAST10

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
MAST10	0.08	0.09	0.09	0.11	0.14	0.18	0.11
ENKF32_MAST10	0.04	0.03	0.03	0.08	0.06	0.15	0.07
REF	0.07	0.05	0.07	0.10	0.12	0.18	0.09
ENKF32_REF	0.04	0.03	0.02	0.06	0.08	0.15	0.07

TAB. 4.2: Pseudo taux de fausse alarme des conditions LVP pour MAST10 et ENKF32\_MAST10

Les tables 4.1 et 4.2 présentent les taux de détection et pseudo-taux de fausse alarme pour la prévision des conditions LVP par MAST10 et ENKF32\_MAST10. Les taux de prévision et de fausse alarme sont tous deux améliorés par ENKF32\_MAST10 par rapport à MAST10. Le taux de détection est quasiment constant avec l'échéance. Les scores obtenus par ENKF32\_MAST10 sont aussi bons que ceux de ENKF32; l'utilisation d'un mât de 10 m au lieu d'un mât de 30 m ne dégrade pas du tout la prévision des conditions LVP lorsque l'on utilise un filtre de Kalman d'ensemble.

### III.2 Résultats sans mât

Les scores de l'expérience ENKF32\_NOMAST comparés à NOMAST (non montrés) sont proches de ceux obtenus avec un mât de 10 mètres. ENKF32\_NOMAST améliore davantage les erreurs quadratiques moyennes par rapport à NOMAST que ENKF32 par rapport à REF. Les biais sont moins dégradés, et cette amélioration générale des scores se reflète également dans les prévisions de brouillard, que ce soit en terme de taux de détection et de fausse alarme ou d'erreur sur la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP. Les scores obtenus sur la prévision du brouillard sont proches de ceux obtenus avec ENKF32 pour le taux de fausse alarme et légèrement inférieurs pour le taux de détection.

## IV conclusion

Le filtre de Kalman d'ensemble améliore le système d'assimilation de COBEL-ISBA. L'amélioration de la qualité des conditions initiales et prévisions de la température et de l'humidité spécifique s'accompagne d'une meilleure prévision des conditions LVP. L'apport du filtre de Kalman d'ensemble est plus important lorsque l'on utilise des observations simulées qu'avec des observations réelles, car seules les conditions initiales ont une influence sur la prévision dans ce cadre.

Un résultat intéressant est que le filtre de Kalman d'ensemble est moins sensible aux observations que le système d'assimilation opérationnel. Cela se traduit par le fait que l'amélioration apportée par le filtre de Kalman est plus importante avec un système d'observations locales réduit que celle apportée avec le système d'observations locales complet. Le filtre de Kalman d'ensemble paraît donc être un algorithme d'assimilation adapté aux futurs sites où COBEL-ISBA sera installé avec un système d'observations locales moins extensif que ceux des aéroports de Paris-Roissy, Orly et Lyon-StExupéry.

---

---

## Chapitre 5

# Adaptation d'un filtre à particules à COBEL-ISBA

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Résumé des résultats</b> . . . . .	<b>137</b>
I.1	Adaptation du filtre à particules à COBEL-ISBA . . . . .	138
I.2	Résultats avec le nouveau système d'assimilation . . . . .	141
I.3	Coût numérique . . . . .	143
<b>II</b>	<b>Article</b> . . . . .	<b>144</b>
<b>III</b>	<b>Assimilation de données avec un système d'observations locales réduit</b> . . . . .	<b>165</b>
III.1	Résultats avec un mâât de 10 mètres . . . . .	165
III.2	Résultats sans mâât de mesure . . . . .	169
<b>IV</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>170</b>

---

Les travaux sur le filtre à particules ont été menés en collaboration avec Olivier Pannekoucke (CNRM-GAME/GMAP).

Un filtre à particules avec algorithme de sélection génétique a été adapté à COBEL-ISBA. Cette méthode dérive du filtre non-linéaire, ce qui la rend attractive pour un modèle fortement non-linéaire tel que COBEL-ISBA. Les fondements théoriques du filtrage non-linéaire sont présentés dans l'annexe A, tirée de la thèse de Christophe Baehr (2008).

## I Résumé des résultats

L'objectif du travail sur le filtre à particules est de vérifier s'il est possible d'adapter cet algorithme d'assimilation de données à COBEL-ISBA en vue d'une utilisation

---

opérationnelle. Il s'agit donc de réussir à faire fonctionner ce type de schéma d'assimilation avec un coût numérique raisonnable. Nous avons vu que la principale difficulté du ré-échantillonnage systématique réside dans ce que l'on appelle le "problème de dimensionalité", c'est-à-dire le fait qu'un très grand nombre de particules puisse être nécessaire afin de bien représenter la densité de probabilité de l'ébauche et éviter l'effondrement du filtre. Nous avons choisi d'adapter le filtre à particules avec sélection génétique, car Baehr et Pannekoucke (2009) ont montré que ce type de filtre à particules nécessite relativement peu de particules pour converger. Plusieurs modifications ont été apportées à la version classiquement utilisée du filtre à particules.

## I.1 Adaptation du filtre à particules à COBEL-ISBA

### a - Calcul des poids

La distance de Mahalanobis, modifiée pour prendre en compte les statistiques d'erreurs de l'ébauche, a été utilisée pour calculer la distance entre particules et observations :

$$d_{i,k} = (y_k - \mathbf{H}x_{i,k})^T (\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T)^{-1} (y_k - \mathbf{H}x_{i,k}) \quad (5.1)$$

Dans cette expression,  $\mathbf{B}$  est calculée directement à partir de l'ensemble d'ébauches, ce qui permet une estimation dynamique de l'erreur d'ébauche. On a vu que l'on suppose que les poids sont une fonction connue des distances. Les erreurs d'observations sont généralement supposées être gaussiennes. Or, comme démontré dans l'annexe A, le modèle d'erreur d'observation détermine en grande partie la loi de probabilité des poids. De ce fait, le poids est pris comme une loi gaussienne de la distance. Ceci permet également de discriminer les particules distantes des observations.

Comme montré par la figure 5.1, les distances et les poids sont calculés sur toute une fenêtre d'assimilation, c'est-à-dire pour plusieurs échéances des particules/ébauches, et non à la seule échéance qui correspond à l'heure d'analyse (voir figure 5 de l'article). On obtient ainsi plusieurs poids, correspondant aux distances des particules à l'heure de l'analyse, à l'heure de l'analyse moins 15 minutes, etc... Les distances sont ainsi calculées à 17 échéances différentes de l'ébauche allant de 6 minutes à 1h30, soit de  $t_0-54$  minutes à  $t_0+30$  minutes si  $t_0$  est l'heure d'analyse. Ces poids sont ensuite multipliés pour obtenir un poids global associé à une particule. Cette technique permet de minimiser l'erreur des particules sur une trajectoire temporelle et non en un seul point dans le temps ; étant donné que les observations ne sont pas parfaites, on peut imaginer qu'une particule peut être proche des observations à l'heure d'analyse, et distante de celles-ci peu avant ou après dans la simulation. Cet algorithme permet également d'utiliser toutes les observations disponibles dans le temps. Les stations météorologiques fournissent des données toutes

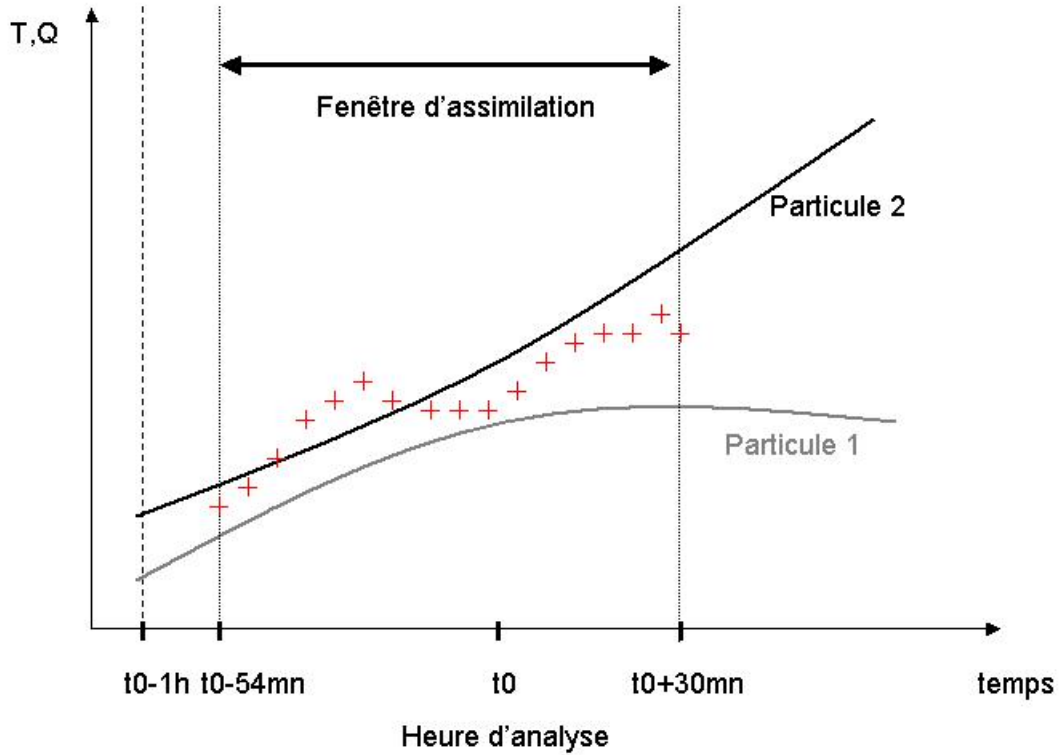


FIG. 5.1: *Diagramme schématisant l'algorithme "trajectoriel" du filtre à particules, utilisant une fenêtre d'assimilation. Les observations utilisées pour calculer le poids des particules sont représentées par des croix rouges.*

les 6 minutes tandis que les autres observations spécifiques (mât, mesures dans le sol et des flux radiatifs) sont disponibles toutes les 15 minutes. Dans la configuration opérationnelle, les observations allant de  $t_0$  inclus à  $t_0 + 30$  minutes sont disponibles à  $t_0 + 40$  minutes. De ce fait, prendre en compte les observations allant de  $t_0$  à  $t_0 + 30$  minutes n'oblige pas à décaler le cycle d'assimilation-prévision dans le temps par rapport à la configuration opérationnelle. Cette modification du filtre à particules permet donc de prendre en compte beaucoup plus d'observations dans la construction des profils initiaux. Ceci permet de mieux traiter les erreurs associées aux observations.

### **b - Application de l'algorithme de sélection génétique et de ré-échantillonnage par importance**

La sélection génétique des particules est effectuée à chaque cycle d'assimilation en utilisant, comme dans Baehr et Pannekoucke (2009), le potentiel  $G_k$  multiplié par un facteur  $\epsilon_k = \frac{1}{\max_i(G_k(x_i))}$ . Chaque particule a alors une probabilité  $\epsilon_k G_k(x_i)$  d'être sélectionnée ou une probabilité  $1 - \epsilon_k G_k(x_i)$  d'être éliminée.

Le ré-échantillonnage par importance est accompli par un tirage multinomial, illustré dans le chapitre II. Seules les particules éliminées au cours de l'étape de sélection sont ré-échantillonnées. Afin de différencier les particules dupliquées à l'issue du ré-échantillonnage, un bruit est ajouté à toutes les particules. Le bruit ajouté est cohérent avec les statistiques d'erreur d'ébauche, afin d'augmenter la dispersion pour les niveaux du modèle où les variances-covariances d'erreur de l'ébauche sont importantes. Il est donné par la formule :

$$\mathbf{x}_{i,k}^a = \mathbf{x}_{i,k}^a + \sqrt{\mathbf{B}}\mu \quad (5.2)$$

Dans cette expression,  $\mu$  est un vecteur aléatoire dont les valeurs sont comprises entre -1 et 1. Le fait que les perturbations soient dynamiquement liées à l'incertitude sur l'ébauche permet d'utiliser moins de particules que si l'on appliquait un bruit purement aléatoire.

Ce bruit est également utilisé pour générer l'ensemble lors de la première simulation. Une matrice  $B$  climatologique est alors employée à cet effet.

### **c - Conditions initiales**

Les conditions initiales sont construites en prenant la particule qui minimise la distance avec les observations dans la fenêtre temporelle utilisée pour calculer les poids. L'analyse étant la meilleure ébauche, elle présente l'avantage d'être le résultat d'une simulation et donc cohérente avec les processus physiques paramétrisés dans COBEL-ISBA. Le nouveau système d'assimilation fournit des profils initiaux de température et d'humidité spécifique. La deuxième étape de l'initialisation, l'assimilation de l'eau liquide en cas de présence de brouillards ou de stratus à l'initialisation n'a pas été modifiée.

### **d - Convergence du filtre**

La convergence du filtre est obtenue pour la situation FOG (voir figure 7 de l'article) avec seulement 50 particules. Ce résultat a été obtenu grâce à l'emploi de



l'algorithme sélection génétique, et au fait que le bruit ajouté à chaque membre est cohérent avec les statistiques d'erreur de l'ébauche. La fréquence de divergence du filtre est plus élevée pour la situation NEAR-FOG. Ceci est dû au fait que les cas de ciel clair nocturnes sont plus fréquents pendant NEAR-FOG. En effet, lorsque le ciel est dégagé la nuit, l'atmosphère est stable, le filtre diverge plus fréquemment. Il existe un lien entre la stabilité de l'atmosphère et la fréquence de divergence du filtre (voir figure 8 de l'article).

#### e - Assimilation de données pour ISBA

Dans la configuration opérationnelle, les observations de température et de contenu en eau dans le sol sont interpolées sur les niveaux de ISBA pour fournir les conditions initiales dans le sol. Ceci peut être source d'incohérences entre les valeurs initiales de COBEL et de ISBA qui sont sources d'erreur pour la prévision (voir figure 9 de l'article). Afin de remédier à ce problème, un filtre à particules simplifié a été mis en place pour fournir les conditions initiales de ISBA. L'ébauche ISBA la plus proche des observations est retenue pour fournir les conditions initiales de la simulation non perturbée. Toutes les autres particules sont éliminées, et les conditions initiales des particules perturbées sont obtenues en ajoutant un bruit aléatoire à la particule qui a été retenue. De même que pour COBEL, la distance entre les particules de ISBA est évaluée sur une fenêtre d'assimilation, afin de minimiser la distance entre observations et simulation sur une trajectoire.

## I.2 Résultats avec le nouveau système d'assimilation

Le filtre à particules a été testé avec des observations simulées. Les deux situations NEAR-FOG et FOG ont été employées à cette fin. Comme pour le filtre de Kalman d'ensemble, le nouveau système d'assimilation a été comparé à l'expérience REF, qui utilise la configuration opérationnelle. Cette section présente les résultats obtenus avec un ensemble de 50 particules (expérience PART50). Des simulations ont également été effectuées avec des ensembles de 100 et 200 particules (expériences PART100 et PART200). Elles ont diminué la fréquence de divergence, surtout pour la situation NEAR-FOG, mais ont eu un impact limité sur la qualité des profils initiaux (voir figure 13 de l'article).

#### a - Situation NEAR-FOG

Les résultats sont résumés par la figure 10 de l'article. En ce qui concerne les conditions initiales, le filtre à particules apporte une amélioration de l'erreur quadratique moyenne au-dessus de 100 m. Elle atteint 30 à 60% pour l'humidité spécifique et 25 à 40% pour la température en dessus de 100 m. En dessous de 100 m, l'amélioration est d'autant moins importante que l'on se rapproche de la surface, avec même

---

une dégradation de l'erreur quadratique moyenne de l'ordre de 10 à 20% pour les deux grandeurs en dessous de 20 m. Le biais initial est globalement inchangé, légèrement dégradé pour la température au-dessus de 100 m. Au cours de la prévision, le fait que les conditions initiales soient une ébauche amène une amélioration en terme d'erreur quadratique moyenne au cours de la prévision plus importante que pour les conditions initiales dans la partie basse du domaine. Elle est de l'ordre de 35 à 40% pour l'humidité spécifique et de 25 à 30% pour la température au-dessous de 100 m. Au dessus de cette hauteur, le filtre à particules réduit l'erreur quadratique moyenne de 30% pour la température et de 40 à 45% pour l'humidité spécifique. Le biais prévu est également réduit pour l'humidité spécifique et pour la température sur quasiment tout le domaine, au-delà de deux heures de prévision pour la température et d'une heure pour l'humidité spécifique.

### **b - Situation FOG**

Les erreurs quadratiques et biais sur la température et l'humidité spécifique comparés à ceux obtenus avec la configuration opérationnelle sont présentés par la figure 11 de l'article. Les profils initiaux sont largement améliorés par PART50 par rapport à REF, la réduction de l'erreur quadratique est de 40 à 45% sur tout le domaine pour l'humidité spécifique et de 30 à 45% au-dessus de 50 m pour la température. En dessous de 50 m, l'erreur quadratique moyenne est de 10 à 30% plus petite pour PART50 que pour REF. Le biais initial est globalement inchangé. L'erreur quadratique moyenne sur l'humidité spécifique est prévue est de 35 à 45% plus petite pour PART50 que pour REF, tandis que l'amélioration pour l'erreur quadratique moyenne sur la température prévue est de l'ordre de 30 à 40%. Le biais sur l'humidité spécifique prévue est amélioré au-dessus de 70 m environ et plus ou moins inchangé en dessous. Le biais sur la température est légèrement dégradé en dessous de 20 à 30 m et du même ordre de grandeur au-dessus de cette hauteur.

Le nouveau système d'assimilation a également un impact positif sur la prévision des conditions LVP. Les taux de détection et de pseudo-taux de fausse alarme sont présentés par les tables 1 et 2 de l'article. Elles montrent que le filtre à particules améliore la détection pour toutes les échéances supérieures à 1 heure. L'amélioration augmente avec l'échéance ; le taux de détection toutes échéances confondues est significativement meilleur pour PART50 que pour REF. Les fausses alarmes sont aussi globalement moins fréquentes avec le nouveau système d'assimilation. Comme pour la détection, l'amélioration augmente avec l'échéance.

La prévision des heures de début et de fin des conditions LVP (figure 12 de l'article) est elle aussi améliorée par le nouvel algorithme d'assimilation. En effet, dans 45% des cas, l'erreur sur la prévision de l'heure de début des conditions LVP est

---

inférieure ou égale à 30 mn, contre 30% des cas pour REF. L'amélioration est plus importante pour la prévision des heures de fin des conditions LVP ; la proportion d'erreurs inférieures ou égales à 30 minutes passe de 40% avec la configuration opérationnelle à 70% avec la nouvelle configuration. Le biais et l'écart-type des erreurs sont réduits dans les deux cas, et la fréquence des grandes erreurs (arbitrairement définies comme étant supérieures à 240 minutes) est grandement réduite.

### c - Comparaison avec le filtre de Kalman d'ensemble

Les deux systèmes d'assimilation mis en place lors du travail de thèse ont été comparés entre eux. La figure 13 de l'article présente la différence d'erreur quadratique moyenne et de biais entre les expériences PART50 et ENKF32 pour la température et les expériences NEAR-FOG et FOG. Les résultats sont proches pour l'humidité spécifique.

Pour la situation NEAR-FOG, PART50 dégrade légèrement les conditions initiales en dessous de 50 m par rapport à ENKF32 et les améliore de l'ordre de 10 à 40% au-dessus. Le biais initial est également légèrement dégradé. L'erreur quadratique et le biais sont significativement améliorés par PART50 lors de la prévision ; de l'ordre de 20 à 30% pour l'erreur quadratique moyenne.

Pour la situation FOG, les conditions initiales sont assez proches entre les deux expériences. L'erreur quadratique moyenne est plus importante pour PART50 en dessous de 10 m, et légèrement plus petite sur le reste du domaine. Le biais initial est légèrement plus élevé pour PART50. Comme pour la situation NEAR-FOG, l'erreur quadratique moyenne et le biais sur la température prévue sont globalement meilleurs pour PART50 que pour ENKF32. L'amélioration est de 10 à 30% pour l'erreur quadratique moyenne sur une grande partie du domaine et des échéances de prévision.

La prévision du brouillard est légèrement améliorée par PART50 par rapport à ENKF32. Les taux de détection et pseudo-taux de fausse alarme (tables 1 et 2 de l'article) sont en général meilleurs pour PART50 que pour ENKF32. La prévision des heures de début et de fin des conditions LVP (figure 12 de l'article à comparer avec la figure 9 de l'article sur le filtre de Kalman d'ensemble) est également de meilleure qualité avec PART50 qu'avec ENKF32.

## I.3 Coût numérique

Le filtre à particules à 50 particules entraîne le calcul de 50 ébauches à 1h30 d'échéance ainsi que d'une prévision déterministe à 8 heures d'échéance, soit 83

---

heures de simulation en tout contre 8 dans la configuration opérationnelle. Afin de réduire les temps de calcul, l'intégration par le modèle des 50 particules a été parallélisée pour pouvoir fonctionner sur des calculateurs possédant plusieurs processeurs. Ceci permet d'intégrer les particules quatre par quatre, et divise les coûts de calculs par 2,5 environ. Un cycle d'assimilation-prévision du filtre à particules à 50 particules prend alors à peu près autant de temps qu'un cycle d'assimilation-prévision avec le filtre de Kalman d'ensemble à 32 membres. En pratique, un cycle d'assimilation-prévision en utilisant le filtre à particules avec 50 membres dure moins d'une minute avec cette configuration.

## II Article

“Adaptation of a particle filtering method for data assimilation in a 1D numerical model used for fog forecasting”

Soumis le 29/08/2009 au Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society

---

# Adaptation of a particle filtering method for data assimilation in a 1D numerical model used for fog forecasting

S. Rémy<sup>a</sup>, O. Pannekoucke<sup>b</sup>, T. Bergot<sup>c</sup> and C. Baehr<sup>d</sup>

<sup>a, b, c</sup> *Météo-France/CNRS CNRM/GAME URA 1357*

<sup>d</sup> *Météo-France/CNRS CNRM/GAME URA 1357*

and

*Université de Toulouse Paul Sabatier, Institut de Mathématiques*

**Abstract:** COBEL-ISBA, a boundary layer 1D numerical model, has been developed for the very short term forecast of fog and low clouds. This forecast system assimilates local observations to produce initial profiles of temperature, specific humidity and liquid water content. As fog forecasting is a threshold problem, the model is strongly non linear.

A new assimilation method based on a genetic selection particle filter was tested to produce the initial conditions. The particle filter was adapted for a deterministic forecast and to take into account the time dimension by minimizing the error on a time window. A simplified particle filter was also used to determine the initial conditions in the soil. The filter was tested with two sets of simulated observations. In all cases, the initial conditions produced by this algorithm were of considerably better quality than the ones obtained with a Best Linear Unbiased Estimator (BLUE). The forecast of the control variables and of fog events was also improved. When comparing scores with the ones obtained with an ensemble Kalman filter (EnKF), the particle filter showed better performances for most of the cases. The size of the ensemble impacted the frequency of filter collapse but had a limited influence on the temperature and specific humidity scores.

Copyright © 2009 Royal Meteorological Society

KEY WORDS data assimilation; 1D model; particle filter; PBL; airports; low visibility conditions, fog

Received 28th of august 2009; Revised ; Accepted

## 1 Introduction

Low visibility conditions often cause problems for many international airports as they may reduce the landing/takeoff traffic, leading to delays or even cancellations of flights. Accurate forecasts of these conditions have become an important issue. Each airport defines a set of visibility and ceiling thresholds below which safety procedures, called Low Visibility Procedures (LVP), are applied. At Paris-Charles De Gaulle airport, the threshold values are set at 600m for visibility and 60m for the ceiling.

Various approaches are employed to forecast low visibility conditions. 1D models are suitable for the nowcasting of radiation fog events for airports located in flat terrain (Bergot and Guédalia (1994a), Bergot and Guédalia (1994b)). They are currently used in real time to forecast fog at local scale in several airports (e.g. Bergot et al. (2005), Clark (2002), Clark (2006), Herzegh et al. (2003)). The 1D boundary layer model COBEL (COde Brouillard à l'Echelle Locale), developed jointly by Météo-France and the Paul Sabatier University was coupled with the land surface scheme ISBA (Interface Sol Biosphère Atmosphère, (Noilhan and Planton (1989), Boone (2000))), as documented in Bergot et al. (2005).

This forecasting system has been used to help produce forecast bulletins of LVP conditions at the Paris-Charles de Gaulle airport in France since 2005. These bulletins aim to provide estimated times for the onset and lifting of LVP conditions up to 4 hours in advance.

Fog is a phenomenon that evolves at small spatial and time scales. Modeling the life cycle of fog involves interactions between many parameterizations : turbulence, microphysics, radiative scheme, surface-atmosphere exchanges. This stresses the importance of working with accurate initial conditions : the quality of the COBEL-ISBA forecasts depends much on the initial conditions (Bergot and Guédalia (1994a), Roquelaure and Bergot (2007), Rémy and Bergot (2009a)). As fog modelling involves numerous threshold processes, the model is strongly non-linear. Because they do not require any linear or Gaussian hypothesis, particle filters are an adequate algorithm to produce initial conditions for such a non-linear system. Particle filters (Doucet et al. (2001), Del Moral (2004) and van Leeuwen (2009) among others) are a probabilistic method that aims to estimate the probability density function (pdf) of the first guess given observations through an ensemble of random draws, or particles. The filter consists of two steps: the particles are integrated by the model, and then updated or selected. There exist many kind of particle filters, based on how the updating and/or selection of particles is done at each assimilation step (van Leeuwen (2009),

\*Correspondence to: CNRM/GAME, 42 Av Coriolis, F-31057 Toulouse Cedex, France E-mail : samuel.remy@meteo.fr

Baehr and Pannekoucke (2009)). Assimilation schemes that mix both the particle filter and the ensemble Kalman filter (EnKF) has also been developed, with the aim to guide the particles closer to observations.

Our aim is to check if an algorithm based on particle filtering can provide initial conditions for COBEL-ISBA at a reasonable numerical cost. In doing that, we are confronted to the so-called “dimensionality problem” (Snyder et al. (2008)), i.e. that the number of particles needed to adequately represent the prior density could be very large. This problem is highly dependent on the system that is considered and the type of filter that is used. Particle filters with genetic selection for example were shown (Baehr and Pannekoucke (2009)) to be less affected by this problem. A genetic selection particle filter was thus adapted to provide initial conditions for a deterministic run. The computation of the weights was also modified to take into account observations that are available before or shortly after the analysis time.

The framework of this study is outlined in section 2. Two sets of simulated observations were created : one with mostly clear-sky conditions at the initialization, to study the formation of fog, and the other with frequent occurrence of fog and low clouds. Section 3 presents the setup of the particle filter and section 4 shows the results with the two sets of simulated observations, as compared to the operational setup of the assimilation scheme. In section 5, we are going to discuss the impact of the ensemble size on the performance of the particle filter. Finally, section 6 summarizes the results.

## 2 Framework of the study

### 2.1 The COBEL-ISBA assimilation-prediction system

#### 2.1.1 The model

The COBEL-ISBA system results from the coupling of the high resolution atmospheric boundary layer 1D model COBEL (Bergot (1993), Bergot and Guédalia (1994a) and Bergot and Guédalia (1994b)) with the 7-layer land-surface scheme ISBA (Noilhan and Planton (1989), Boone (2000)). The atmospheric model possesses a high vertical resolution: 30 levels between 0.5 and 1360 m, with 20 levels below 200 m, to be able to adequately forecast radiative fog events. The physical parameterizations used in COBEL-ISBA consist of:

- a turbulent mixing scheme with a 1.5-order turbulence closure that uses a prognostic turbulent kinetic energy (TKE) equation. The mixing length differs for stable (Estoumel (1988)) and for neutral or unstable conditions (Bougeault and Lacarrere (1989)),
- a warm microphysical scheme adapted to fog and low clouds in temperate regions,
- detailed long-wave and short-wave radiation transfer schemes.

COBEL-ISBA is run at one-hourly intervals and provides up to eight hours of LVP forecasts. The inputs to the model

are the initial conditions and mesoscale forcings. Mesoscale forcings (i.e. geostrophic wind, horizontal advection and cloud cover above the model column) are given by the Numerical Weather Prediction (NWP) model ALADIN (<http://www.cnrm.meteo.fr/aladin>).

#### 2.1.2 The operational assimilation scheme

A two-step assimilation scheme using local observations (Bergot et al. (2005)) provides the initial conditions. The observation system used at Paris-Charles de Gaulle airport is designed to provide up-to-date information on the state of the surface boundary layer temperature and moisture. It consists of a weather station which provides 2 m temperature and humidity, visibility and ceiling; a measurement mast that gives temperature and humidity observations at 1, 5, 10 and 30 meters; radiative flux (short-wave and long-wave) observations at 2 and 45 meters; and soil temperature and water content between the surface and -40cm. Observations from the weather stations are available every 6 minutes whereas for other instruments they are available every 15 minutes.

The operational assimilation system uses information from a first guess or background (i.e. a previous 1 hour COBEL-ISBA forecast), local observations, and profiles from the ALADIN NWP model to compute a Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) of temperature and specific humidity initial conditions:

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}^b + \mathbf{K}(\mathbf{y}^o - \mathbf{H}\mathbf{x}^b) \quad (1)$$

where

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \quad (2)$$

In Eq. 1,  $\mathbf{x}^a$  is the analysis,  $\mathbf{x}^b$  is the first guess or background, and  $\mathbf{y}^o$  are the observations.  $\mathbf{K}$  is the Kalman gain that determines how the background is modified to take into account the observations.  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{R}$  are the error variance/covariance matrices of the background and of the observations respectively, and  $\mathbf{H}$  is the forward operator, i.e. the matrix that interpolates information from the model grid to the observation grid. As the dimension of the system is small (30 levels for two control variables), matrices can be explicitly inverted and there is no need for a variational algorithm. In the operational setup, the error statistics are imposed arbitrarily to allow the initial profile to be close to observations near the surface and closer to the ALADIN profiles above.

When a layer of cloud is detected, an additional step uses an algorithm that minimizes the difference between observed and simulated radiative fluxes at the ground and at 45 m to estimate cloud thickness. This algorithm works as follows: the radiation scheme of COBEL is used to compute the modeled radiative fluxes at 2 and 45m, using different initial thicknesses of the fog layer. The best estimate of the initial fog thickness is the one that minimizes the error between modelled and observed radiative fluxes (see Bergot et al. (2005) for more details). The relative humidity profile is then modified within the saturated layer.

The soil temperature and water content profiles used to initialize ISBA are obtained directly by interpolation of soil measurements.

## 2.2 Simulated observations

Observing System Simulation Experiments (OSSE) are an adequate tool for studying the accuracy of an assimilation scheme (e.g. [Huang et al. \(2007\)](#)). They consist in generating pseudo-observations by adding perturbations to a reference model run. The pseudo-observations are then assimilated and the initial state and forecast can be compared to the reference run. The advantages of this method are :

- The perfect model hypothesis is true, in agreement with the hypothesis made in the BLUE assimilation algorithm. The errors in the initial conditions originate only in the observations and first guess errors, themselves originating from errors in initial conditions propagated by the previous forecast. The lack of observations for certain parameters (e.g. the thickness or water content of a cloud layer) does not allow the assimilation scheme to entirely correct the errors of the first guess field. The quality of the initial conditions thus depends solely on the observations used and on the assimilation scheme.
- This framework allows observations to be simulated over the whole domain (the boundary layer for this study).
- Lastly, it is possible to create a large variety of observation sets that accommodate our needs for evaluation purposes.

Two sets of simulated observations were made: one for the study of clear-sky nights and of shallow-fog situations (NEAR-FOG), and the other for the study of frequent and deep fogs (FOG) (See [Rémy and Bergot \(2009a\)](#) for more details on how the simulated observations were generated).

### 2.2.1 The NEAR-FOG situation

Simulated observations corresponding to clear-sky and shallow-fog situations were produced. This observation set will be referred to as NEAR-FOG hereafter. Fifteen days of simulated observations were generated, during which no fog occurred for the first 10 nights. Shallow fog situations developed for the remaining five nights. Their thicknesses did not exceed 10 m. Twenty-one hours of Low Visibility Procedure (LVP) conditions were “observed” for this situation. The skies above the model column were entirely clear, which ensured strong night-time cooling. Figure 1 shows the “true” temperature at 1m and the corresponding liquid water path. Close to ground level, the daily highs lay in the 20–22 °C range while the lows were around 8–9 °C. Day and night relative humidity varied greatly from 30% to 100%, corresponding to typical conditions observed during autumn and winter over land.

### 2.2.2 The FOG situation

This situation was designed to study the fog and low cloud life cycle. Fog and low clouds occurred during many nights of the 15-day observation set, hereafter referred to as FOG, because of high moisture combined with strong night-time cooling due to clear skies above the model column. Figure 2 shows the “true” temperature observations at 1m and the “true” liquid water content integrated over the model column. In total, 98 hours of LVP conditions were “observed” in these 15 days, with fog occurring on 11 nights. Stratus also occurred in the upper part of the model column on days 7 and 8. It was not counted as LVP. Various fog situations occurred, from shallow, early-morning fog to fog layers more than 200 m thick.

### 2.2.3 Reference experiments for NEAR-FOG and FOG

Figure 3 shows the mean Root Mean Square Error (RMSE) and the mean bias of the forecasted temperature and specific humidity versus forecast time and altitude, when the operational setup, as defined in section 2.12, was used. The influence of the observations can be seen in the lower values of RMSE at initialization time below 50m, especially for temperature. For both temperature (figure 3c) and specific humidity (figure 3a), most of the increase of the RMSE occurred during the first two hours of forecast time. For specific humidity, the maximum of RMSE was always at the surface whereas, for temperature, the RMSE no longer showed large differences between the lower and upper part of the domain after 4h of forecast time. The analysis was nearly unbiased for both specific humidity and temperature (figures 3b and d). The specific humidity bias became slightly positive with forecast time, with a maximum close to the ground. A small cold bias also occurred for the forecasted temperature (figure 3d) and increased regularly with the forecast time, with maxima close to the ground-level and above the top of the mast (30m).

Figure 4 shows the mean RMSE and bias of temperature and specific humidity when the operational setup was used with the FOG situation. It is interesting to compare it with figure 3. The initial profiles of specific humidity (figure 4a) show a larger RMSE for FOG than for NEAR-FOG over the whole domain. This is mainly due to errors in the initialization of fog and low clouds. The increase of RMSE with forecast time is slower for FOG than for NEAR-FOG and, after two hours of forecast, the values close to the surface are similar for both situations. The RMSE above 100m remain significantly higher for FOG than for NEAR-FOG, for all forecast times. The specific humidity bias (figure 4b) is close to zero for all forecast times below 50m whereas it is negative above that height. For all heights, the specific humidity bias did not vary much with forecast time. The RMSE of forecasted temperature (figure 4c) increases much faster in the lower part of the domain for FOG than for NEAR-FOG (figure 3c) and reaches a maximum of 1K after 7 hours of simulation. A maximum appears between 50 and 150 m of

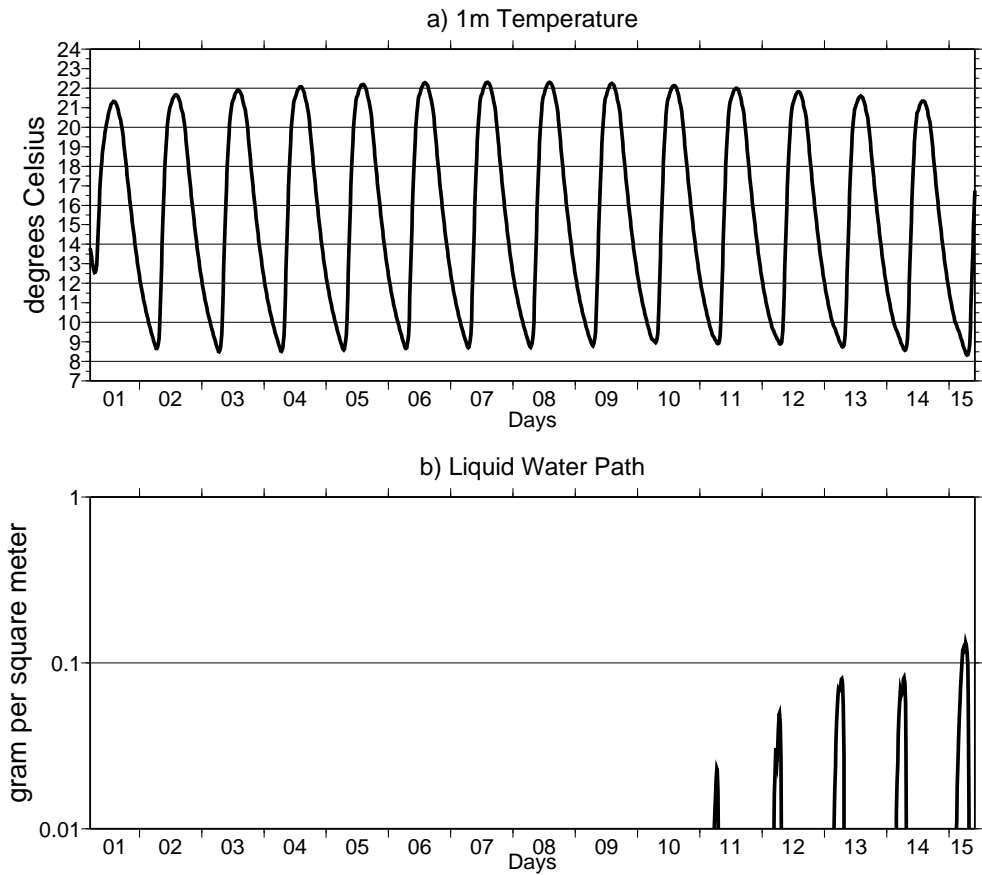


Figure 1. NEAR-FOG : “Truth” for 1m temperature (a) and Liquid water path (b).

altitude, which corresponds to situations where the forecasted height of the fog is different from the simulated observations. The inversion at the top of the fog layer significantly increases the error if the forecasted cloud layer thickness is not the same as the observed one. The temperature bias (figure 4d) also increases with forecast time, with a maximum at the surface.

### 3 Particle filter-based data assimilation

Particle filters are ensemble-based assimilation algorithm that employ a fully non-linear and non-Gaussian analysis step to estimate the probability distribution function of the model conditioned by the observations. There exist several particle filter algorithms. In this work, a genetic selection particle filter based on the work of Baehr and Pannekoucke (2009) was adapted to a deterministic 1D model. This section presents a background on particle filter, focuses on the genetic selection algorithm, and then show how the particle filter was adapted to supply initial conditions to a deterministic model.

#### 3.1 Fundamentals of particle filtering

Let  $(x_k), k \in \mathbb{N}$  be a Markov chain that denotes the model state.  $(y_k), k \in \mathbb{N}$  is the sequence of observations. Both are realizations of the random variables  $\mathbf{X}_k$  and  $\mathbf{Y}_k$  with

the probabilities  $p(x_k)$  and  $p(y_k)$ . The aim of filtering algorithms is to estimate the probability  $p(x_k|y_k)$ . In this work, the hypothesis that a linear relation, denoted by the  $\mathbf{H}$  matrix, exists between the observation and the model spaces is made. Non-linear observation operators are possible, but non-necessary in this work. A non-linear dynamical system can be written as:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \mathbf{f}(x_k) + V_k \\ y_k = \mathbf{H}x_k + W_k \end{cases} \quad (3)$$

$\mathbf{f}$  is the model,  $(V_k), k \in \mathbb{N}$  and  $(W_k), k \in \mathbb{N}$  are the model and the observation errors respectively; the observation errors are supposed to be independent from each other in time. Particle filters use an ensemble of first guesses  $(x_{i,k}), i = 1, \dots, N$ , also called “particles”. The subscript  $k$  denotes the analysis time iterations, and  $i$  the particles. Particle filtering relies on the hypothesis that this ensemble of first guesses is able to approximate the probability  $p(x_k)$  through a discrete sum:

$$p(x_k) \stackrel{N \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(x_{i,k}) \quad (4)$$



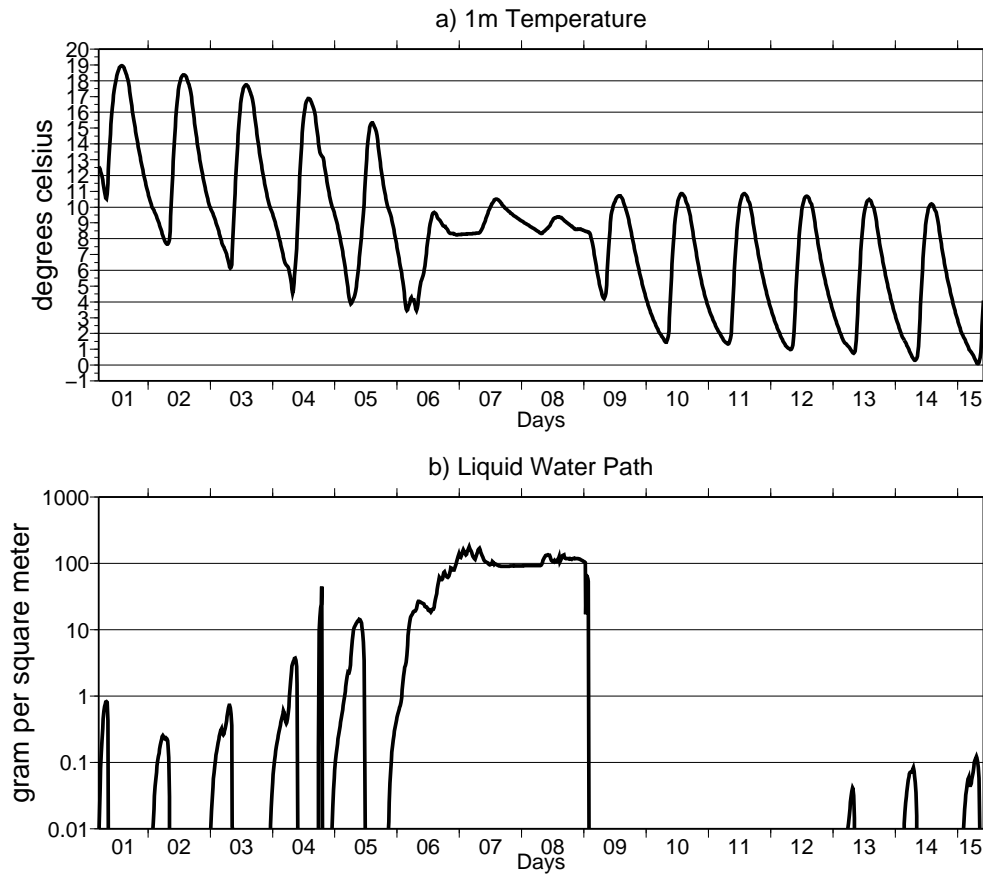


Figure 2. same as figure 1 for FOG.

Then, using the Bayes theorem:

$$p(x_k|y_k) = \frac{p(y_k|x_k)p(x_k)}{\int p(y_k|x_k)p(x_k)dx} \quad (5)$$

$$\stackrel{N \rightarrow \infty}{\sim} \sum_{i=1}^N w_i \delta(x_{i,k}) \quad (6)$$

Where  $(w_{i,k}), i = 1, \dots, N$  are the weighting coefficients, given by:

$$w_{i,k} = \frac{p(y_k|x_{i,k})}{\sum_{j=1}^N p(y|x_{j,k})} \quad (7)$$

The maximal weight is  $w_k^{max} = \max_i(w_{i,k})$ . The potential function is defined for each particle  $i$  as follows:

$$G_k(x_i) = p(y_k|x_{i,k}) \quad (8)$$

so that

$$w_{i,k} = \frac{G_k(x_i)}{\sum_{j=1}^N G_k(x_j)} \quad (9)$$

### 3.2 Genetic selection algorithm

Particle filter algorithms differ on whether and how the particles are selected and resampled. The genetic selection algorithm selects the particles that are closer to the

observations i.e. the ones that have larger weights, at every assimilation cycle. Resampling is applied only to the selected particles. During the selection step, a particle  $i$  will be kept with a probability of  $G_k(x_i)$  or eliminated with a probability of  $1 - G_k(x_i)$ . **Del Moral (2004)** showed that using a multiplicative coefficient  $\epsilon_k$ , so that a particle  $i$  has a  $\epsilon_k G_k(x_i)$  probability to be selected and a  $1 - \epsilon_k G_k(x_i)$  probability to be eliminated, lowers the error variance of the estimator provided by the particles filter. As in **Baehr and Pannekoucke (2009)**, we chose  $\epsilon_k = \frac{1}{\max_i G_k(x_i)}$ . Once the particles are selected, they are resampled through an importance resampling (IR) algorithm (**Gordon et al. (1993)**) which uses multinomial draws.

This algorithm replicates particles with higher weights. To differentiate them, noise is added to each particle. This noise has to be large enough to differentiate the similar particles that result from the selection step and to range the first guesses probability, but not too large so that the resulting particles have weights that are not too small, i.e. to avoid filter collapse. We chose to add to each particle analysis  $i$  a term in the form:

$$\mathbf{x}_{i,k}^a = \mathbf{x}_{i,k}^a + \mathbf{B}^{\frac{1}{2}} \mu_{i,k} \quad (10)$$

Where  $\mu_{i,k}$  is a vector of random variables drawn from a gaussian distribution  $\mathcal{N}(0, 1)$ . The noises were thus coherent with the model uncertainty. Bounds were arbitrarily imposed on them so that they were not too large.

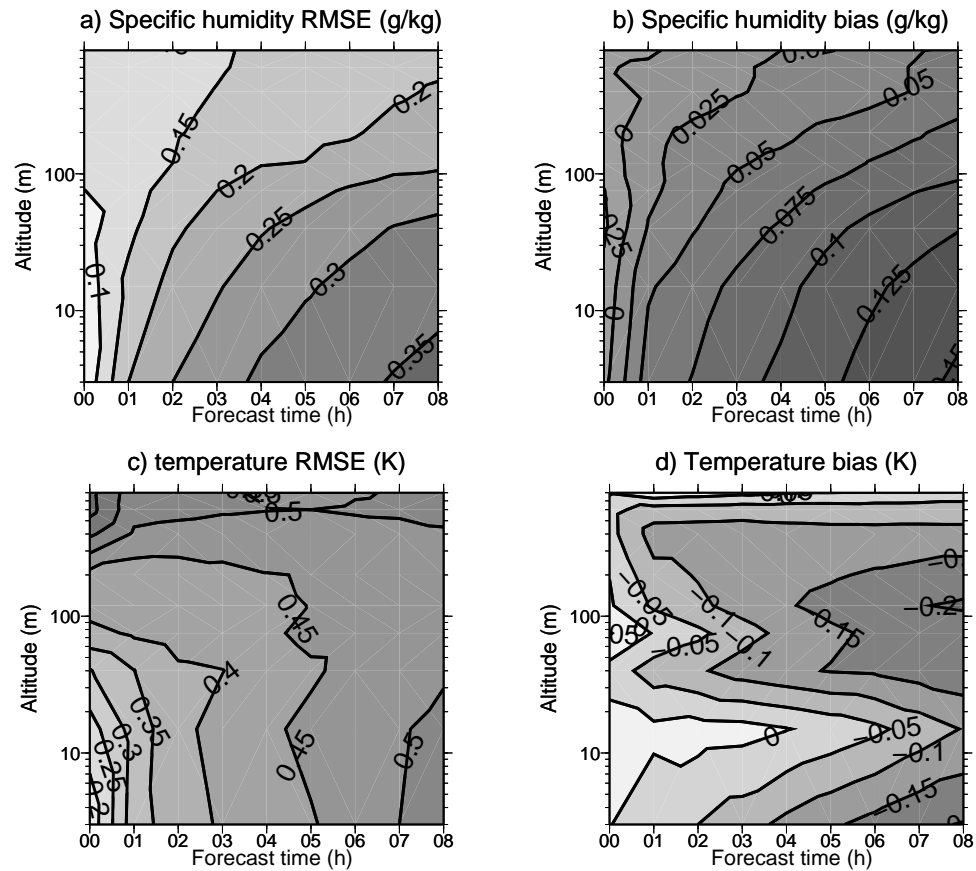


Figure 3. NEAR-FOG : RMSE (left) and bias (right) of temperature (top) and specific humidity (bottom) versus forecast time. Isolines are every 0.05K for temperature bias and RMSE, every 0.05 g/kg for specific humidity RMSE and every 0.025 g/kg for specific humidity bias.

### 3.3 Dimensionality problem

As particle filters rely entirely on the hypothesis that the background probability  $p(x_k)$  can be estimated by a weighted sum of particles, the ensemble has to be large enough to represent accurately enough the probability density function of the first guess. Snyder et al. (2008) showed that the ensemble size needed for a successful implementation of a Sequential Importance Resampling (SIR) particle filter applied to a simple gaussian model scales exponentially with the problem size. For a 200-dimensional model space, they found that  $10^{11}$  particles were needed to avoid filter collapse or divergence, i.e. a single particle has a weight nearly equal to 1 while all others have very small weights.

The dimensionality problem depends on the kind of particle filter that is used and the considered dynamical system. Baehr and Pannekoucke (2009) showed that a genetic selection algorithm brought convergence of the particle filter with 1000 particles and a 200-dimensional model space, using the same dynamical system as Snyder et al. Furthermore, the frequency of filter divergence also depends on the dynamical system.

### 3.4 Adaptation of a particle filtering algorithm to a deterministic 1D model

A particle filter with genetic selection was adapted for usage within a deterministic 1D model. The dimensionality problem was partially corrected through the resampling state.

#### 3.4.1 Computation of the weights

As shown by Eq. 7, the weights  $w_{i,k}, i = 1, \dots, N$  are a function of the distance  $d_{i,k}$  between the particle  $i$  and the observations, which is supposed to be known. This function depends much on the law followed by the observation errors, as shown by Del Moral (2004). The hypothesis was made that these errors are Gaussian; as a consequence, the weights are also a Gaussian function of distances. Another advantage of this choice is that the Gaussian function is very discriminative: particles with higher distances will have very small weights. The distance between observations and the particle was taken as the Mahalanobis distance, modified to take into account the background error statistics:

$$d_{i,k} = (y_k - \mathbf{H}x_{i,k})^T (\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T)^{-1} (y_k - \mathbf{H}x_{i,k}) \quad (11)$$

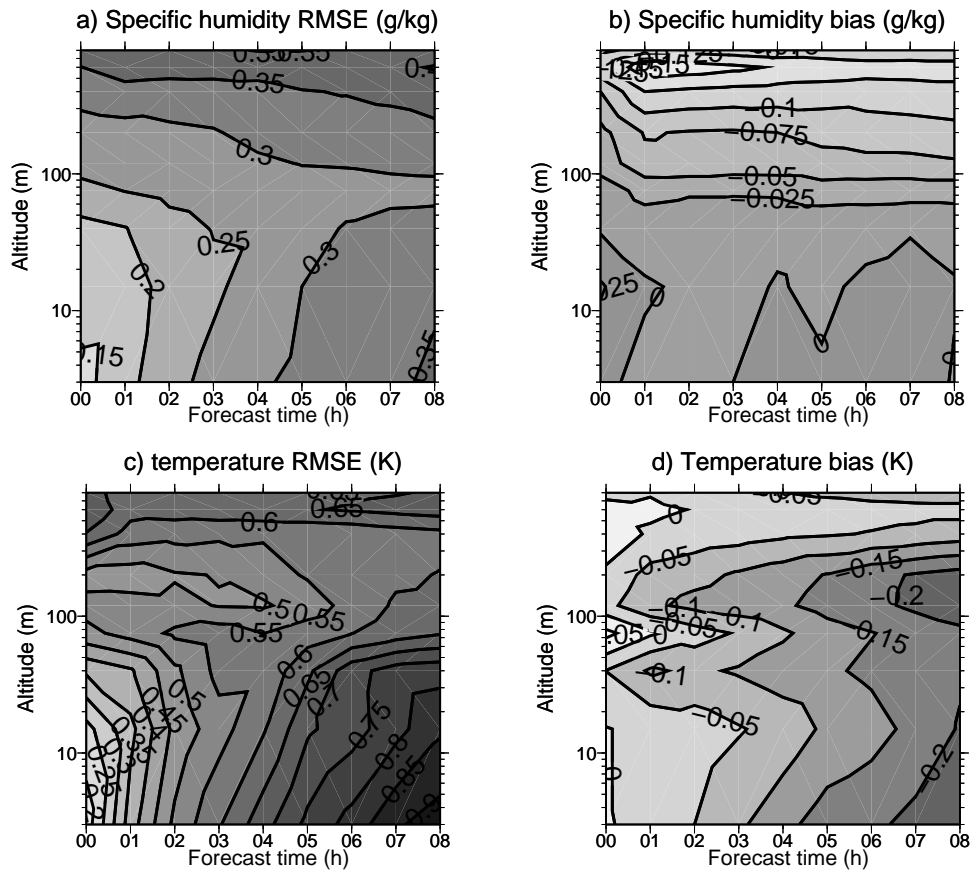


Figure 4. Same as figure 3 for FOG.

The  $\mathbf{B}$  matrix in Eq. 11 was computed directly from the ensemble of first guesses. An issue is the relative importance of temperature and specific humidity in the computation of the modified Mahalanobis distance. As temperature was generally larger than specific humidity in the situations under study, the distance between simulated and observed temperature was often much larger than distance between simulated and observed specific humidity. As a consequence, the overall distance given by Eq. 11 was much more influenced by errors on temperature than on specific humidity. The weights thus depended much more on temperature errors than on specific humidity errors. To solve this problem, the distance between simulated and observed temperature was normalized so that the sum of all temperature distances computed at a given analysis time were made equal to the sum of all distances on specific humidity. As we had no information on the “real” relative impact of temperature and specific humidity on the distance, we chose arbitrarily to equalize their relative influence. The overall distance was then taken as the sum of the specific humidity distance and the normalized temperature distance. It then depends on temperature and specific humidity errors in the same proportion.

In addition, the potential functions were computed at different forecast times of the backgrounds, matching

the times when observations were available, so that the observations were assimilated within a time window and not at a single point in time. If a family  $(y_k^m)$ ,  $m = 1, \dots, M$  of observations are available at times  $m$  between analysis times  $k - 1$  and  $k + 1$ , then for each observation  $y_k^m$  and each particle  $x_{i,m}$  the potential function is computed similarly as with Eq.8:

$$G_k(x_{i,m}) = p(y_k^m | x_{i,m}) \quad (12)$$

The potential function of the particle  $i$  over the time window associated with analysis time  $k$  is then the product of all potential functions computed at a single time, following Del Moral (2004):

$$\mathcal{G}_k(x_i) = \prod_{m=1}^{m=M} G_k(x_{i,m}) \quad (13)$$

and

$$\mathcal{W}_{i,k} = \frac{\mathcal{G}_k(x_i)}{\sum_{j=1}^N \mathcal{G}_k(x_j)} \quad (14)$$

The maximal weight becomes  $\mathcal{W}_k^{max} = \max_i(\mathcal{W}_{i,k})$ . Figure 5 illustrates this concept. If the weights were computed only as a function of the distance between the particles and observations for single point in time (i.e. analysis time), particle 1 in figure 5 would have had a larger weight than particle 2, as the distance between observations and particle 1 is smaller at analysis time.

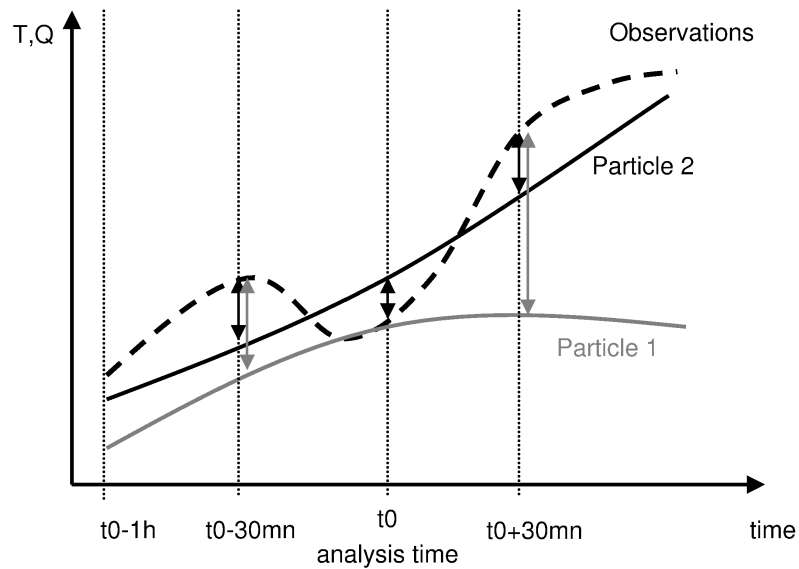


Figure 5. Schematic graph showing two particles and their weights computed with a time window of 30 minutes centered on analysis time.

Particle 1 is however not a good choice, as its trajectory is very different from the sequence of observations, except at analysis time. When the weights computed at forecast times 30 minutes later and 30 minutes earlier than analysis time are taken into account, then particle 2 has a larger overall weight than particle 1, as its trajectory is closer to the sequence of observations.

In our case study, observations from the measurement mast were available every 15 minutes, the weather station provided 2m humidity and temperature every 6 minutes, and ALADIN profiles were available for every hour. The distance between observations and the background were computed for forecast times varying from 6 minutes to 1h30, i.e. from analysis time minus 54 minutes to analysis time plus 30 minutes. In this way, all available observations were used. This setup thus imposed simulations to be started at least 30 minutes later than analysis time. It is already the case in the operational setup, as the observations that covers the period from analysis time included to 30 minutes later are available around 40 minutes after analysis time.

### 3.4.2 Determination of the initial conditions

Two possibilities exist for the construction of the initial conditions for the deterministic, non-perturbed run: either take the weighted mean of all particle as the analysis, or the best particle, i.e. the one with the largest weight, as the analysis. Here, we chose the latter option, so that the initial conditions are as close as possible to the observations and that its coherence with the model physics is ensured. The filter was run with 50 perturbed particles, plus the

non-perturbed first guess. Figure 6 shows the frequency of the non-perturbed run being chosen to be the initial conditions versus analysis time. During the nights of NEAR-FOG, the non-perturbed first guess was chosen most of the times; it could be because in a stable atmosphere, the perturbations added to the analysis were better preserved during the simulation than in a neutral or unstable stratification, while in a neutral atmosphere, perturbation to the analysis were quickly smoothed during the simulation. During the day, the perturbed particles were most of the time closer to observations than the non-perturbed first guess. During FOG, the frequent occurrence of fogs changed this pattern; perturbed particles were chosen more often during the nights, because thick fogs or stratus occurred, which made the atmosphere less unstable or neutral. During the day, as for NEAR-FOG, the non-perturbed guess was seldom chosen to be the initial conditions.

The initial temperature and specific humidity provided by this algorithm replaced the ones that were given by the BLUE algorithm. The second step of the assimilation scheme, i.e. the initialization of liquid water content and adjustment of initial specific humidity profiles in case clouds are present at initialization time, was left unchanged.

### 3.4.3 Frequency of filter collapse

Before anything else, we have to check if the filter does not collapse. Figure 7 presents a frequency histogram of the maximal weight  $\mathcal{W}^{max}$  for all simulations of the FOG and NEAR-FOG situations. The filter was run with ensemble sizes varying from 50 to 200 members, which is small

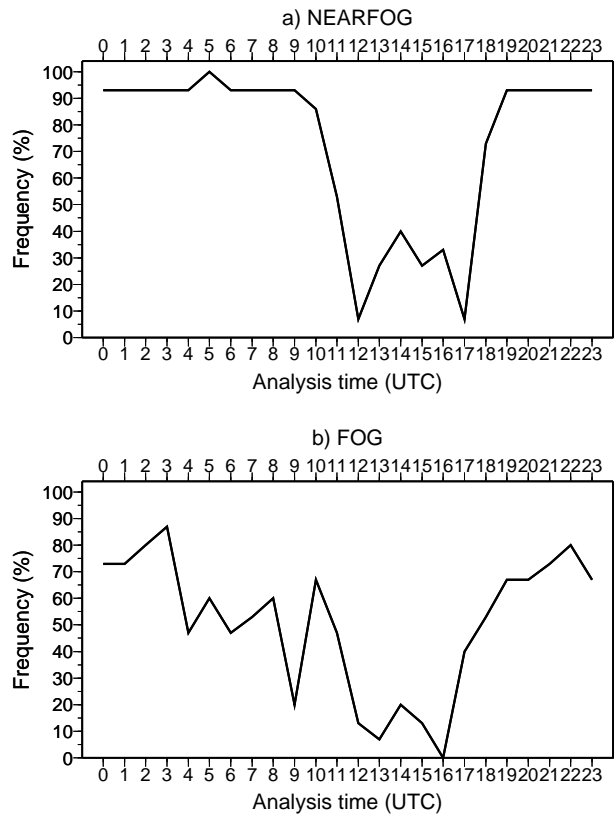


Figure 6. Frequency of the non-perturbed guess being chosen to be the initial conditions versus analysis time, for NEAR-FOG (a) and FOG (b).

compared to ensemble sizes used by Snyder et al. (2008) and Baehr and Pannekoucke (2009). Filter collapse can be diagnosed by diagrams strongly skewed toward the right: when the maximal weight is very close 1. For the FOG situation (figure 7a, c and e), it was not the case. When using 50 members; the filter was already rather convergent: for less than 10% of the simulations, the maximal weight was above 0.95. The diagrams were more and more skewed towards the left with increasing ensemble size, which means that the filter was more and more convergent. This can be explained by the fact that when more particles are available, the best one is likely to stand above the other ones less markedly, in terms of distance to the observations, than when fewer particles are used.

With the NEAR-FOG situation, collapse of the filter was more frequent when using a 50-particles ensemble; the maximal weight was larger than 0.95 for around one analysis in three. The frequency of filter collapse decreased with increasing ensemble sizes. The difference between FOG and NEAR-FOG lay in the occurrence of deep fogs during FOG, which provoked a change in the stratification of the atmosphere at night.

Figure 8 shows the maximal weight  $\mathcal{W}^{max}$  for every assimilation cycle of PART50 versus lower atmosphere stability, arbitrarily defined here as the gradient of potential temperature in the first 100m of the atmosphere, for NEAR-FOG and FOG. Cases when fog or stratus were present at analysis time are plotted in gray. When fog

was present at analysis time, the atmosphere was either very stable, when the fog was shallow, or neutral when it was thicker or in the presence of stratus. There were clearly more situations with weakly stable, neutral or unstable lower atmosphere for FOG, than for NEAR-FOG; and many of these situations were linked to the presence of fog or stratus. For NEAR-FOG, when the atmosphere was stable, the variability of the maximal weight divided by the sum of all weights was less important than with FOG. There appears to be a dependency between stability and the frequency of filter divergence, with a threshold around -2 to -3K for potential temperature gradient. Below that value, filter divergence was frequent; while it was quite rare when stability was above that value. For FOG, the dependency is less clear, though overall filter divergence was significantly more frequent for strongly stable atmospheres than with weakly stable, neutral or unstable atmospheres.

This explanation of the different behaviour of the filter depending on the stratification of the atmosphere lies in how the initial perturbations are preserved or smoothed during the simulation. The atmosphere is neutral or weakly unstable during the day and at night if deep fog or stratus occurs. With a neutral or unstable atmosphere, the initial perturbations are quickly smoothed during simulations; the distances of the particles are then rather close and filter divergence is avoided. Stable atmosphere occur during nights with clear-sky or shallow fogs. When

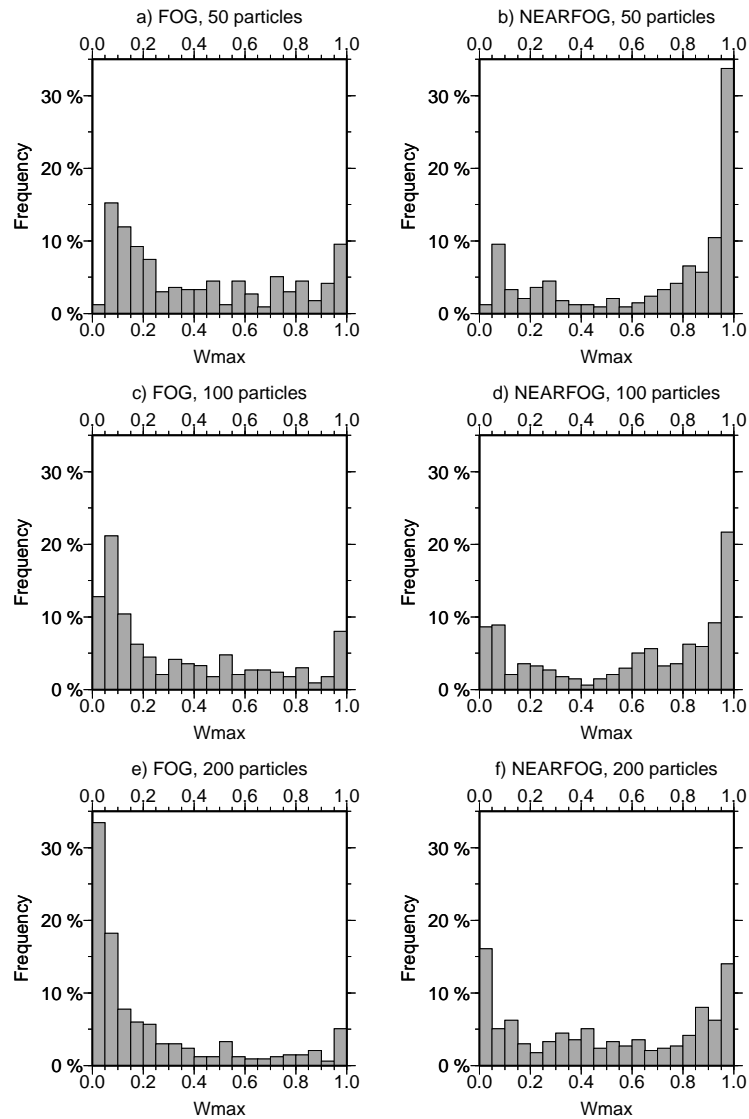


Figure 7. Frequency histogram of  $\mathcal{W}^{max}$  for all simulations of the FOG (left) and NEAR-FOG (right) situation; simulations using 50 (a and b), 100 (c and d), 200 (e and f) particles.

the atmosphere is stable, the initial perturbations are not modified much through the simulations and the distances of the particles to the observations are larger; the filter is then likelier to collapse. As shown before, in this case, the non-perturbed guess was often chosen to be the initial conditions.

Filter divergence was linked for most cases to the stratification of the atmosphere. For the same dimension of the model space, it occurred less frequently than in Snyder et al. (2008), for ensemble sizes much smaller than were used in their work. The frequent convergence of the modified particle filter was due to the selection stage, which eliminated particles that were distant from the observations. The fact that the noise added to the initial state of the particles was coherent with the model uncertainty and bounded also allowed to run with fewer particles than if they were purely random. The selection step was not included in the kind of particle filter that Snyder et al.

used., which could explain the different behaviour of the particle filter. The results in terms of filter divergence frequency versus ensemble size are in the same range as the ones obtained by Baehr and Pannekoek (2009) for the NEAR-FOG situation. Convergence was more frequent for the FOG situation. perturbations were used.

### 3.5 Soil data assimilation

In the operational setup, the soil observations are simply interpolated to the ISBA grid to provide initial conditions. During the simulation, COBEL-ISBA adjusts the values of temperature and humidity in the lower levels of COBEL and the upper levels of ISBA through its physical processes, in order to reach some kind of equilibrium that is consistent with its parameterized processes. Figure 9 illustrates this phenomenon; with the operational setup, unrealistic initial values of sensible and latent heat fluxes are quickly adjusted in the first 15 minutes of the simulation.

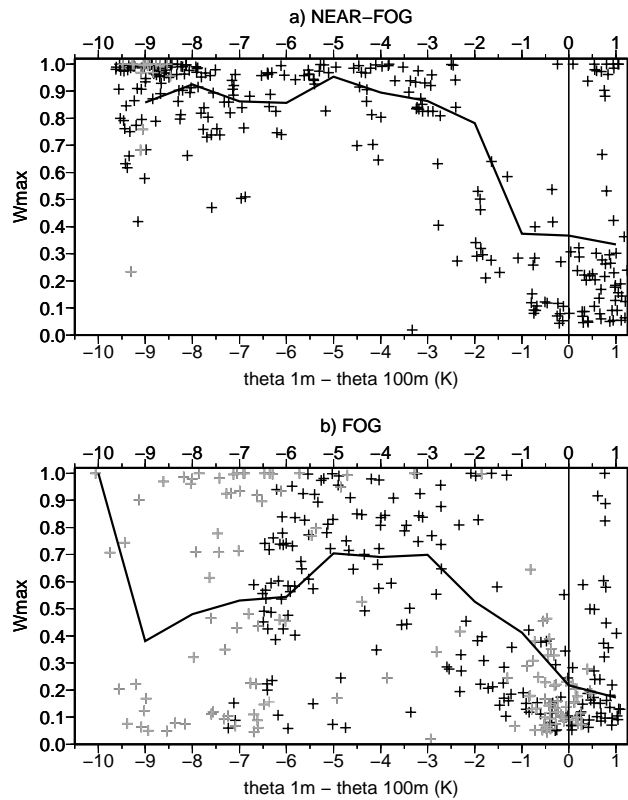


Figure 8.  $W^{max}$  for every assimilation cycles of PART50 with NEAR-FOG(a) and FOG(b) versus potential temperature gradient in the first 100m of the atmosphere. When fog or stratus was present at analysis time, the corresponding cross is plotted in gray. The mean for every stability interval of 1K is plotted by a continuous line.

This adjustment brought a sharp peak in the forecasted 2m temperature and a brutal increase in the forecasted 2m specific humidity. This phenomenon is frequent for simulations with maximal solar radiation and is a source of specific humidity bias.

This problem was especially troublesome within a particle filter, as for many simulations it concerned all particles, perturbed or non-perturbed. When using the adapted particle filter with the original soil initialization, particles all showed the same bias for specific humidity for simulations that started between 10UTC and 15UTC. To prevent this problem, a simplified version of a particle filter was set up to provide the initial conditions for ISBA. The ISBA first guess that was closest to observations of soil temperature and water content was chosen to be the ISBA initial conditions for the non-perturbed run. A random perturbation was added to these profiles to produce the initial conditions of the perturbed particles. That means that the selection step consisted here only to keep the closest particle and to eliminate all others. The distance between observations and the ISBA backgrounds were computed over a time window, as they were for COBEL. The rationale behind this algorithm was to provide ISBA with initial conditions produced by the model itself, as it is the case for COBEL. The adjustment that usually occurs at the beginning of the simulation would then already be taken in account in the initial conditions of both ISBA and COBEL. Figure 9 shows an example of how the problem of

the interface between soil and atmosphere was partially solved following the implementation of this algorithm. There was still some adjustment on the sensible heat flux, but the impact on 2m temperature and specific humidity was much smaller than with the operational setup.

#### 4 Results of the filter

The performance of the filter was assessed against the REF experiment to evaluate the improvement or degradation of the new assimilation algorithm as compared to the operational setup. Scores on temperature and specific humidity were computed and, for the FOG situation, the impact of the new assimilation scheme on the quality of the forecast of LVP events was also estimated. The experiments were called PART50, PART100, PART200 depending on the size of the (perturbed) particle ensembles. In this section the results of PART50 are shown; the influence of the ensemble size will be discussed in a specific section.

COBEL-ISBA was designed to forecast radiation fog, which is a phenomenon that occurs in the lower part of the model's domain. As a consequence, when discussing the scores, more emphasis will be put in the first 100m of the domain.

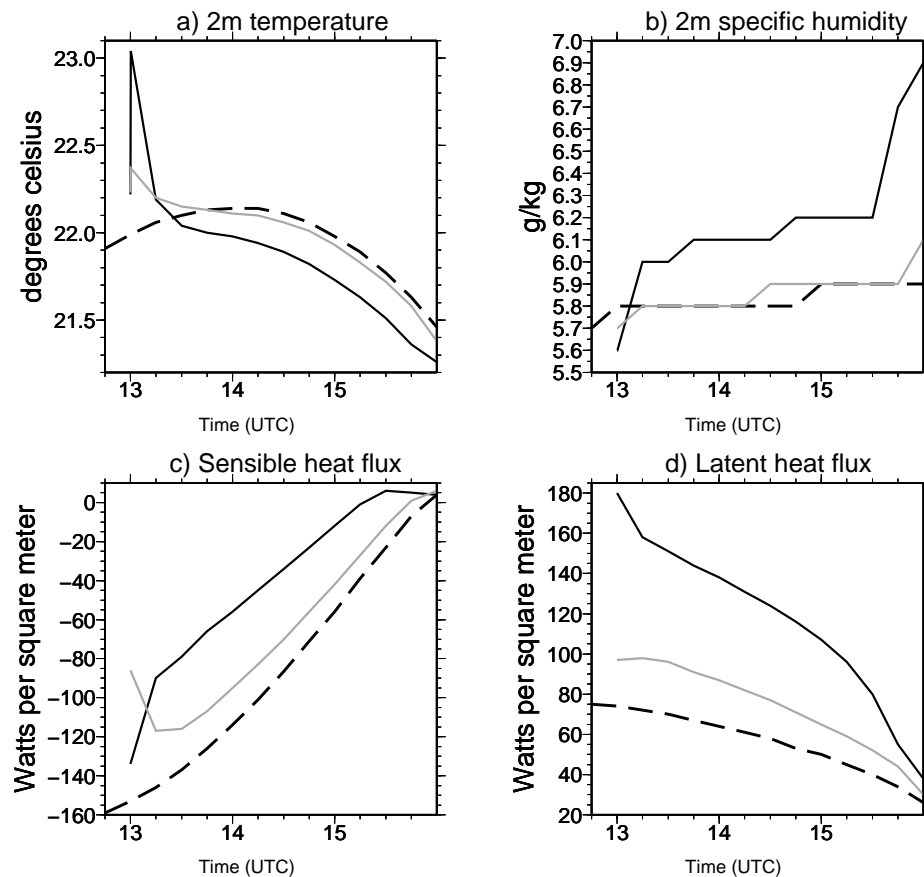


Figure 9. NEAR-FOG: simulation starting at Day 4, 13UTC; 2m temperature (left) and the sum of latent and sensible heat fluxes (right). Observations are plotted by a dashed line, simulation with the operational setup is represented by a black line; with the new assimilation scheme, by a gray line.

#### 4.1 NEAR-FOG situation

Figure 10 shows the Root Mean Square Error (RMSE) of PART50 as a percentage of REF's RMSE for temperature and specific humidity, and also the bias difference between the two experiments for NEAR-FOG. The RMSE of initial temperature was improved by up to 20-40% above 80m and degraded by up to 10% below 20m. For initial specific humidity the RMSE was reduced by 25 to 55% above 100m, and slightly degraded below 20m. PART50 did not improve the initial RMSE in the lowest part of the domain. An explanation for this is that the distance between the particles and observations was minimized over a time window and not just at analysis time; the particle that was selected to be the initial conditions may not be the one closest to the observations at analysis time. Also, the initial conditions of REF were very close to the observations from the mast and the weather station there, since the variances of the measurements from the mast and the weather station used in the BLUE were much smaller than the ones of both the ALADIN profiles and the first guess. The initial temperature bias was slightly degraded by PART50 as compared to REF, that of specific humidity was unchanged below 100m and slightly improved above that.

The usefulness of taking a first guess as the initial conditions and of assimilating data over a time window appeared fully during the forecast. As the initial conditions were coherent with the model's physical processes, the forecast was rapidly of much better quality for PART50 as compared to REF. The improvement reached 35 to 45% for specific humidity and 25 to 30 % for temperature. The bias was also reduced in the lower part of the domain for temperature after 2 hours of forecast and for specific humidity over the whole domain after 1 hour of forecast. This shows that the initialization of ISBA and the interface between COBEL and ISBA worked better with the new algorithm than with the operational setup, as it was shown by previous studies (Rémy and Bergot (2009a)) that a faulty initialization of ISBA is a cause of increasing forecasted bias on temperature and specific humidity.

These results were obtained with a filter that was often diverging during the nights (see figure 7). This was not too detrimental in our case, as the filter was used within a deterministic approach. The most important in this framework is that the filter provides good quality first guesses to be used as initial conditions. The noise added to the initial conditions also contributed to increase the spread of the ensemble even when the filter collapsed.



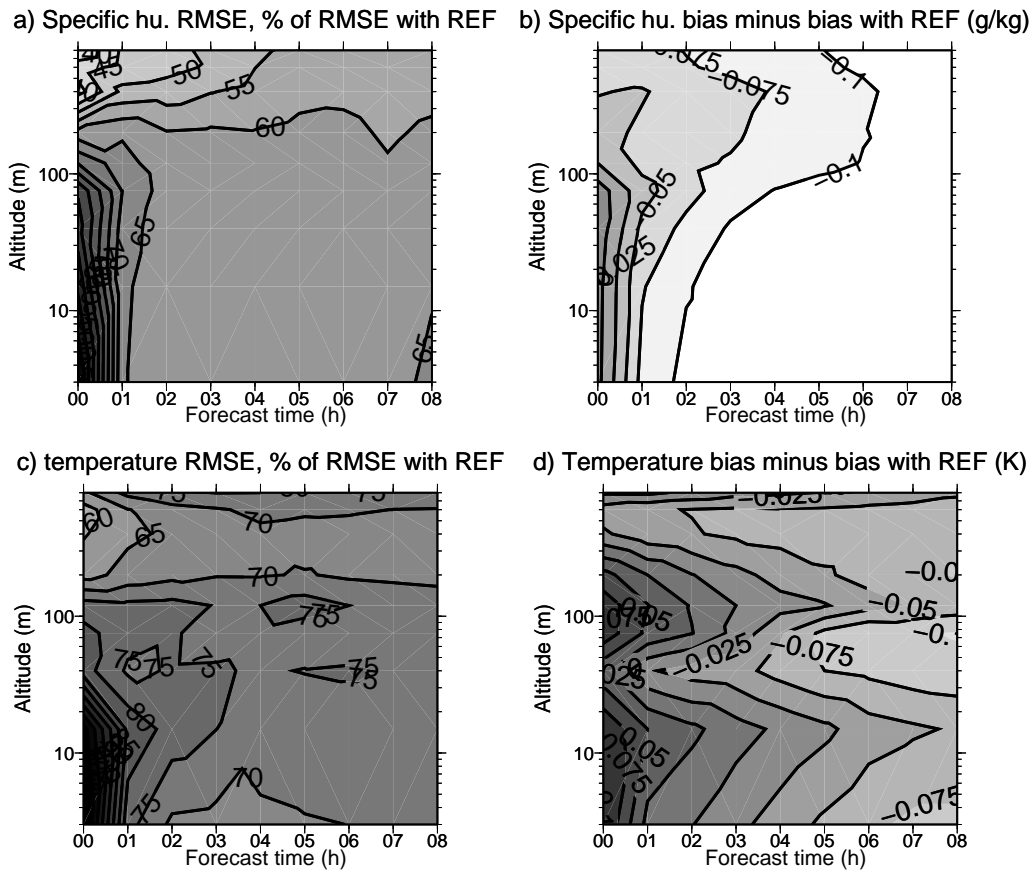


Figure 10. NEAR-FOG: RMSE of PART50 as a percentage of the RMSE of REF (left) and bias of PART50 minus bias of REF (right) versus forecast time, for temperature (top) and specific humidity (bottom).

## 4.2 FOG situation

### 4.2.1 Scores on temperature and specific humidity

Figure 11 shows the RMSE of PART50 as a percentage of REF's RMSE for temperature and specific humidity, and also the bias difference between the two experiments for FOG. PART50 improved the initial conditions as compared to REF. For specific humidity the initial RMSE was reduced by 40 to 45 % over the whole domain. As for temperature, the initial RMSE improvement was larger above 50m, with a reduction of 30 to 45% above that height and of 10 to 25% below. For both temperature and specific humidity, the initial bias difference as compared to REF was very small

As for simulations with NEAR-FOG, the temperature RMSE was reduced by larger margin during the simulation than for the initial state. For specific humidity, the improvement is in the same range for the forecast and for the initial state. After one hour of forecast, the RMSE was improved by up to 35-45% for temperature and specific humidity. The bias was slightly degraded in the lower part of the domain for temperature and left unchanged for specific humidity. It was improved in most other part of the domain.

### 4.2.2 Forecast of LVP events

Figure 12 shows the frequency distribution histogram of the onset and the burnoff time of LVP events, for all simulation times and forecast times, for the FOG situation. Simulations in which fog was already present at initialization time were discarded for the computation of the onset scores. For these simulations, it was meaningless to compare the simulated and observed onset times because the fog events considered had begun before the initialization time. The errors larger than 240 minutes are grouped together in the 240 minutes column. The mean and standard deviation of errors smaller than 240 minutes are also indicated.

The onset time of low visibility conditions was generally forecasted too early for REF: there was small negative bias for this experiment. This bias was corrected and even inverted by PART50, with onset time generally forecasted too late. The errors were generally smaller for PART50 than for REF. The frequency of errors being smaller or equal to 30 minutes was raised from 30% for REF to 45% for PART50 and the standard deviation of the error was smaller. The errors larger than 240 minutes were significantly less frequent. PART50 also improved markedly the prediction of LVP burnoff time as compared to REF. The errors were generally smaller with much fewer errors larger than 240 minutes. The frequency of errors being

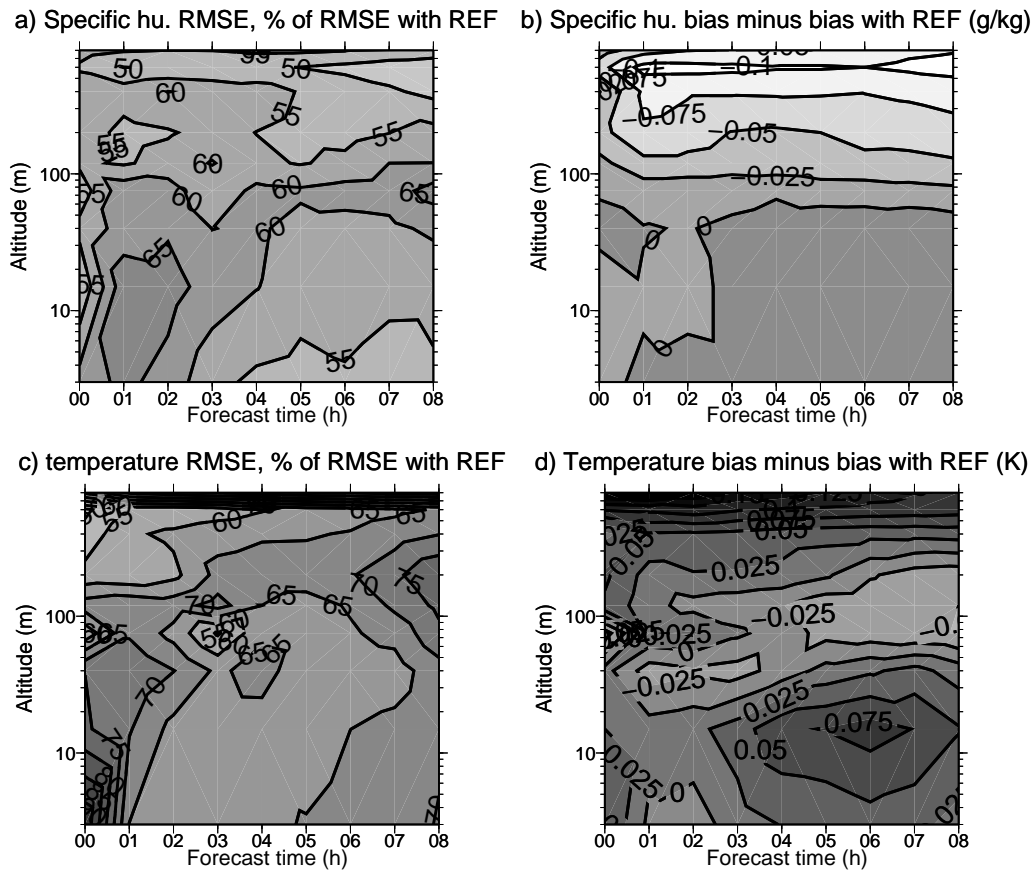


Figure 11. Same as 10 for FOG.

Table I. Hit Ratio (HR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF, PART50 and ENKF32 experiments. EnKF32 values are taken from Rémy and Bergot (2009b).

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.93	0.89	0.89	0.88	0.86	0.84	0.88
PART50	0.93	0.94	0.97	0.98	0.98	0.98	0.97
ENKF32	0.95	0.92	0.93	0.95	0.93	0.93	0.94

Table II. Pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times for the FOG situation and for the REF and PART50 experiments. EnKF32 values are taken from Rémy and Bergot (2009b).

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
REF	0.07	0.05	0.07	0.10	0.12	0.18	0.09
PART50	0.01	0.00	0.03	0.01	0.09	0.09	0.04
ENKF32	0.04	0.03	0.02	0.06	0.08	0.15	0.07

smaller or equal to 30 minutes was raised from 40% for REF to 70% for PART50. The negative bias of REF for the forecast of burnoff time was reduced by PART50.

Tables I and II show the Hit Ratio (HR) and pseudo False Alarm Ratio (FAR) of LVP conditions for various forecast times and for the REF and PART50 experiments. In the case of rare event forecasting, such as fog and LVP conditions, the pseudo-FAR is convenient because it removes the impact of the "no-no good forecasts" (no LVP forecast and no LVP observed), which mostly dominate the data sample and hide the true skill of the LVP forecast system. If  $a$  is the number of observed and forecasted events,  $b$  the number of not observed and forecasted events, and  $c$  the number of observed and not forecasted

events, HR and pseudo-FAR are then defined as follows:

$$HR = \frac{a}{a + c}; \quad pseudoFAR = \frac{b}{a + b}$$

Table I shows that the detection of LVP conditions was improved for all forecast times larger than 1 hour, and that the overall hit ratio was significantly higher for PART50 than for REF. The improvement was larger for longer forecast times, corresponding to the largest improvements in temperature and specific humidity RMSE as compared to REF. Also, the hit ratio of LVP conditions did not decrease with time with PART50, while it did with REF. This shows the strong influence of the initial conditions on the forecast when the model error has been removed by using simulated observations. Table II shows that PART50 experienced fewer false alarms than REF. The number of

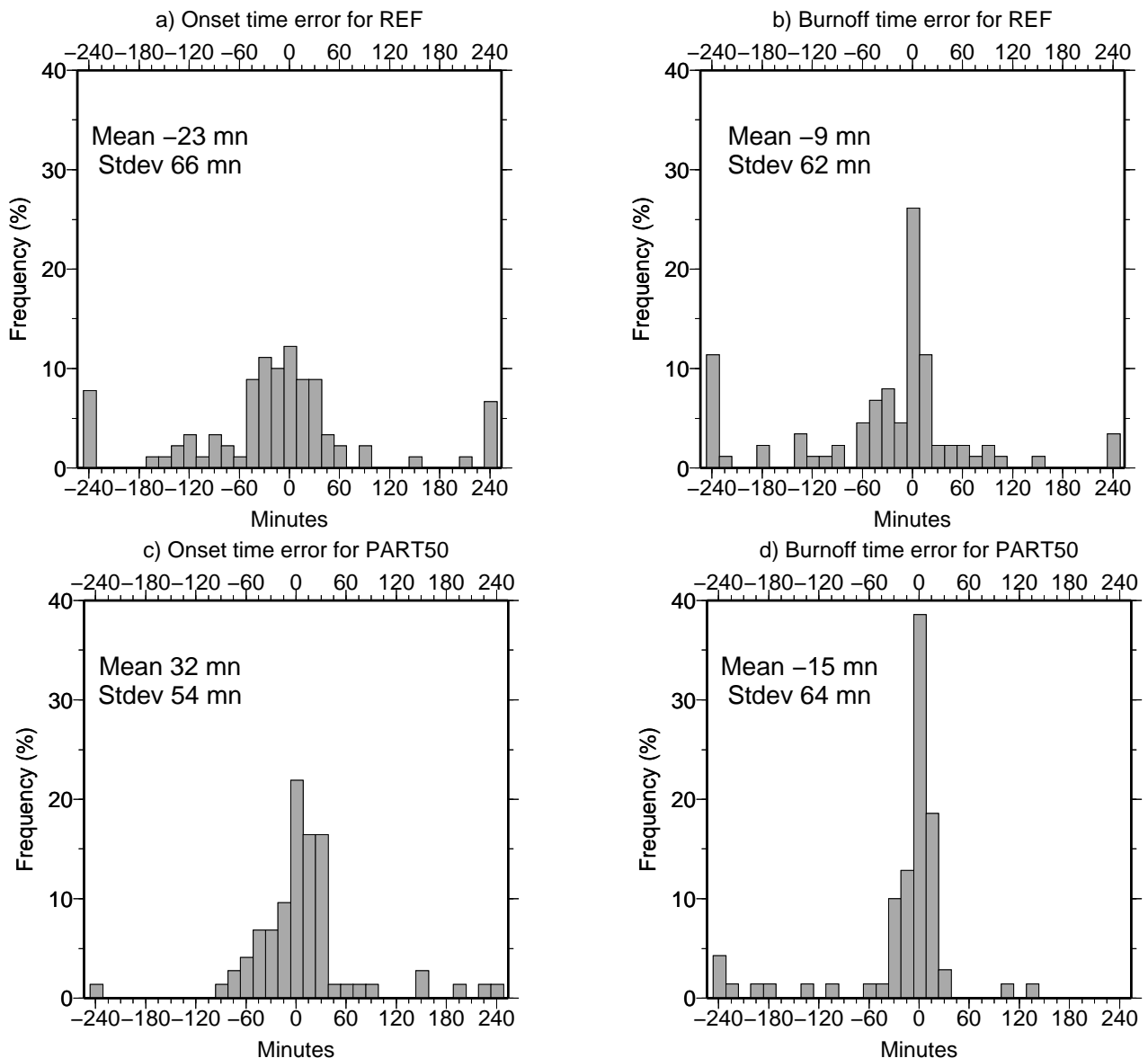


Figure 12. FOG: Frequency distribution histogram of the error on onset time (left, the LVP conditions at initial time are not taken into account) and burnoff time (right) of LVP conditions, in minutes. REF experiment is at the top, PART50 at the bottom. Positive values correspond to a forecast of onset or burnoff that is too late. Errors larger than 240 minutes are grouped in the 240 minutes column. The mean and standard deviation of errors smaller than 240 minutes are indicated.

false alarms did not increase much with forecast time. This is an interesting result since an improvement in both HR and pseudo-FAR is hard to obtain.

#### 4.3 Comparison with an ensemble Kalman filter

The ensemble Kalman filter (Evensen (1994) and Evensen (2003)) is an assimilation scheme that uses an ensemble of first guesses to estimate the background error statistics, which are then used in the BLUE algorithm that computes the initial conditions for the ensemble and the non-perturbed run. This scheme has been implemented in various oceanic and atmospheric models (Houtekamer et al. (2005), Zhang (2005) and Sakov and Oke (2008) among others). A “perturbed observations” version (Burgers et al.

(1998)) of the ensemble Kalman filter was run with FOG and NEAR-FOG using ensemble of 8, 16 and 32 members. As the ensembles used were rather small, the covariances were inflated using an adaptive covariance inflation algorithm (Anderson (2007)). The results are described in Rémy and Bergot (2009b). As the ensemble size didn’t impact much the quality of initial conditions and forecasts when using the ensemble Kalman filter with simulated observations, it was possible to qualitatively compare the results of the 32 members ensemble Kalman filter (experiment ENKF32) with the ones obtained with PART50.

Figure 13 shows the RMSE of PART50 as a percentage of ENKF32’s RMSE for temperature and the bias difference between the two experiments for NEAR-FOG and FOG.

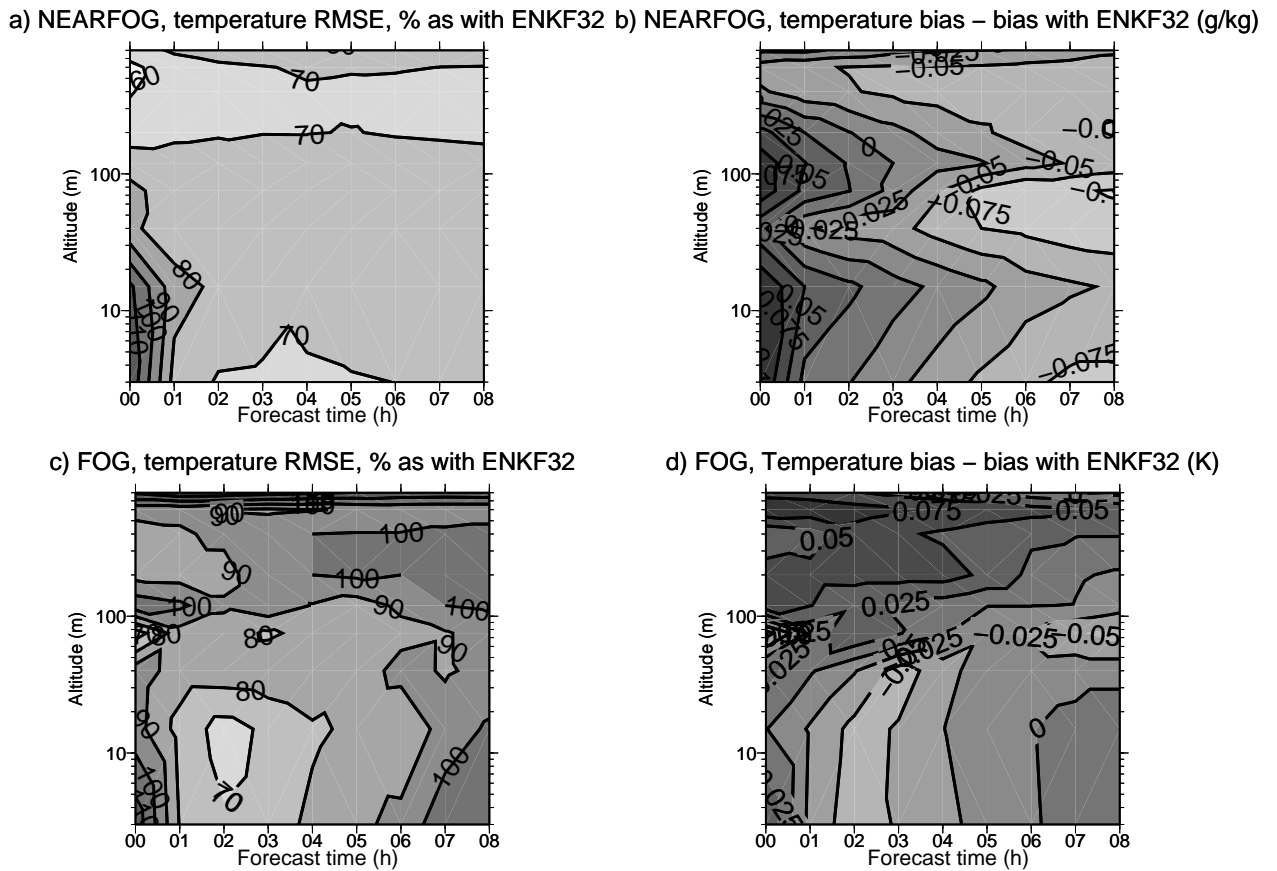


Figure 13. Temperature RMSE of PART50 as a percentage of the RMSE of ENKF32 (left) and bias of PART50 minus bias of ENKF32 (right) versus forecast time, for NEAR-FOG (top) and FOG (bottom). Data for ENKF32 are taken from Rémy and Bergot (2009b).

Specific humidity scores are not shown as they display the same patterns. The RMSE of temperature at initialization time was slightly degraded in the first 20m of the domain and improved elsewhere by PART50 as compared with ENKF32 for NEAR-FOG; while the initial bias was mostly unchanged. Forecasted temperature RMSE was significantly improved for NEAR-FOG, by up to 30%; and the forecasted temperature bias was also smaller for PART50 as compared with ENKF32. The overall improvement of PART50 as compared to ENKF32 increased with forecast time.

For FOG, the initial temperature RMSE was larger for PART50 as compared with ENKF32 below 10 m. Above that height, there was a small improvement of 5 to 10%. The initial bias was similar for both experiments below 100m and slightly larger for PART50 above 100m. During the forecast, PART50 displayed smaller RMSEs than ENKF32 by 10 to 30% below 100m and up to 7 hours of forecast. Elsewhere, the differences between PART50 and ENKF32 were smaller. The forecasted temperature bias was slightly smaller for PART50 as compared to ENKF32 below 80m, and slightly larger above that height.

The HR and pseudo-FAR of LVP conditions were close between the two experiments, as shown by tables I and II. PART50 had an overall HR slightly higher than ENKF32

and a smaller pseudo-FAR. ENKF32 showed a higher detection rate for forecast times of 1 hours while PART50 was better for higher forecast times. For the pseudo-false alarm rate, PART50 and ENKF32 showed scores in the same range, except for a forecast time of 8 hour, for which PART50 was significantly better. PART50 also predicted onset and burnoff time more accurately than ENKF32 (not shown).

## 5 Impact of the ensemble size

The size of the ensemble influenced the frequency of filter collapse, especially for the NEAR-FOG situation (see figure 7). In this section, the impact on the initial conditions and forecasts is assessed.

Overall, no consistent tendency can be drawn for the impact of the ensemble size on the RMSE of analyzed and forecasted temperature and specific humidity (not shown). The scores of PART100 and PART200 were slightly better or worse than PART50 depending on the height and the forecast time, but no correlation could be drawn between the quality of these scores and the ensemble size.

The same conclusion holds also for the specific humidity bias (not shown). A consistent impact of the ensemble size on the temperature bias was however found. Figure 14 shows the temperature bias difference between

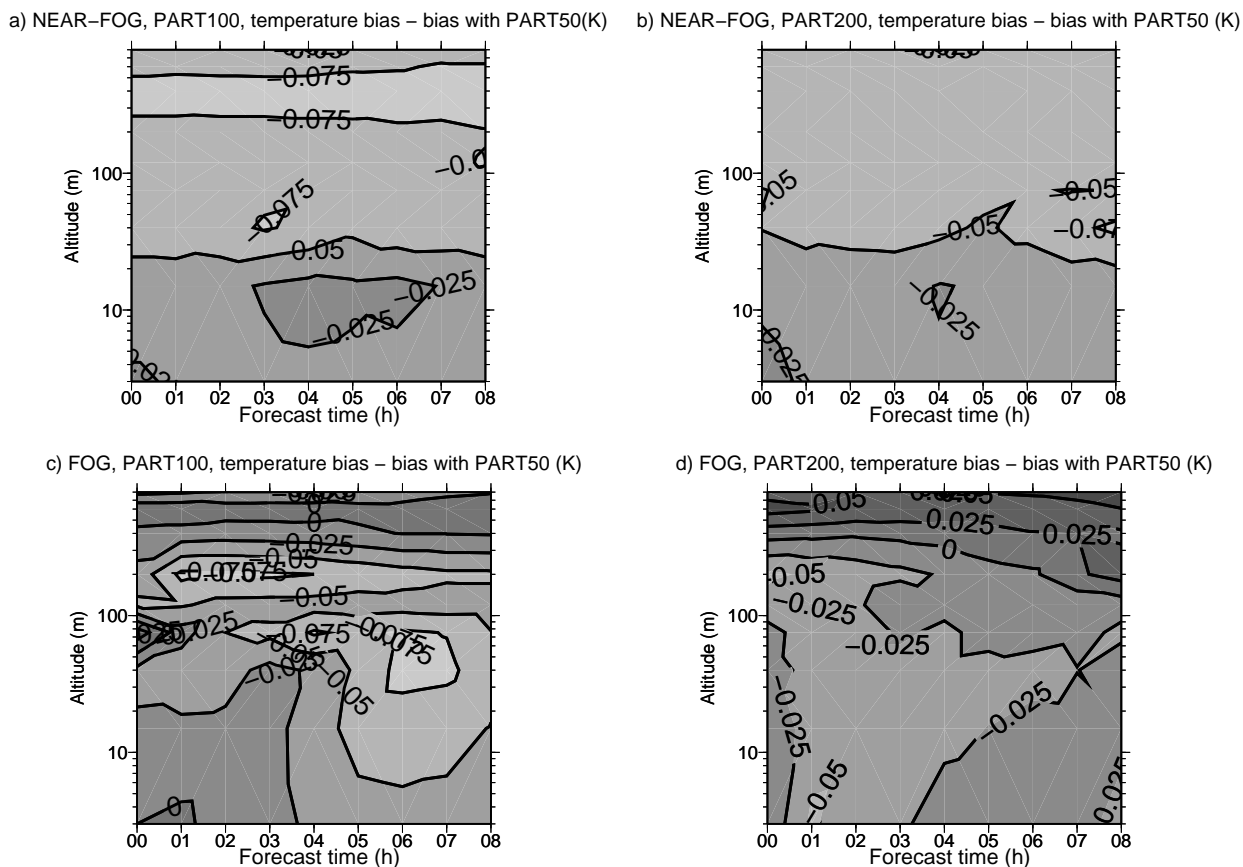


Figure 14. Temperature bias difference between PART100 and PART50 (left) and PART200 and PART50 (right) for NEAR-FOG (top) and FOG (bottom). A negative value indicates that PART100 or PART200 had a smaller temperature bias than PART50.

PART100/200 and PART50, for FOG and NEAR-FOG. It can be seen that for both situations, PART100 and PART200 showed significantly better temperature bias, for the initial profiles as well as for the forecasted ones. Overall, correlation between the ensemble size and the quality of the initial conditions and forecasts was weak, though the impact of ensemble size on the convergence of the filter was marked. Convergence frequency and the quality of initial conditions appear thus to be decoupled. This could be due to the fact that the filter was used within a deterministic approach: the goal of the filter is to provide an accurate first guess, not to describe fully all the possible states of the background. The noise added to each particle at initial time during the resampling stage explains also this result, as it increased the spread of the ensemble even when the filter diverged. The fact that this noise was bounded also probably helped to keep the best particles, even when the overall number of particles was not very large, close to observations. This study shows also that for these two particular situations, the filter worked well with 50 particles with simulated observations and that more particles does not bring further information on the probability distribution of the backgrounds. This conclusion has to be confirmed using real observations.

## 6 Summary and discussion

A challenge of data assimilation is to provide the model with initial conditions that are at the same time close to the true state of the atmosphere, and coherent with the processes that are modelled in the system. Both requirements are harder to reach with strongly non-linear systems such as COBEL-ISBA. An algorithm based on a genetic selection particle filter was developed, with modifications brought to take into account the particle's time trajectories. Experiments using this new assimilation scheme were assessed against experiments using the operational setup of COBEL-ISBA that consists of a BLUE algorithm. This work showed that an algorithm based on particle filtering with genetic selection is able to provide accurate initial conditions to a 1D model using a reasonable numbers of particles, within a simulated observations framework. Filter collapse was less frequent, given the size of the model space and of the ensembles that were used, than with experiments carried out by Snyder et al. (2008), thanks to the genetic selection algorithm and the noise added to each particle at analysis time. The divergence frequency of the filter was shown to depend on the stratification of the atmosphere. Both temperature and specific humidity analysis were improved as compared to the BLUE algorithm used in the operational setup. As the initial conditions were given by the first guess that had the closest

trajectory to the observations, the initial conditions met the two conditions mentioned above. Thanks to that also, the forecasted temperature and specific humidity were improved by a larger margin than the analyzed ones. The better quality of the initial conditions and forecasts brought better forecasts of LVP events. The final product delivered by COBEL-ISBA, i.e. hours of forecasted occurrence or lift-off of LVP conditions, was markedly improved by the new assimilation scheme.

The conclusions on the convergence of the filter and on the adequate number of particles needed to run the model are model-dependant and also situation-dependant: the results vary from one set of simulated observations to another. Nevertheless, they can be helpful for future implementations of assimilation algorithms based on particle filtering, as they provide general insights on the causes and mechanisms of filter divergence.

A next stage will be to test this assimilation scheme with real observations. As the physics underlying the observations and the simulations were the same when using simulated observations, the task of producing initial conditions consistent with the model's physics was simplified. The real atmosphere is non-linear to greater extent than a simulated one; particle filtering is an assimilation algorithm that was designed for non-linear dynamical systems, so it seems fit for the task.

## References

- Anderson, L., 2007: An adaptive covariance inflation error correction algorithm for ensemble filters. *Tellus*, **59**, 210–224.
- Baehr, C. and O. Pannekoucke, 2009: Some issues and results on the enkf and particle filters for meteorological models. *Chaos 2009*, **early online release**.
- Bergot, T., 1993: Modélisation du brouillard à l'aide d'un modèle 1d forcé par des champs mésoéchelle : application à la prévision. Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 192 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bergot, T., D. Carrer, J. Noilhan, and P. Bougeault, 2005: Improved site-specific numerical prediction of fog and low clouds: a feasibility study. *Weather and Forecasting*, **20**, 627–646.
- Bergot, T. and D. Guédalia, 1994a: Numerical forecasting of radiation fog. part i : Numerical model and sensitivity tests. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1218–1230.
- Bergot, T. and D. Guédalia, 1994b: Numerical forecasting of radiation fog. part ii : A comparison of model simulation with several observed fog events. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1231–1246.
- Boone, A., 2000: Modélisation des processus hydrologiques dans le schéma de surface isba : inclusion d'un réservoir hydrologique, du gel et modélisation de la neige (modeling of hydrological processes in the isba land surface scheme : inclusion of a hydrological reservoir, freezing, and modeling of snow). Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 207 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bougeault, P. and P. Lacarrere, 1989: Parameterization of orography-induced turbulence in a mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1872–1890.
- Burgers, G., P. V. Leuwen, and G. Evensen, 1998: Analysis scheme in the ensemble kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 1719–1724.
- Clark, D., 2002: Terminal ceiling and visibility product development for northeast airports. *14th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at [http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark\\_2002\\_ARAM\\_MS-15290\\_WW-10474.pdf](http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark_2002_ARAM_MS-15290_WW-10474.pdf)].
- Clark, D., 2006: The 2001 demonstration of automated cloud forecast guidance products for san-francisco international airport. *10th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at <http://jobfunctions.bnet.com/abstract.aspx?docid=321609>].
- Del Moral, P., 2004: *Feynman-Kac formulae, genealogical and interacting particle systems and applications*. Springer-Verlag, 555 pp.
- Doucet, A., N. de Freitas, and N. Gordon, 2001: *Sequential Monte-carlo methods in practice*. Springer-Verlag, 581 pp.
- Estournel, C., 1988: Etude de la phase nocturne de la couche limite atmospherique (study of the nocturnal phase of boundary layer). Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier, 161 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Evensen, G., 1994: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte-carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, **99**, 10 142–10 162.
- Evensen, G., 2003: The ensemble kalman filter : theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, **53**, 343–367.
- Gordon, N., D. Salmond, and A. Smith, 1993: Novel approach to nonlinear/non gaussian bayesian state estimation. *IEE Proceedings*, IEE, Vol. 140, 107–113.
- Herzogh, P., S. Benjamin, R. Rasmussen, T. Tsui, G. Wiener, and P. Zwack, 2003: Development of automated analysis and forecast products for adverse ceiling

- and visibility conditions. *19th Internat. Conf. on Interactive Information and Processing Systems for Meteorology, Oceanography and Hydrology*, AMS, [available at <http://ams.confex.com/ams/pdfpapers/57911.pdf>].
- Houtekamer, P., H. Mitchell, G. Pellerin, M. Buehner, M. Charron, L. Spacek, , and B. Hansen, 2005: Atmospheric data assimilation with an ensemble kalman filter: results with real observations. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 604–620.
- Huang, X., H. Wang, Y. Chen, X. Zhang, S. Tjernkes, and R. Stuhlmann, 2007: An observing system simulation experiment using both mm5 and wrf : experiment configuration and preliminary results. *8<sup>th</sup> WRF annual meeting*, UCAR, [available at [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2\\_Huang.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2_Huang.pdf)].
- Lorenz, N., 1996: Predictability: a problem partially solved. *Seminar on predictability*, ECMWF.
- Noilhan, J. and S. Planton, 1989: A simple parameterization of land surface processes for meteorological models. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 536–549.
- Rémy, S. and T. Bergot, 2009a: Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **135**, 1248–1265.
- Rémy, S. and T. Bergot, 2009b: Ensemble kalman filter data assimilation in a 1d numerical model used for fog forecasting. *Mon. Wea. Rev.*, **in revision**.
- Roquelaure, S. and T. Bergot, 2007: Seasonal sensitivity on cobel-isba local forecast system for fog and low clouds. *Pure Appl. Geophys.*, **164**, 1283–1301.
- Sakov, P. and P. Oke, 2008: A deterministic formulation of the ensemble kalman filter: an alternative to ensemble square root filters. *Tellus*, **60A**, 361–371.
- Snyder, C., T. Bengtsson, P. Bickel, and J. Anderson, 2008: Obstacles to high-dimensional particle filtering. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 4629–4640.
- van Leeuwen, P., 2009: Particle filtering in geophysical systems. *Mon. Wea. Rev.*, **early online release**.
- Zhang, F., 2005: Dynamics and structure of mesoscale error covariance of a winter cyclone estimated through short-range ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 2876–2893.





## III Assimilation de données avec un système d'observations locales réduit

Comme pour le filtre de Kalman d'ensemble, le filtre à particules adapté a également été testé en utilisant un système d'observations locales moins étendu. Parmi les expériences décrites au chapitre III, seules MAST10 et NOMAST ont été effectuées, avec le filtre à particules adapté avec 50 particules (PART50). Les expériences correspondantes sont nommées PART50\_MAST10 et PART50\_NOMAST. L'expérience utilisant le système d'observations locales complet, nommée PART50 dans l'article, est renommée PART50\_REF dans cette partie.

### III.1 Résultats avec un mât de 10 mètres

#### a - Situation NEAR-FOG

La figure 5.2 présente les résultats de PART50\_MAST10 par rapport à MAST10 pour la situation NEAR-FOG. Les profils initiaux de température et d'humidité spécifique sont largement améliorés en termes d'erreur quadratique moyenne, en particulier au-dessus de 30 m. Au dessus de cette hauteur, l'erreur quadratique moyenne est réduite de 50 à 80% par le filtre à particules adapté pour les deux paramètres. En dessous de 30 m, la réduction se limite à 20 à 30%. Le biais des profils initiaux est globalement inchangé. On observe le même type de comportement que pour PART50\_REF comparé à REF ; cependant l'amélioration des profils initiaux par le filtre à particules est plus importante lorsque l'on utilise un mât de 10 m.

En ce qui concerne la température prévue, l'amélioration demeure importante. Elle est de l'ordre de 45 à 55% en dessous de 100 m et de 60 à 80% au-dessus. Le biais est également significativement amélioré, de façon plus importante pour les échéances croissantes. On observe le même type de résultats pour l'humidité spécifique pour le biais et l'erreur quadratique moyenne.

Globalement, l'amélioration apportée par PART50\_MAST10 par rapport à MAST10 est importante ; plus importante que celle apportée par PART50\_REF par rapport à REF.

#### b - Situation FOG

La figure 5.3 présente les résultats de PART50\_MAST10 par rapport à MAST10 pour la situation FOG. L'erreur quadratique moyenne sur la température initiale est

---

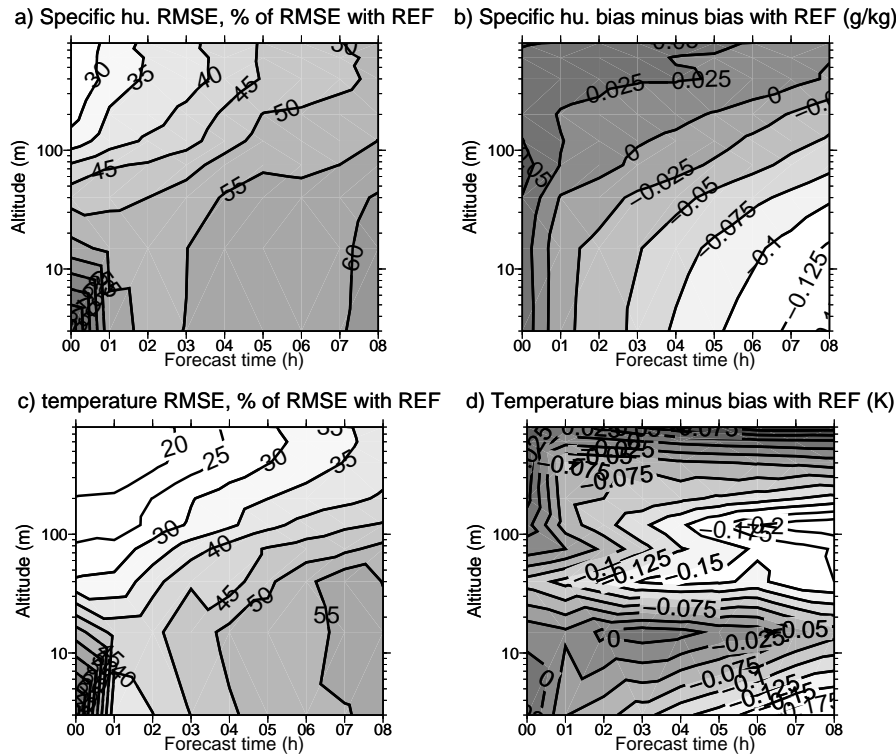


FIG. 5.2: *NEAR-FOG*, pourcentage du RMSE de *PART50\_MAST10* par rapport au RMSE de *MAST10* (à gauche), et biais de *PART50\_MAST10* moins le biais de *MAST10* (droite), pour l'humidité spécifique (haut) et la température (bas).

améliorée de 30 à 45% au-dessus de 30 m de hauteur et de 10 à 30% au-dessous. Pour l'humidité spécifique, l'amélioration est de l'ordre de 35 à 45% en dessous de 200 m, tandis qu'au-dessus de cette hauteur, la réduction de l'erreur quadratique moyenne est moins importante : de 10 à 20%. Le biais initial est inchangé pour l'humidité spécifique moyenne, par contre il présente des fluctuations importantes pour la température, avec une amélioration par endroit significative entre 20 et 300 m de hauteur et une faible dégradation autour de 400 m de hauteur. L'amélioration apportée par le filtre à particules adapté sur les profils initiaux est du même ordre de grandeur en utilisant en mât de 10 mètres ou de 30 mètres en dessous de 200 m de hauteur environ. Elle est significativement plus faible en utilisant un mât de 10 au-dessus de cette hauteur, pour la situation FOG.

Ce type de comportement persiste au cours de la prévision, de façon légèrement moins marquée. Les erreurs quadratiques moyennes sur les températures et humidi-

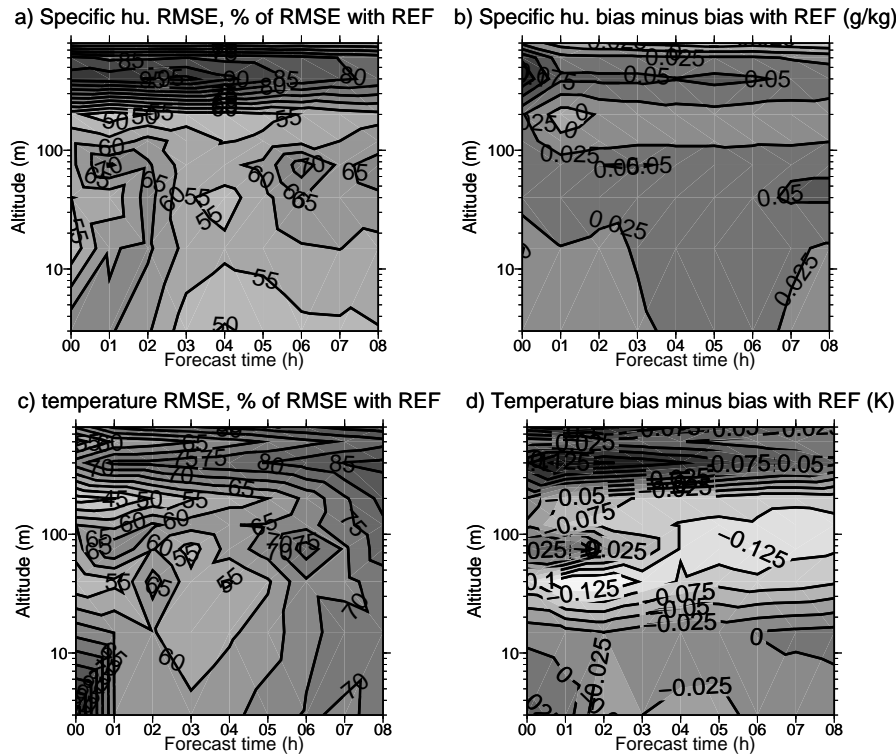


FIG. 5.3: Comme la figure 5.2 pour FOG.

tés spécifique prévues sont réduites de façon légèrement plus importante avec un mât de 10 m qu'avec un mât de 30 m en dessous de 200 m. Au dessus de cette hauteur, l'amélioration est largement plus faible. En ce qui concerne le biais, la différence entre l'utilisation d'un mât de 10 m et de 30 m est également importante. Le biais sur l'humidité spécifique prévue est légèrement dégradé par PART50\_MAST10 par rapport à MAST10 (alors que PART50\_REF améliorerait globalement ce biais). Le biais sur la température prévue est amélioré significativement sur quasiment toute la partie du domaine située en dessous de 300 m et pour toutes les échéances, tandis que PART50\_REF dégradait ce biais.

L'utilisation d'un mât de 10 m au lieu d'un mât de 30 m impacte donc de façon sensible la façon dont le filtre à particules adapté améliore la qualité des prévisions de COBEL-ISBA par rapport au système d'assimilation opérationnel.

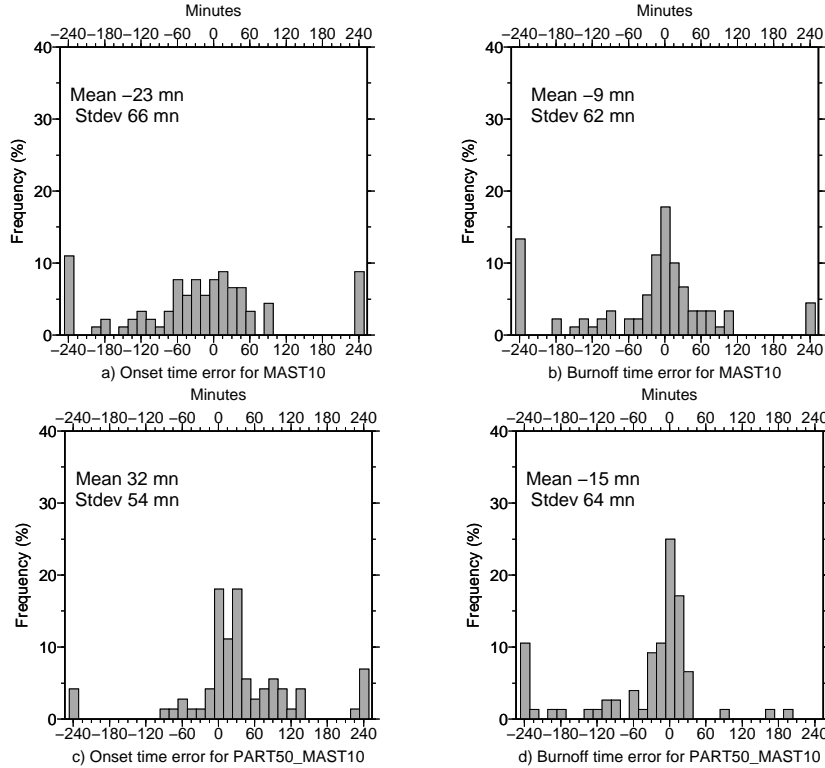


FIG. 5.4: *Distribution des fréquences d'erreur sur la prévision de l'heure de début (à gauche) et de fin (à droite) des conditions LVP, pour MAST10 (en haut) et PART50\_MAST10 (en bas). Simulations effectuées avec la situation FOG. Les valeurs positives indiquent une heure prévue trop tardive. Les biais et écart-types moyens (calculés sans prendre en compte les erreurs supérieures ou égales à 240 minutes) sont indiqués.*

### c - Prévision du brouillard

La figure 5.4 présente les fréquences d'erreur sur la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP par MAST10 et PART50\_MAST10. Comme expliqué dans l'article, les simulations avec du brouillard présent à l'initialisation n'ont pas été prises en compte dans le calcul des erreurs sur l'heure d'apparition des conditions LVP.

En ce qui concerne l'erreur sur l'apparition des conditions LVP, le biais négatif de l'expérience MAST10 est lié au biais froid sur la température. Ce biais froid est fortement réduit par PART50\_MAST10, ce qui entraîne une inversion du biais : l'heure formation prévue des brouillards est globalement trop tardive pour PART50\_MAST10. Les erreurs sont cependant généralement plus petites avec le

filtre à particules qu’avec la configuration opérationnelle, avec une fréquence moins élevée de grandes erreurs (définies arbitrairement comme supérieures à 240 minutes). Dans 35 % des cas, l’erreur sur la prévision de l’apparition des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn, contre 20% des cas pour MAST10.

Le biais sur l’heure prévue de fin des conditions LVP est légèrement dégradé par PART50\_MAST10 par rapport à MAST10. Les erreurs sont généralement plus petites, et la fréquence de grandes erreurs moins élevées. Dans 55% des cas, l’erreur sur la prévision de la fin des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn, contre 40% des cas pour MAST10.

PART50\_MAST10 améliore donc la prévision des heures de début et de fin des conditions LVP par rapport à MAST10. Cependant, cette amélioration est moins importante que celle apportée par PART50\_REF lorsque l’on compare cette expérience à REF.

Les tables 5.1 et 5.2 présentent les taux de détection et pseudo-taux de fausse alarme pour la prévision des conditions LVP par MAST10 et PART50\_MAST10. Les taux de prévision sont légèrement améliorés par le filtre à particules adapté, sauf pour la première échéance. L’amélioration est cependant beaucoup moins importante que celle apportée par PART50\_REF par rapport à REF. En ce qui concerne les taux de fausse alarme, l’amélioration apportée par PART50\_MAST10 est plus importante, et du même ordre que celle obtenue en utilisant un mât de 30 mètres.

### III.2 Résultats sans mât de mesure

Les expériences effectuées sans mât de mesure confirment les conclusions obtenues avec un mât de 10 m. Pour la situation NEAR-FOG, le filtre à particules adapté est assez peu sensible au système d’observations locales ; l’amélioration apportée par le nouveau système d’assimilation est plus importante lorsque l’on utilise peu d’observations. Ce résultat n’est plus vrai pour la situation FOG ; dans ce cas l’amélioration apportée par le filtre à particules est globalement moins importante

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
MAST10	0.96	0.84	0.87	0.90	0.89	0.90	0.89
PART50_MAST10	0.91	0.89	0.91	0.91	0.91	0.90	0.91
REF	0.93	0.89	0.89	0.88	0.86	0.84	0.88
PART50_REF	0.93	0.94	0.97	0.98	0.98	0.98	0.97

TAB. 5.1: Taux de détection des conditions LVP pour MAST10 et PART50\_MAST10

	1h00	2h00	3h00	4h00	6h00	8h00	all
MAST10	0.08	0.09	0.09	0.11	0.14	0.18	0.11
PART50_MAST10	0.01	0.01	0.04	0.01	0.08	0.08	0.04
REF	0.07	0.05	0.07	0.10	0.12	0.18	0.09
PART50_REF	0.01	0.00	0.03	0.01	0.09	0.09	0.04

TAB. 5.2: Pseudo taux de fausse alarme des conditions LVP pour MAST10 et PART50\_MAST10

lorsque l'on utilise moins d'observations.

## IV Conclusion

Le travail sur le filtre à particules a montré qu'il est possible d'adapter cet algorithme à la prévision déterministe du brouillard, et de le faire fonctionner avec un ensemble de taille raisonnable (50 particules). Le nouvel algorithme d'assimilation donne de bons résultats sur les scores des températures et humidités spécifique initiales et prévues. La prévision des événements LVP est également de meilleure qualité qu'avec le système d'assimilation opérationnel. Le filtre à particules semble en général supérieur au filtre de Kalman d'ensemble. Cette conclusion sera à confirmer avec des observations réelles.

Contrairement au filtre de Kalman d'ensemble, le filtre à particules semble plus sensible au système d'observations locales que le système d'assimilation opérationnel pour certaines situations. Il est possible que le fait que toutes les observations disponibles soient utilisées augmente l'impact d'un système d'observations locales plus réduit. En effet, la variance d'erreur de l'estimateur donné par le filtre à particules diminue lorsque plusieurs observations du même paramètre sont utilisées. A l'inverse, cette variance augmente lorsque moins d'observations sont utilisées. Le filtre à particules ne semble par conséquent pas être le système d'assimilation le plus indiqué pour les sites ne disposant pas d'un système d'observations locales extensif. Cette conclusion sera bien entendu à confirmer avec des observations réelles.

# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

### Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Rappel des objectifs de la thèse . . . . .</b>	<b>171</b>
<b>II</b>	<b>Principaux résultats . . . . .</b>	<b>172</b>
<b>III</b>	<b>Limitations et perspectives . . . . .</b>	<b>174</b>
III.1	Limitations du travail . . . . .	174
III.2	Perspectives . . . . .	175

---

### I Rappel des objectifs de la thèse

Le cadre de ce travail est la prévision immédiate des événements de faible visibilité. Le modèle numérique 1D COBEL-ISBA assiste les prévisionnistes dans la prévision des heures d'apparition et de disparition des brouillards, notamment radiatifs, ou nuages bas sur plusieurs aéroports français. Pour construire les profils initiaux de température, d'humidité spécifique et d'eau liquide, ce modèle s'appuie sur un système d'observations locales composé d'une station météorologique, d'un mât de mesures de 30 mètres, de capteurs de flux radiatifs et de température et contenu en eau du sol.

L'objectif de ces trois années de travaux peut être divisé en deux parties : mieux comprendre le comportement du système d'assimilation en fonction des observations qui lui sont fournies, puis optimiser le fonctionnement de celui-ci.

Plusieurs types d'observations sont utilisés pour produire les conditions initiales de COBEL-ISBA. Nous avons voulu estimer la contribution de chacune d'elles sur la qualité des conditions initiales et des prévisions des événements LVP.

---

Le système d'assimilation opérationnel fait appel à de nombreuses hypothèses sur les incertitudes des différentes sources d'informations utilisées. Nous avons voulu établir si ces hypothèses sont vérifiées, puis, en fonction du résultat de ces diagnostics, proposer plusieurs systèmes d'assimilations alternatifs qui répondraient aux problèmes mis en évidence.

COBEL-ISBA est un modèle 1D fortement non-linéaire ; assimiler des données avec des résultats satisfaisants représente par conséquent un défi. La faible dimension de l'espace modèle permet en revanche d'expérimenter relativement facilement des algorithmes d'assimilation qui seraient coûteux pour des modèles 3D.

## II Principaux résultats

Le travail d'évaluation de l'impact des différents composants du système d'observation sur les conditions initiales et prévisions de brouillard a permis de mettre en lumière plusieurs faits. Il est possible de faire fonctionner COBEL-ISBA avec un mât de 10 m, quasiment sans dégradation des performances du modèle. Comme ce type de mât est déjà installé dans les stations météorologiques afin de mesurer la vitesse et la direction du vent, ce résultat permet d'alléger sensiblement le coût d'installation de COBEL-ISBA sur de nouveaux sites. Ceci rend possible l'implantation du modèle sur des aéroports de taille moyenne qui n'ont pas les moyens de mettre en place un mât de mesure, composant le plus coûteux du système d'observations locales.

Ce travail a également permis de mettre en évidence le rôle crucial de l'initialisation des brouillards et nuages bas. Les sources d'information permettant d'estimer l'épaisseur initiale du brouillard (observations de flux radiatif et/ou observations d'épaisseur du brouillard par un sodar) sont celles qui ont le plus d'impact sur la qualité des prévisions de brouillard. L'algorithme de minimisation des erreurs sur les flux radiatifs permettant d'estimer la hauteur du sommet du brouillard, utilisé de façon opérationnelle sur les trois sites où COBEL-ISBA est installé, a été évalué et donne globalement de bons résultats. Enfin, les observations du contenu en eau du sol influencent fortement la prévision, car elles agissent sur le taux de réchauffement diurne et de refroidissement nocturne.

Les statistiques d'erreur de l'ébauche ont été diagnostiquées en utilisant deux méthodes. Ce travail a montré que les hypothèses utilisées dans la configuration opérationnelle du système d'assimilation ne sont pas vérifiées : les statistiques d'erreurs de l'ébauche varient dans le temps et sur la verticale ; les covariances croisées entre erreurs sur la température et l'humidité spécifique ne peuvent être négligées dans certains cas. La suite logique de cette conclusion a été de tester d'autres al-

---



algorithmes d'assimilation. Deux ont été retenus : le filtre de Kalman d'ensemble, et une adaptation du filtre à particules avec sélection génétique.

Le filtre de Kalman d'ensemble permet d'estimer dynamiquement les variances et covariances d'erreurs de l'ébauche. Une méthode d'estimation dynamique des variances d'erreur des profils ALADIN utilisés dans le système d'assimilation a également été mise en place. Ce nouveau système d'assimilation a été testé avec des observations simulées et des observations réelles. Avec des observations simulées, il apporte une amélioration significative dans la qualité des conditions initiales. La prévision des conditions LVP a également été améliorée de façon importante : dans 40% des cas l'erreur sur la prévision de l'heure de début des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn (contre 30% avec la configuration opérationnelle), et dans 60% des cas l'erreur sur la prévision de l'heure de fin des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn (40% avec la configuration opérationnelle). Avec des observations réelles, l'amélioration est significative mais se limite aux premières échéances de prévision, car les conditions initiales ne sont plus la seule source d'erreur de la prévision dans ce cas. Le filtre de Kalman d'ensemble a été testé en utilisant un mât de 10 mètres et sans utiliser de mât de mesures. Ces expériences ont montré que le filtre de Kalman d'ensemble est moins sensible aux observations que le système d'assimilation opérationnel : l'amélioration apportée par le filtre de Kalman d'ensemble est plus importante lorsque moins d'observations sont disponibles que lorsque le système d'observations locales au complet est utilisé. On peut ainsi imaginer la configuration suivante pour les futures implantations de COBEL-ISBA sur des aéroports de taille moyenne : une station météorologique ; un mât de mesure de 10 mètres, déjà en place dans la station météorologique ; des mesures des flux radiatifs et des températures et contenu en eau du sol et un filtre de Kalman d'ensemble pour fournir les conditions initiales.

Un filtre à particules avec sélection génétique a été adapté à la prévision déterministe de brouillard. Cet algorithme fait partie des filtres non-linéaires ; il ne requiert que très peu d'hypothèses, ce qui le rend attractif pour COBEL-ISBA. Les conditions initiales sont fournies par l'ébauche, tirée d'un ensemble d'ébauches (ou particules), qui minimise la distance avec les observations. Nous avons utilisé pour cela des observations dans une fenêtre temporelle d'assimilation, ce qui permet de minimiser l'erreur de l'ébauche sur une trajectoire. Les conditions initiales de ISBA peuvent être à l'origine de déséquilibres entre le sol et l'atmosphère. Un filtre à particules simplifié a par conséquent été mis en place pour produire les profils initiaux de ISBA. Un problème récurrent des filtres à particules est que de très nombreuses particules peuvent être nécessaires pour éviter que le filtre ne diverge trop souvent. La convergence du filtre avec seulement 50 particules a été assurée par l'utilisation d'un algorithme de sélection génétique, qui permet d'éliminer les particules éloignées des

---

observations. Il a également été montré qu'il existe un lien entre la stabilité de l'atmosphère et la fréquence de divergence du filtre. Ce nouveau système d'assimilation a été testé uniquement avec des observations simulées. Il donne de bons résultats, meilleurs pour la prévision que pour les conditions initiales. La prévision des événements LVP est également significativement améliorée : dans 45% des cas l'erreur sur la prévision de l'heure de début des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn (contre 30% avec la configuration opérationnelle), et dans 70% des cas l'erreur sur la prévision de l'heure de fin des conditions LVP est inférieure ou égale à 30 mn (40% avec la configuration opérationnelle) Les scores sont généralement supérieurs à ceux du filtre de Kalman d'ensemble.

La sensibilité du nouveau schéma d'assimilation au système d'observations locales a été évaluée. Le filtre à particules adapté présente un comportement contrasté ; il est peu sensible à la quantité d'observations disponibles en situation de ciel clair et de fins brouillards, et plus sensible que la configuration opérationnelle en cas de brouillards répétés et épais. Ceci semble indiquer que cet algorithme d'assimilation nécessite un nombre relativement élevé d'observations pour fonctionner correctement.

### III Limitations et perspectives

#### III.1 Limitations du travail

Travailler avec un modèle 1D apporte de nombreux avantages en termes de temps de calcul. Cependant, seuls les échanges verticaux sont gérés dans ce type de modèle, ce qui fait qu'il est surtout utile pour prévoir les brouillards de type radiatif ou effondrement de stratus. Ceci est généralement suffisant pour les sites continentaux, mais ce n'est pas les cas pour les sites maritimes qui sont plutôt exposés aux brouillards d'advection.

Des observations simulées ont été utilisées afin de s'abstraire de l'erreur modèle. Les résultats avec des observations réelles sont moins bons car celle-ci est loin d'être négligeable. Or l'erreur modèle n'est pas prise en compte dans le système d'assimilation opérationnel, ni dans le filtre de Kalman d'ensemble, tandis que le filtre à particules la prend en compte de façon implicite. Il a été montré par Houtekamer et al. (2005) que sa prise en compte dans le filtre de Kalman d'ensemble en améliore les performances.

Le filtre à particule adapté donne de bons résultats avec des observations simulées. Il n'a cependant pas été évalué avec des observations réelles. La physique sous-tendant les observations sera alors différente de celle du modèle ; le caractère

---

non-linéaire du filtre à particules pourrait alors mieux révéler son utilité.

### III.2 Perspectives

Le fait que COBEL-ISBA puisse fonctionner de façon satisfaisante avec un mât de 10 mètres ouvre la perspective de l'installation du modèle sur d'autres sites. Cela permettra de valider le fonctionnement du modèle avec des environnements et des climatologies de brouillard différents.

L'erreur modèle reste une épine dans le pied du système d'assimilation opérationnel et du filtre de Kalman d'ensemble. Une façon de l'évaluer est de construire un ensemble multi-modèles. Il est également possible de mettre en place plusieurs paramétrisations des phénomènes physiques dans COBEL-ISBA et de construire un ensemble à partir de ces différentes versions. Cela permettrait alors de prendre en compte l'erreur modèle dans le système d'assimilation.

Deux adaptations du filtre à particules ont été mises en place pour fournir les conditions initiales de COBEL et ISBA. D'autre part, un algorithme minimisant la distance entre flux radiatifs observés et simulés est encore utilisé afin d'estimer l'épaisseur initiale de la couche de nuage éventuellement présente à l'initialisation. On pourrait imaginer regrouper ces différentes parties du schéma d'assimilation en un seul filtre à particules global, qui minimiserait la distance entre les particules et les observations sur la température, l'humidité spécifique, la température et le contenu en eau du sol et les flux radiatifs. Un tel filtre à particules fournirait alors également les conditions initiales en eau liquide. La principale difficulté serait d'évaluer quelle serait la part des différents paramètres dans le calcul des poids. L'approche choisie en travaillant uniquement sur la température et l'humidité spécifique a été de normaliser les distances afin que les deux aient une part égale dans le calcul des distances et donc des poids. Cette méthode ne sera sans doute plus valide si l'on travaille avec plus de paramètres ; et l'impact des différents paramètres sur la distance des particules aux observations pourraient varier en fonction de la situation météorologique, comme la présence ou non de brouillard par exemple. Ce type de filtre à particules global pourrait également être utilisé pour pallier le manque d'observations. En effet, on pourrait imaginer que si les mesures de température et de contenu en eau dans le sol n'étaient pas disponibles, ce type de filtre à particules fournirait des conditions initiales à ISBA qui ne dégradent pas trop la prévision des conditions de faible visibilité.

Les aéroports produisent des bulletins de conditions LVP dans lesquels ils évaluent la probabilité d'occurrence de ces conditions. Le filtre à particules modifié est

---

actuellement configuré pour la prévision déterministe du brouillard. Il serait possible, avec relativement peu de développements, de fournir des prévisions probabilistes en utilisant à partir de l'ensemble utilisé par le filtre à particules adapté. Les résultats de cet ensemble pourraient également être comparés à celui qui a été mis en place lors de la thèse de Stevie Roquelaure (Roquelaure, 2008).

Enfin, il existe des systèmes d'assimilation qui combinent filtre à particules et filtre de Kalman d'ensemble. Un filtre de Kalman d'ensemble est appliqué à chaque particule, ce qui permet de "guider" celles-ci vers les observations. Cette méthode permet, tout comme l'algorithme de sélection génétique, de réduire le nombre de particules nécessaire à la convergence du filtre. Elle a été mise en place et testée avec des observation simulées, avec des résultats moins bons que lorsque les particules ne sont pas guidées. Cependant, avec des observations réelles, il est possible que cette méthode apporte une amélioration par rapport au filtre à particules modifié qui a été testé avec des observations simulées.

---

---

# Annexe A : le filtrage non linéaire

## Sommaire

---

<b>I</b>	<b>Filtrage Stochastique pour les processus non-linéaires . . .</b>	<b>179</b>
I.1	Le filtrage trajectoirel à temps discret . . . . .	180
<b>II</b>	<b>Approximation particulière du filtrage non-linéaire . . .</b>	<b>186</b>
<b>III</b>	<b>Filtrage trajectoirel et approximations particulières . . .</b>	<b>190</b>

---

Cette annexe présentant le filtrage non-linéaire est inspirée de la thèse de Christophe Baehr (2008). On y montre le cadre théorique du filtrage non-linéaire et trajectoirel, ainsi que son approximation particulière avec les estimées de convergence.

Le filtrage de processus stochastique non linéaire correspond à un saut qualitatif important dans les techniques de filtrage des mesures expérimentales. L'histoire du filtrage optimal commence dès l'arrivée de mesures électroniques et le besoin d'estimation optimale, notamment à des fins militaires lors du dernier conflit mondial. Jusqu'alors, les filtres reposaient sur des techniques fréquentielles et sur la notion de coupure en détruisant à la fois bruit et signal utile. Les travaux de Wiener dans les années 40 ont été une première amélioration, suivis de la description par Kalman et Bucy en 1958 d'un algorithme permettant de traiter correctement les processus à dynamique linéaire de loi gaussienne entachés de bruits gaussiens. Outre l'existence de l'algorithme, l'étude théorique complète a pu être menée et a permis de voir que dans ce cas précis le filtre de Kalman-Bucy était exactement le filtre optimal. Dans un deuxième temps une extension (1962) a été faite de ce filtre pour les dynamiques seulement différentiables toujours dans le cas gaussien. Il manquait alors le cas des processus non-linéarisables et des bruits non-gaussiens. Stratonovich décrit en 1960 (Stratonovich (1960)) le générateur du filtrage non-linéaire qui sera complété par Zakai (1969) et Kallianpur et Striebel (1967), puis dans les années 70 (Fujisaki et al. (1972)). Le problème est alors entièrement décrit par les probabilistes en terme de calcul de Itô et d'application de la théorie des martingales stochastiques Yor (1977) ; on peut lire Pardoux (1991) pour une mise en revue complète du sujet. Si cette description théorique était terminée, il n'existait alors aucun algorithme de traitement en dehors du cas linéaire-gaussien. C'est à la fin des années 80 qu'arrive

---

l'interprétation particulière des processus de filtrage. L'étude de ces approches par particules prendra toute la décennie dernière (Crisan et al. (1999a)) et le début de ce siècle pour déboucher sur une théorie et des algorithmes complets traitant les processus non-linéaires à bruits quelconques et s'articulant autour de la dynamique des formules et des mesures de Feynman-Kac (lire Del Moral (2004)).

Dans cette annexe consacré à la théorie du filtrage de processus non-linéaire, nous allons présenter le filtrage stochastique de processus aléatoires dans le cas discret, pour ensuite traiter l'approximation particulière du filtrage dans le cas discret.

Essayons de définir les contours de ce que l'on nomme Filtrage Stochastique.

C'est avant toute autre chose un problème d'estimation. En effet on considère pour un temps  $t \geq 0$  qu'un vecteur d'état  $X_t$  caractérise notre système d'étude et on suppose que  $X_t$  est un processus stochastique de l'espace probabilisé  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  dans l'espace mesuré  $(E, \mathcal{E})$  dont nous avons une description d'évolution par une équation différentielle stochastique, par exemple  $dX_t = F(X_t, W_t^X)dt$  où  $W_t^X$  signe l'aléa sur  $X$ , par exemple, un mouvement Brownien standard.

$X_t$  est la quantité d'intérêt à estimer, mais cet état n'est aperçu qu'au travers d'un second processus stochastique  $Y_t$  lié à  $X_t$  par une autre équation comportant l'aléa  $W^V$  :  $Y_t = H(X_t, W_t^V)$ .

Cette liaison, nommée équation d'observation, peut également être sous forme différentielle, mais pour le moment omettons cette possibilité. Le cas d'un signal  $X_t$  observé par une quantité  $Y_t$  expérimentalement mesurée n'est qu'une particularisation du problème d'estimation plus général.

En l'absence d'aléas sur l'équation d'observation, avec les hypothèses qu'il faut sur  $H$ , pour tout  $t \geq 0$ , nous avons un accès direct à  $X_t$ . Non seulement  $Y_t$  nous permet d'avoir  $X_t$  mais l'observation contient aussi une information sur l'aléa  $W_t^X$  qui s'est réalisé. Nous pouvons alors reconstituer toute la trajectoire des  $(X_s)_{0 \leq s < t}$  mais aussi du mouvement Brownien  $(W_s^X)_{0 \leq s < t}$ . L'estimation de  $X_t$  s'est alors changée en estimation d'une trajectoire dont il est possible de donner la loi.

Hors de ce cas somme toute pathologique, en présence de bruit, le problème de filtrage sera résolu par :

- La reconstitution de la trajectoire de  $X_t$  sachant les observations recueillies.
- Le calcul de la loi de la trajectoire  $(X_s)_{0 \leq s \leq t}$  sachant la trajectoire du processus d'observations depuis l'instant 0,  $\mathcal{Y}_t^0 = (Y_s)_{0 \leq s \leq t}$ .

Le problème de filtrage stochastique ainsi énoncé requiert un certain nombre d'hypothèses, notamment d'adaptation des processus aux filtrations engendrées ainsi que de régularité des fonctions entrant dans les équation différentielle stochastique de dynamique ou d'observation.

Une fois le filtrage de processus stochastique correctement décrit, il a une solution abstraite exacte, on détaille cette solution et son existence dans la première section I et nous verrons qu'il est possible par des approximations particulières d'en donner une résolution approchée. En effet, nous savons qu'en l'absence de bruit, le problème se résoud tout seul. En discrétisant la loi du bruit d'observation, c'est à dire en simulant tout un ensemble de  $N$  réalisations possibles de ce bruit (on appelle ces réalisations des particules),  $N$  devant être assez grand pour couvrir la gamme d'aléas possibles, on retombe pour chacune des particules sur un problème quasiment déterministe sans bruit. Dit brutalement, les particules ne sont pas bruitées. Si par un heureux miracle, il était possible de déterminer exactement la réalisation qui s'est produite, avec un nombre de particules immensément grand, on formulerait alors la solution exacte du processus de filtrage. Mais tout au plus pouvons-nous donner à chacune des particules une probabilité de s'être réalisée. En ce cas, il nous est permis de calculer l'espérance de  $X_t$  sachant les observations  $\mathcal{Y}_t^0$  et de reconstituer les lois du filtrage. Cette approximation par particules correspond à la résolution particulière du problème de filtrage que nous présenterons dans la deuxième section (II) de cette annexe.

## I Filtrage Stochastique pour les processus non-linéaires

Commençons par une présentation du problème de filtrage en temps continu. On se donne un processus  $V_t$  tel que  $V_t \circ V_t = t$  au sens donné par Revuz et M.Yor (2001). Dans le texte qui suit tous les processus sont scalaires, pour simplifier la lecture, mais la même démonstration est possible pour des processus  $d$ -dimensionnels.

Pour tout temps  $s \in [0, T]$ , soit  $H_s$  un processus qui vérifie  $\mathbb{E}[\int_0^T H_s^2 ds] < +\infty$ .

On définit alors le processus  $Y_t$  par :  $Y_t = \int_0^t H_s ds + V_t$  et on note également pour un processus  $\xi_t$   $\mathcal{F}_t^Y$ -adapté  $\pi_t(\xi_t) = \mathbb{E}(\xi_t | \mathcal{F}_t^Y)$  où  $\mathcal{F}_t^Y$  est l'information portée par  $Y_t$ . La probabilité de filtrage définie par  $\pi_t(\varphi) = \mathbb{E}(\varphi(X_t) | \mathcal{F}_t^Y)$ , pour tout fonction bornée  $\varphi$ , est une mesure normalisée. On appelle alors processus d'innovation le processus définit par :

$$I_t = Y_t - \int_0^t \pi_s(H_s) ds \quad (7.1)$$

On suppose que le couple  $(X_t, Y_t)$  est solution forte du système différentiel sto-

chastique :

$$\left\{ \begin{array}{l} dX_t = F(X_t) dt + G(X_t) dW_t \\ dY_t = H(X_t) dt + dV_t \\ X_0 = \xi \sim q_0(x) \\ Y_0 = 0 \\ W_t \text{ est indépendant de } V_t \end{array} \right. \quad (7.2)$$

avec  $F, G, H$  des fonctions  $[0, T] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bornées à dérivées bornées.

En tant que solution forte de l'équation différentielle stochastique,  $X_t$  est un processus de Markov. Soit  $\mathcal{L}$  l'opérateur différentiel associé à 7.1. Le théorème de Kushner-Stratonovich montre que :

Pour toute fonction  $\varphi$  bornée deux fois différentiable,

$$\begin{aligned} \pi_t(\varphi) = \pi_0(\varphi) &+ \int_0^t \pi_s((\mathcal{L}\varphi)(X_s)) ds \\ &+ \int_0^t \pi_s(H_s \varphi(X_s)) - \pi_s(H_s) \pi_s(\varphi(X_s)) dI_s \end{aligned} \quad (7.3)$$

On cherche à déterminer  $\pi_t$  à l'aide de l'équation 7.3. Or, le traitement de ces équations en temps continu est difficile. On a vu notamment que l'existence des densités pour les probabilités conditionnelles pouvait poser problème. Seul le cas linéaire gaussien se résout explicitement avec l'estimateur de filtre de Kalman-Bucy à temps continu, dans tous les autres cas, il n'y a pas d'expression analytique de ces solutions.

L'existence de solutions au problème du filtrage à temps continu est presque obtenu si le signal physique bouge moins vite que les observations d'où la nécessité des capteurs rapides. En cas d'existence de la solution, on peut développer des algorithmes particuliers à temps continu. Alors l'équation de Kushner-Stratonovich n'est pas suffisante, et on passe à l'équation robuste (voir Del Moral et Miclo (2000) ou Rousset (2006)). Si cette existence n'est pas acquise, on peut s'intéresser au problème discret et la formule de Kushner-Stratonovich est remplacée par la formule de Bayes (voir Crisan et Lyons (1997) ou Crisan et al. (1999b)) ou au problème continu à observations discrètes (voir Del Moral et al. (2001b)).

Nous avons choisi le parti-pris d'exprimer dès le départ le problème à temps discret en modélisant les conséquences de cette formulation notamment sur les équations d'évolution.

## I.1 Le filtrage trajectorien à temps discret

Le filtrage d'un processus à temps discret observé peut se faire ponctuellement, mais on gagne à le considérer comme un processus trajectorien. En effet Miclo et



Del Moral (2001) ont montré que pour le filtrage d'un processus de Markov, la mesure empirique associée au processus historique converge vers la loi conditionnelle de la trajectoire du signal par rapport à une suite d'observations. De plus les lois de probabilités du filtrage dans l'espace des chemins correspondent à des mesures de Feynman-Kac ayant la même structure que pour le problème ponctuel. Pour le cas du filtrage trajectorien, les auteurs montrent des résultats de convergence et aussi de propagation du chaos ( la propagation du chaos quantifie l'indépendance entre les trajectoires ). On peut aussi montrer dans le cas d'approximation particulière que les variances d'erreur sur les trajectoires sont moindres que dans le cas ponctuel. Avant de parler de l'approche particulière, c'est à la présentation des Feynman-Kac et du filtrage trajectorien auxquels on va s'attacher maintenant.

Dans la suite du texte on va adopter pour toute mesure finie  $\mu$  définie sur l'espace mesurable  $(E, \mathcal{E})$ , tout noyau de transition  $Q$  de  $(E, \mathcal{E})$  dans  $(F, \mathcal{F})$  espace mesurable, toute fonction  $f$  bornée mesurable sur l'espace  $E$  et tout élément  $A$  de la tribu  $\mathcal{F}$ , les notations pour les moyennes suivantes :

$$\mu(f) = \int_E f(x) \mu(dx) \tag{7.4}$$

$$Q(f)(x) = \int_F Q(x, dy) f(y) \tag{7.5}$$

ce qui donne pour l'indicatrice  $\mathbb{1}_A(x) = 1$  si  $x \in A$ , 0 sinon :

$$Q(\mathbb{1}_A)(x) = Q(x, A) \tag{7.6}$$

$$\mu(\mathbb{1}_A) = \mu(A) \tag{7.7}$$

et pour terminer

$$(\mu Q)(A) = \int_E \mu(dx) Q(x, A) \tag{7.8}$$

On suppose que pour tout  $n \geq 0$ ,  $X_n$  est un processus de Markov de loi de transition  $M_n$  et de loi initiale  $\eta_0$  dans un espace mesurable  $(E_n, \mathcal{E}_n)$  qui est observé par un processus  $Y_n$  vivant dans un espace  $(F_n, \mathcal{F}_n)$ . On considère le processus historique  $(X_0, \dots, X_n) \in \otimes_{p=0}^n E_p$ . On suppose que pour tout  $n \geq 0$ ,  $Y_n$  est lié à la dynamique du processus historique  $(X_0, \dots, X_n)$  par la relation  $Y_n = H_n( (X_0, \dots, X_n) , V_n)$  où  $V_n$  est un bruit d'observation Markovien. De plus on supposera que le couple  $(X_n, Y_n) \in E_n \times F_n$  est Markovien pour chaque pas de temps  $n \geq 0$ . On va également considérer alors le processus historique de l'observation  $(Y_0, \dots, Y_n) \in \otimes_{p=0}^n F_p$ .

Le problème de filtrage non-linéaire se résout en trouvant la loi conditionnelle, pour toute fonction  $f$  mesurable bornée :

$$\hat{\eta}_n(f) = \mathbb{E}[f(X_0, \dots, X_n) | Y_0 = y_0, \dots, Y_n = y_n] \tag{7.9}$$

De la même manière on définit le prédicteur du filtre (la loi conditionnelle prédisant la position à venir sachant les observations disponibles) par

$$\eta_n(f) = \mathbb{E}[f(X_0, \dots, X_n) \mid Y_0 = y_0, \dots, Y_{n-1} = y_{n-1}] \quad (7.10)$$

Bien que le processus soit non-linéaire, on montre que ce filtre correspond à l'estimateur optimal. Il n'a pas de solution analytique sauf dans des cas particuliers comme les processus de dynamique et d'observation linéaires gaussiens. Nous allons en étudier les caractéristiques, et il faudra dans le cas général l'approcher par des méthodes particulières qui seront l'objet de la section suivante.

On réduit un peu notre modèle d'observation qui est très général, en considérant que l'observation  $Y_n$  ne se fait que sur l'état courant  $X_n$  et pas sur la trajectoire, on a alors  $Y_n = H_n(X_0, \dots, X_n, V_n) = H_n(X_n, V_n)$  et on rajoute une hypothèse supplémentaire avec l'existence à chaque pas de temps d'une fonction  $g_n \in [0, 1]$  et d'une mesure  $q_n$  telles que  $\mathbb{P}(H_n(x_n, v_n) \in dy_n) = g_n(x_n, y_n) q_n(dy_n)$ , c'est-à-dire que  $H_n(X_n, V_n)$  et  $V_n$  sont absolument continues de densité  $g_n$ .

Les 2 mesures  $\hat{\eta}_n$  et  $\eta_n$  sont appelées des mesures de Feynman-Kac (Del Moral (1998, 2004)). Elles peuvent être définies dans un cadre plus large que celui du filtrage par la donnée d'une fonction de potentiel  $G_n$ , avec  $0 \leq G_n \leq 1$  et ici  $G_n(X_n) = g_n(X_n, Y_n)$ , et par la donnée d'un noyau de transition  $M_n$ , ici la dynamique du processus observé. On lira à profit le livre de P. Del Moral (2004) présentant un certain nombre de sujet de la physique, la biologie ou l'ingénierie où ces mesures ont un intérêt d'application.

On va noter l'espace dans lequel vit le processus historique  $(X_0, \dots, X_n)_{n \geq 0}$ ,  $E_{[0,n]} = E_0 \times \dots \times E_n$ . On notera que le passage du processus du temps  $n$  au temps  $n+1$ , se fait par augmentation d'état, et en utilisant le noyau de transition Markovienne  $M_{n+1} : (X_0, \dots, X_n, X_{n+1}) = ((X_0, \dots, X_n), X_{n+1})$  et  $X_n \xrightarrow{M_{n+1}} X_{n+1}$ .

Avec la dynamique Markovien de  $X_n$  on peut écrire la loi du processus historique de manière multiplicative

$$\mathbb{P}^{X_0, \dots, X_n}(d(x_0, \dots, x_n)) = \eta_0(dx_0) M_1(x_0, dx_1) \dots M_n(x_{n-1}, dx_n)$$

et pour une fonction bornée dans l'espace  $E_{[0,n]}$  on a l'espérance

$$\mathbb{E}(f_n(X_0, \dots, X_n)) = \int_{E_{[0,n]}} f_n(x_0, \dots, x_n) \mathbb{P}^{X_0, \dots, X_n}(d(x_0, \dots, x_n))$$

De même pour le processus d'observation :

$$\mathbb{P}^{Y_0, \dots, Y_n}(d(y_0, \dots, y_n)) = \left\{ \int_{E_{[0,n]}} \prod_{p=0}^n g_p(x_p, y_p) \mathbb{P}^{X_0, \dots, X_n}(d(x_0, \dots, x_n)) \right\} \prod_{p=0}^n q_p(dy_p) \quad (7.11)$$

alors la loi du filtre (que l'on appelle souvent mise à jour) s'écrit trajectorielle-  
ment :

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}(f_n(X_0, \dots, X_n) | (Y_0, \dots, Y_n) = (y_0, \dots, y_n)) \\ = & \frac{\int_{E_{[0,n]}} \mathbb{P}_n^X(d(x_0, \dots, x_n)) \prod_{p=0}^n g_p(x_p, Y_p) f_n(x_0, \dots, x_n)}{\int_{E_{[0,n]}} \mathbb{P}_n^X(d(x_0, \dots, x_n)) \prod_{p=0}^n g_p(x_p, Y_p)} \end{aligned} \quad (7.12)$$

$$= \frac{\int_{E_{[0,n]}} \eta_0(dx_0) \prod_{p=1}^n M_p(x_{p-1}, dx_p) \prod_{p=0}^n g_p(x_p, Y_p) f_n(x_0, \dots, x_n)}{\int_{E_{[0,n]}} \eta_0(dx_0) \prod_{p=1}^n M_p(x_{p-1}, dx_p) \prod_{p=0}^n g_p(x_p, Y_p)} \quad (7.13)$$

On définit les mesures trajectorielles non-normalisées toujours pour des fonctions mesurables bornées :

$$\hat{\gamma}_n(f_n) = \mathbb{E}_{\eta_0}(f_n(X_0, \dots, X_n) \prod_{p=0}^n G_p(X_0, \dots, X_p)) \quad (7.14)$$

et

$$\gamma_n(f_n) = \mathbb{E}_{\eta_0}(f_n(X_0, \dots, X_n) \prod_{p=0}^{n-1} G_p(X_0, \dots, X_p)) \quad (7.15)$$

avec  $G_p(X_0, \dots, X_p) = g(X_p, Y_p) = G_p(X_p)$  puisque l'observateur ne voit que l'état courant.

Pour tout  $n \geq 0$  les mesures de Feynman-Kac du filtrage peuvent être formulées au moyen des mesures non-normalisées :

$$\eta_n(f_n) = \frac{\gamma_n(f_n)}{\gamma_n(1)} \quad (7.16)$$

et

$$\hat{\eta}_n(f_n) = \frac{\hat{\gamma}_n(f_n)}{\hat{\gamma}_n(1)} \quad (7.17)$$

De plus la formule de la mise à jour, qui est valable pour tout pas de temps,

$$\hat{\eta}_n(f_n) = \frac{\eta_n(G_n \cdot f_n)}{\eta_n(G_n)}$$

montre que la loi du filtre  $\hat{\eta}_n$  est une mesure de Boltzmann-Gibbs et qu'il existe un transformation de Boltzmann-Gibbs  $\Psi_n$  telle que  $\hat{\eta}_n = \Psi_n(\eta_n)$  et

$$\Psi_n(\eta_n)(d(x_0, \dots, x_n)) = \frac{G_n(x_n) \eta_n(d(x_0, \dots, x_n))}{\eta_n(G_n)} = \hat{\eta}_n(d(x_0, \dots, x_n)) \quad (7.18)$$

De ce fait on peut définir 2 transformations  $\Phi_{n+1}$  et  $\hat{\Phi}_n$  telles que

$$\Phi_{n+1}(\eta_n) \stackrel{def}{=} \Psi_n(\eta_n)M_{n+1} \quad \text{et} \quad \hat{\Phi}_n(\hat{\eta}_{n-1}) \stackrel{def}{=} \Psi_n(\hat{\eta}_{n-1})M_n$$

Ces 2 transformations permettent d'écrire l'évolution des mesures de Feynman-Kac, la prédiction  $\eta_n$  et la mise à jour  $\hat{\eta}_n$  :

$$\eta_{n+1} = \Phi_{n+1}(\eta_n) \quad \text{et} \quad \hat{\eta}_{n+1} = \hat{\Phi}_{n+1}(\hat{\eta}_n)$$

On résume cela sur un diagramme :

$$\begin{array}{ccccc} \eta_{n-1} & \xrightarrow{\Psi_n} & \hat{\eta}_n & \xrightarrow{M_n} & \eta_n \\ & & \xrightarrow{\Phi_n} & & \end{array}$$

On définit alors une dernière quantité, la transformation de Boltzmann-Gibbs pour la mesure de mise à jour.

En effet en notant  $\hat{G}_{n+1} = M_n(G_n)$  et  $\hat{M}_n(f_n) = \frac{M_n(G_n f_n)}{M_n(G_n)}$  on obtient

$$\Psi_n(\hat{\eta}_{n-1}M_n)(f_n) = \frac{\hat{\eta}_{n-1}M_n(G_n f_n)}{\hat{\eta}_{n-1}M_n(G_n)} = \frac{\hat{\eta}_{n-1}(\hat{G}_{n-1}\hat{M}_n(f_n))}{\hat{\eta}_{n-1}(\hat{G}_{n-1})} \quad (7.19)$$

Par la définition suivante

$$\hat{\Psi}_n(\hat{\eta}_n)(d(x_0, \dots, x_n)) \stackrel{def}{=} \frac{\hat{G}_n(x_n)\hat{\eta}_n(d(x_0, \dots, x_n))}{\hat{\eta}_n(\hat{G}_n)} \quad (7.20)$$

et exprimant  $\eta_n$  à partir des mises à jour,

$$\eta_n(f_n) = \frac{\mathbb{E}_{\hat{\eta}_0}[f_n(\hat{X}_0, \dots, \hat{X}_n) \prod_{p=0}^{n-1} \hat{G}_p(\hat{X}_p)]}{\mathbb{E}_{\hat{\eta}_0}[\prod_{p=0}^{n-1} \hat{G}_p(\hat{X}_p)]} \quad (7.21)$$

où  $\hat{X}_p$  est la chaîne de Markov de loi initiale  $\hat{\eta}_0$  et de loi de transition élémentaire  $\hat{M}_n$ , on peut écrire l'évolution du flot des mises à jour comme le système dynamique

$$\hat{\eta}_{n+1} = \hat{\Phi}_{n+1}(\hat{\eta}_n) = \hat{\Psi}_n(\hat{\eta}_n)\hat{M}_{n+1} \quad (7.22)$$

Nous allons maintenant présenter l'interprétation de McKean des flots de mesure de Feynman-Kac, qui est une particularisation de la dynamique des Feynman-Kac se prêtant bien au problème de filtrage.

Dans ce paragraphe, pour que les notations soient moins lourdes, et sans rien enlever à la généralité nous allons utiliser une dynamique ponctuelle de  $X_n$  en lieu et place du processus historique  $(X_0, \dots, X_n)$ . Rappelons que nous nous sommes

placés dans le cas où la fonction potentiel ne considère que l'état courant. Nous reprendrons un peu plus bas, paragraphe III, le problème de l'estimation trajectorielle.

Nous avons vu que les mesures de Feynman-Kac évoluaient selon  $\hat{\eta}_n = \Psi_n(\eta_n)$  et  $\eta_{n+1} = \hat{\eta}_n M_{n+1}$ , soit

$$\eta_{n+1} = \Psi_n(\eta_n) M_{n+1} \tag{7.23}$$

Cette équation intégrale peut également être vue comme une équation récursive de la forme

$$\eta_{n+1} = \eta_n K_{n+1, \eta_n}$$

où  $K_{n+1, \eta_n}$  serait un noyau défini par

$$K_{n+1, \eta_n} = S_{n, \eta_n} M_{n+1}$$

et il faut alors préciser ce qu'est  $S_{n, \eta_n}$ . Cette écriture est appelée l'interprétation de McKean de 7.23. Elle n'est pas unique et on peut définir le noyau  $S_{n, \eta_n}$  de multiples manières.

Par exemple,

$$S_{n, \eta_n}(x_n, \cdot) = \Psi_n(\eta_n)(\cdot)$$

est un choix possible ou bien

$$S_{n, \eta_n}(x_n, \cdot) = G_n(x_n) \delta_{x_n}(\cdot) + [1 - G_n(x_n)] \Psi_n(\eta_n)(\cdot)$$

en est un autre, avec  $\Psi_n(\eta_n)(dx) = \frac{G_n(x)}{\eta_n(G_n)} \eta_n(dx)$ .

Une fois le choix du noyau  $S_{n, \eta_n}$  effectué, par exemple le second, on a l'évolution récursive pour les mesures de probabilité du filtrage

$$\eta_n \xrightarrow{S_{n, \eta_n}} \hat{\eta}_n = \eta_n \xrightarrow{S_{n, \eta_n}} \eta_{n+1} = \hat{\eta}_n M_{n+1} \tag{7.24}$$

Il est possible de montrer (Del Moral et al. (2001c)) que pour le noyau  $S_{n, \eta_n}(x_n, \cdot) = G_n(x_n) \delta_{x_n}(\cdot) + [1 - G_n(x_n)] \Psi_n(\eta_n)(\cdot)$  la variance d'erreur est moindre et que l'algorithme est numériquement plus stable utilisant le premier noyau de sélection.

Il existe d'autres noyaux plus performant, par exemple en choisissant le noyau de sélection  $S_{n, \eta_n}(x_n, \cdot) = \frac{G_n(x_n)}{\eta_n - \text{ess sup}(G_n)} \delta_{x_n} + [1 - \frac{G_n(x_n)}{\eta_n - \text{ess sup}(G_n)}] \Psi_n(\eta_n)$  on peut montrer que les estimations sont plus précises, la meilleure des particules étant automatiquement conservée lors de la sélection. En pratique, un choix plus simple numériquement peut également être utilisé avec  $\eta_n = \max(G_n)$ .

Avec  $0 \leq G_n \leq 1$ , cette sélection correspond à une transition de marche aléatoire de type loi de Bernoulli où le marcheur reste où il est avec la probabilité  $G_n$  et se redistribue selon la probabilité complémentaire sur un nouveau site tiré aléatoirement en accord avec la loi  $\Psi_n(\eta_n)$ . Le noyau  $S_{n,\eta_n}$  est appelé le noyau de sélection, il renforce ainsi les positions de l'espace d'état à fort potentiel.

On l'a déjà mentionné ces processus à valeurs mesures ne sont en général pas calculables sauf dans le cas déjà cité des processus linéaires à bruits de dynamique et d'observation gaussiens, pour lesquels une solution exacte explicite a été donnée par Kalman et Bucy dans leur estimateur qui porte maintenant leur nom.

Hors de ce cas plein d'enseignements et qui a marqué une étape importante dans les techniques de filtrage optimal, il faut se donner les moyens de traiter les mesures de Feynman-Kac avec des algorithmes séquentiels qui vont généraliser le filtre de Kalman-Bucy. Les pionniers (voir la mise en revue de ces premiers travaux dans Del Moral et al. (1995)) se sont inspirés des méthodes de Monte-Carlo et ont eu l'idée d'approcher ces mesures par des lois empiriques en utilisant des particules en interaction. C'est ce que l'on nomme l'approximation particulaire que l'on va présenter maintenant.

## II Approximation particulaire du filtrage non-linéaire

Les approximations particulières de mesures de probabilité pour un système dynamique aléatoire sont des méthodes de Monte Carlo séquentielles. Les particules explorent l'espace d'état, en évoluant de manière indépendante obéissant à la dynamique du processus sous-jacent. La sélection a pour effet de placer ou de garder les particules dans les régions d'intérêt de l'espace d'état.

Les méthodes particulières ont été développées pour de nombreux domaines de la physique. On citera notamment leur utilisation pour résoudre les équations de Boltzmann (Sznitman (1991); Meleard (1996)) ou pour les équations de Burgers (Bossy et Talay (1996); Sznitman (1991)) ou plus récemment pour l'équation de Navier-Stokes en 2D dans Meleard (2001) ou 3D dans Fontbona (2006). D'une manière plus générale on trouvera des résultats d'existence et d'unicité pour certaines SPDE non-linéaires dans Kurtz et Xiong (1999).

S'inspirant des méthodes particulières utilisées en modélisation d'équations de la physique, on a pu développer à la fin des années 80 des techniques de filtrage d'un processus bruité par des particules stochastiques. La littérature est maintenant conséquente, on peut lire par exemple Doucet et al. (2001b)).

A partir d'un processus physique évoluant à temps continu on peut construire une estimation particulière continue utilisant des observations discrètes, Del Moral et al. (2001b) ou Del Moral et Miclo (2000), mais dans ce travail on va privilégier une dynamique et des observations entièrement discrètes.

Le modèle d'évolution pour les Feynman-Kac que l'on a décrit en 7.24 correspond à une dynamique dans l'espace des phases en deux étapes :

- Un temps de sélection qui adapte la dynamique pour favoriser les zones de forts potentiels. Elle favorise les zones de l'espace des phases les mieux adaptées au milieu aléatoire.
- Une fois la sélection opérée, un temps d'évolution Markovienne, que l'on va nommer mutation.

Ainsi parallèlement au schéma d'évolution des probabilités conditionnelles de filtrage, on peut donner pour tout  $n \geq 0$  un schéma d'évolution pour le vecteur d'état :

$$X_n \in E_n \xrightarrow{\text{Sélection}} \hat{X}_n \in E_n \xrightarrow{\text{Mutation}} X_{n+1} \in E_{n+1} \quad (7.25)$$

Les noms de sélection et mutation viennent de la biologie où ont été décrits pour la première fois les algorithmes génétiques. Dans ce cadre un groupe d'individus (pour nous l'ensemble des marcheurs de la marche aléatoire) subit des sélections, les individus les moins adaptés au milieu environnant disparaissent au profit des plus pertinents, et d'une génération à l'autre des mutations se produisent. Dans ce cadre l'utilisation des flots de Feynman-Kac est assez pertinente et permet une formalisation des algorithmes génétiques avec des estimations d'erreur des schémas d'approximation Del Moral (2001). Dans le filtrage particulière, c'est en quelque sorte ce type de dynamique que l'on reproduit, avec un renforcement des états les plus probables au détriment des autres, et une exploration aléatoire de l'espace des phases entre deux pas de temps. On va retenir le langage de la biologie qui est assez parlant, et qui plus est, on va pouvoir parler pour chaque marcheur, de descendant (au pas de temps après), d'ancêtres (pas de temps précédent), de lignes ancestrales et finalement d'arbres généalogiques. Autrement dit en filtrant sur une trajectoire à un instant  $n$ , ce que l'on cherche à optimiser c'est la ligne ancestrale qui a généré l'état courant  $X_n$  (lire le filtrage par arbres généalogique dans Del Moral (2003) ou Del Moral (2004)). Nous allons balayer ces idées en présentant l'interprétation particulière du filtrage non-linéaire.

On appelle particules des points test de l'espace d'état  $E_n$ ,  $n \geq 0$ , que l'on note  $(\xi_n^i)_{1 \leq i \leq N} \in E_n^N$  pour  $N > 0$ . Ces particules explorent l'espace  $E_n$  et avec la dynamique que l'on va donner échantillonnent empiriquement la loi  $\eta_n$ .

On appelle système de particules en interactions associé au noyau  $K_{n+1, \eta_n} = S_{n, \eta_n} M_{n+1}$  issu de la distribution initiale  $\eta_0$ , la suite de chaînes de Mar-

kov inhomogènes  $(\Omega^N = \prod_{n \geq 0} E_n^N, ((F)_n^N)_{n \geq 0}, (\xi_n)_{n \geq 0}, \mathbb{P}_{\eta_0}^N)$  à valeurs dans l'espace produit  $E_n^N$  où  $\xi_n = (\xi_n^1 \dots \xi_n^N) \in E_n^N$ .

L'état initial  $\xi_0$  se compose de  $N$  copies iid selon  $\eta_0$ . La transition élémentaire du système de particules en interaction est donnée en notant  $m(\xi_{n-1}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\xi_{n-1}^j}$

$$\mathbb{P}_{\eta_0}^N(\xi_n \in dx_n \mid \xi_{n-1}) = \prod_{i=1}^N K_{n,m(\xi_{n-1})}(\xi_{n-1}^i, dx_n^i)$$

Le noyau de transition peut s'exprimer par

$$\mathbb{P}_{\eta_0}^N(\xi_n \in dx_n \mid \xi_{n-1}) = \int_{E_n^N} \mathcal{S}(\xi_n, dx_n) \mathcal{M}_{n+1}(x_n, dx_{n+1})$$

où  $\mathcal{S}(\xi_n, dx_n) = \prod_{i=1}^N S_{n,m(\xi_n)}(\xi_n^i, dx_n^i)$  et  $\mathcal{M}(x_n, dx_{n+1}) = \prod_{i=1}^N M_{n+1}(x_n^i, dx_{n+1}^i)$ .

Pour préciser l'évolution et les erreurs commises avec un système de particules en interaction, à l'instant initial,  $n = 0$ , on distribue aléatoirement, selon  $\eta_0$  qui est une loi de probabilité connue (fournit dans les données du problème),  $N$  points de l'espace d'état  $\xi_0^i$ . L'ensemble de ces points échantillonne la loi  $\eta_0$  et définit la distribution empirique

$$\eta_0^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\xi_0^i}$$

La loi empirique  $\eta_0^N$  approche la loi exacte  $\eta_0$  et la loi faible des grands nombres nous donne pour toute fonction  $f$  bornée l'existence d'une constante  $C_0$  telle que :

$$\mathbb{E}|\eta_0^N(f) - \eta_0(f)| \leq \frac{C_0}{\sqrt{N}} \|f\| \quad (7.26)$$

Pour tout  $n \geq 1$ , l'ensemble des particules  $\xi_n = (\xi_n^i)_{1 \leq i \leq N}$  va suivre le schéma d'évolution du vecteur d'état :

$$\xi_n \in E_n^N \xrightarrow{\text{Sélection}} \hat{\xi}_n \in E_n^N \xrightarrow{\text{Prédiction}} \xi_{n+1} \in E_{n+1}^N \quad (7.27)$$

avec pour chaque temps  $n > 0$ ,  $E_n^N = \otimes_{i=1}^N E_n$ . Le paquet de particules  $\xi_n$  échantillonne une loi empirique notée

$$\eta_n^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\xi_n^i} \quad (7.28)$$

pour laquelle il faut vérifier qu'elle approche suffisamment la loi  $\eta_n$ , quelque soit le pas de temps.



De même pour l'étape de sélection on note :

$$\hat{\eta}_n^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{\xi_n^i} \quad (7.29)$$

la mesure empirique qui va correspondre à  $\hat{\eta}_n$ . On va préciser en quel sens cela est vrai plus bas.

Lors de l'étape de mutation chaque particule évolue selon le noyau de transition exacte  $M_{n+1}$ .

Au cours de l'étape de sélection, pour tout pas de temps  $n$ , le noyau  $S_{n,\eta_n}$  est approché. Il s'agit là pour chaque particule d'un mécanisme d'acceptation/rejet, où chaque particule interagit avec les autres par le calcul du potentiel relatif de chacune. Le noyau de sélection approché s'écrit :

$$S_{n,\eta_n^N}(\xi_n^i, \cdot) = G_n(\xi_n^i) \delta_{\xi_n^i}(\cdot) + [1 - G_n(\xi_n^i)] \Psi_n(\eta_n^N)(\cdot) \quad (7.30)$$

avec

$$\Psi_n(\eta_n^N)(dx) \stackrel{def}{=} \sum_{j=1}^N \frac{G_n(\xi_n^j)}{\sum_{k=1}^N G_n(\xi_n^k)} \delta_{\xi_n^j}(dx)$$

On peut rappeler que le potentiel  $G_n$  dans le cas du filtrage a été défini par la fonction de vraisemblance et donne le poids de chaque particule  $\xi_n^i$ ,  $1 \leq i \leq N$  relativement à l'observation courante  $Y_n$ .

Partant de l'approximation initiale on peut déduire par récurrence le comportement asymptotique des mesures empiriques  $\eta_n^N$  et  $\hat{\eta}_n^N$  avec des estimées d'erreur  $\mathbb{L}^p$  et on peut formuler le théorème :

Pour tout temps  $n \geq 0$  et  $p \geq 1$ , il existe des constantes finies  $C_n^{(p)} < \infty$  telle que

$$\forall f \in \mathcal{B}_b(E) \quad \sup_{n \geq 0} \mathbb{E}(|\eta_n^N(f) - \eta_n(f)|^p)^{\frac{1}{p}} \leq \frac{C^{(p)}}{\sqrt{N}} \|f\| \quad (7.31)$$

De plus pour tout fonction  $f \in \mathcal{B}_b(E)$  et  $n \geq 0$  la suite  $\{\eta_n^N f, N \geq 1\}$  converge presque sûrement quand  $N \rightarrow \infty$  vers  $\eta_n f$ .

On peut trouver la démonstration de 7.31 dans Del Moral et al. (2001a) ou dans le livre Del Moral (2004). Pour la convergence de la suite  $\{\eta_n^N(f), N \geq 1\}$  c'est une conséquence directe du lemme de Borel-Cantelli.

Au cours de la dernière décennie, de nombreux résultats ont été démontrés sur les approximations particulières des distributions de Feynman-Kac. Donnons-en quelques références non-exhaustives.

Dans l'article de Del Moral et Ledoux (2000), les auteurs fournissent une démonstration de la convergence des processus empiriques. Del Moral et Guionnet (1999) formulent d'ailleurs un théorème centrale limite, avec la convergence du terme d'erreur vers une variable aléatoire gaussienne. On peut également citer des travaux sur la propagation du chaos dans les systèmes de particules approchant les Feynman-Kac Del Moral et Lezaud (2006), sur les principes de grandes déviations Del Moral et Miclo (2000).

La description des algorithmes stochastiques par les flots de Feynman-Kac est porteuse d'enseignement, Del Moral et al. (2001a) ont montré la stabilité des algorithmes génétiques, puis plus tournés vers le filtrage particulaire avec la première forme de noyau de sélection,  $S_{n,\eta_n}(x_n, \cdot) = \Psi_n(\eta_n)(\cdot)$ , Le Gland et Oudjane (2004) ont également réalisé une étude de la stabilité et donné des approximations unifornes.

Plus spécifiquement sur le filtrage particulaire il existe une littérature conséquente et plusieurs ouvrages et on peut citer parmi d'autres : Doucet et al. (2001b), Del Moral (2004), Crisan et al. (1999a), Del Moral et Jacod (2001), Doucet et al. (2001a), Del Moral et al. (2001b)

### III Filtrage trajectoriel et approximations particulières

Reprenons le cas des dynamiques trajectorielles et montrons que l'interprétation particulaire des mesures de Feynman-Kac dans l'espace des chemins est un modèle d'arbres généalogiques (Del Moral (2004) ou Miclo et Del Moral (2001)). Les arbres généalogiques représentent l'évolution des lignes ancestrales d'un ensemble d'individus (voir également Del Moral et al. (2001c)).

On considère  $X'_n$  une chaîne de Markov évoluant pour tout  $n \geq 0$  dans un espace  $E'_n$  mesuré de tribu  $\mathcal{E}'_n$ , de distribution initiale  $\eta'_0 \in \mathcal{P}(E'_0)$  et de loi de transition  $M'_{n+1}$  de  $(E'_n, \mathcal{E}'_n)$  dans  $(E'_{n+1}, \mathcal{E}'_{n+1})$ .

On suppose que pour chaque  $n \geq 0$  il existe une fonction potentiel  $G'_n$  de la variable  $X'_n$  de  $E'_n$  dans  $[0, 1]$ .

Utilisant le couple  $(M'_n, G'_n)$ , on peut donc définir des flots de Feynman-Kac associés tels que pour toute fonction  $f_n$  bornée mesurable sur  $(E'_n, \mathcal{E}'_n)$  :

$$\gamma_n^{X'}(f_n) = \frac{\gamma_n^{X'}(f_n)}{\gamma_n^{X'}(1)} \quad \text{et} \quad \hat{\gamma}_n^{X'}(f_n) = \frac{\hat{\gamma}_n^{X'}(f_n)}{\hat{\gamma}_n^{X'}(1)}$$

avec

$$\gamma_n^{X'}(f_n) = \mathbb{E}_{\eta'_0}[f(X'_n) \prod_{p=1}^{n-1} G'_p(X'_p)] \quad \text{et} \quad \hat{\gamma}_n^{X'}(f_n) = \mathbb{E}_{\eta'_0}[f(X'_n) \prod_{p=1}^n G'_p(X'_p)]$$

A partir de la marche aléatoire  $X'_n$  on peut construire le processus de trajectoire :

$$X_n \stackrel{def}{=} (X'_0 \dots X'_n) \quad [ \in E_n \stackrel{def}{=} E'_0 \times \dots \times E'_n ]$$

L'espace  $E_n$  est muni de tribu produit  $\mathcal{E}_n = \prod_{p=0}^n \mathcal{E}'_p$ .

Alors  $X_n$  est également une chaîne de Markov sur  $(E_n, \mathcal{E}_n)$ , de loi initiale  $\eta_0 = \eta'_0 \in \mathcal{P}(X_0)$ , de point et d'espace de départ  $X_0 = X'_0$  et  $E_0 = E'_0$ , et enfin de loi de transition de  $E_n$  dans  $E_{n+1}$  :

$$M_{n+1}(x_n, dx_{n+1}) = \delta_{X_n}(dx_n) \cdot M'_{n+1}(x'_n, dx'_{n+1}) \quad (7.32)$$

avec  $x_n = (x'_0 \dots x'_n)$  et  $dx_{n+1} = (dx'_0, \dots, dx'_{n+1})$ .

On suppose que pour la trajectoire  $X_n$  le potentiel, toujours noté  $G_n$  est défini par  $G_n(X_n) = G'_n(X'_n)$ . D'autres choix sont possibles, comme  $G_n(X_n) = G'_n(X'_n)G'_{n-1}(X'_{n-1}) \dots G'_{n-m}(X'_{n-m})$

Le flot de Feynman-Kac est donné pour une fonction mesurable bornée  $f \in \mathcal{B}(E_n)$  par

$$\eta_n^X(f) = \mathbb{E}_{\eta_0}(f(X_n) \prod_{p=0}^{n-1} G'_p(X'_p)) / \mathbb{E}_{\eta_0}(\prod_{p=0}^{n-1} G'_p(X'_p)) \quad (7.33)$$

et ce que l'on a déjà écrit sur les Feynman-Kac dans le cas ponctuel pour la représentation de McKean ou pour l'approximation particulière reste toujours valable, la sélection ne se faisant que sur le point terminal.

Pour mettre en correspondance la chaîne de Markov  $X'_n$  et les marginales de son processus historique  $X_n$ , on va définir des projecteurs canoniques  $\pi_n$  :

$$\pi_n : X_n \in E_n \rightarrow \pi_n(X_n) = X'_n \in E'_n \quad (7.34)$$

A partir de ce projecteur on va définir pour une mesure  $\rho \in \mathcal{M}(E_n)$ , la mesure image  $\rho' = \rho \circ \pi_n^{-1} \in \mathcal{M}(E'_n)$  et vérifier que  $\eta_n^{X'} = \eta_n^X \circ \pi_n^{-1}$  et se trouve être la  $n$ -ième marginale de  $\eta_n^X$ .

Comme il sera nécessaire pour les particules trajectoires, on note  $\pi_n^N$  le projecteur sur l'espace produit  $E_n^N = \underbrace{E_n \times \dots \times E_n}_{N \text{ fois}}$  définit par :

$$\begin{aligned} \pi_n^N : E_n^N &\longrightarrow (E'_n)^N \\ (X_n^1, \dots, X_n^N) &\longmapsto (\pi_n(X_n^1), \dots, \pi_n(X_n^N)) = (X_n^{1'}, \dots, X_n^{N'}) \end{aligned}$$

avec  $X_n^i = (X_0^{i'}, \dots, X_n^{i'})$  et  $0 \leq i \leq N$

On définit alors les particules trajectoires  $\xi_n^i$  et  $\hat{\xi}_n^i$  par

$$\xi_n^i = (\zeta_{0,n}^i, \dots, \zeta_{n,n}^i) \quad \text{et} \quad \hat{\xi}_n^i = (\hat{\zeta}_{0,n}^i, \dots, \hat{\zeta}_{n,n}^i)$$

Usant de la structure des Feynman-Kac à la fois pour  $X'_n$  et  $X_n$  on peut définir la mesure de Boltzmann-Gibbs et les noyaux de sélection empiriques :

$$\Psi_n^X\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\xi_n^j}\right)(dx) = \sum_{j=1}^N \frac{G'_n(\zeta_{n,n}^j)}{\sum_{k=1}^N G'_n(\zeta_{n,n}^k)} \delta_{\xi_n^j}(dx) \quad (7.35)$$

$$S_{n, \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\xi_n^j}}^X(\xi_n^i, \cdot) = G'_n(\zeta_{n,n}^i)\delta_{\xi_n^i}(\cdot) + [1 - G'_n(\zeta_{n,n}^i)]\Psi_n^X\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\xi_n^j}\right)(\cdot) \quad (7.36)$$

La définition de la sélection trajectorielle nous donne

$$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\zeta_{n,n}^j} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\pi_n(\xi_n^j)}$$

alors on peut vérifier que la sélection du point terminal correspond au noyau de sélection  $S_{n, \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\zeta_{n,n}^j}}^{X'}$  :

$$S_{n, \frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\zeta_{n,n}^j}}^{X'}(\zeta_{n,n}^i, \cdot) = G'_n(\zeta_{n,n}^i)\delta_{\zeta_{n,n}^i}(\cdot) + [1 - G'_n(\zeta_{n,n}^i)]\Psi_n^{X'}\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\zeta_{n,n}^j}\right)(\cdot) \quad (7.37)$$

avec la transformation de Boltzmann-Gibbs :

$$\Psi_n^{X'}\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^N\delta_{\zeta_{n,n}^j}\right)(dx) \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{j=1}^N \frac{G'_n(\zeta_{n,n}^j)}{\sum_{k=1}^N G'_n(\zeta_{n,n}^k)} \delta_{\zeta_{n,n}^j}(dx) \quad (7.38)$$

On notera que si la sélection se fait sur  $\zeta_{n,n}^i$  le seul point terminal de  $\xi_n^i$ , c'est toute la trajectoire  $\xi_n^i$  qui reste inchangée ou branche sur une autre.  $\hat{\xi}_n^i$  est la nouvelle ligne ancestrale et dans l'étape suivante, par augmentation d'état, la mutation rajoute un point à la trajectoire et  $\xi_{n+1}^i = (\hat{\xi}_n^i, \zeta_{n+1, n+1}^i)$ .

En notant  $\xi_n = (\xi_n^i)_{i=1}^N$  l'ensemble des  $N$  trajectoires, on montre une correspondance entre les modèles ponctuels d'évolution et des marginales du modèle trajectorielle d'évolution.

Soit  $(\xi_n, \hat{\xi}_n)$  le modèle d'évolution à  $N$  particules trajectorielles associées à la mesure de Feynman-Kac  $\eta_n^X$ . Le processus stochastique défini par

$$\zeta_n = \pi_n^N(\xi_n) \quad \text{et} \quad \hat{\zeta}_n = \pi_n^N(\hat{\xi}_n)$$

coïncide avec le modèle d'évolution à  $N$  particules associé à la mesure de Feynman-Kac  $\eta_n^{X'}$ .

Pour  $n \geq 0$ , soient  $x_n = (x'_0, \dots, x'_n) \in E_n$  et  $z_n = (z'_0, \dots, z'_n) \in E_n$ , on note  $dz_n = (dz'_0, \dots, dz'_n)$ . Soit  $f_n \in \mathcal{B}_b(E'_n)$  une fonction mesurable bornée.

Pour une mesure  $\eta \in \mathcal{M}(E)$ , un calcul direct sur  $S_{n,\eta}^X$  amène :

$$\int_{E_n} f_n(\pi_n(z_n)) S_{n,\eta}^X(x_n, dz_n) = \int_{E'_n} f_n(z'_n) S_{n,\eta \circ \pi_n^{-1}}^{X'}(\pi_n(x_n), dz'_n)$$

De même un autre calcul nous permet d'écrire :

$$\int_{E_n} f_n(\pi_n(z_n)) M_n(x_{n-1}, dz_n) = \int_{E'_n} f_n(z'_n) M'_n(\pi_{n-1}(x_{n-1}), dz'_n)$$

Utilisant ces égalités, on déduit les expressions suivantes, d'abord pour l'étape de mise à jour :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{\eta_0}^N(f_n(\pi_n^N(\hat{\xi}_n)) | \xi_n) &= \int_{E_n^N} f_n(\pi_n^N(x_n)) \prod_{i=1}^N S_{n, \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\xi_n^j}}^X(\xi_n^i, dx_n^i) \\ &= \int_{E_n^N} f_n(x'_n) \prod_{i=1}^N S_{n, \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{\zeta_{n,n}^j}}^{X'}(\zeta_{n,n}^i, dx_n^i) \\ &= \mathbb{E}_{\eta_0}^N(f_n(\hat{\zeta}_{n,n}) | \zeta_{n,n}) \end{aligned}$$

puis pour l'étape de prédiction

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_{\eta_0}^N(f_{n+1}(\pi_{n+1}^N(\hat{\xi}_{n+1})) | \hat{\xi}_n) &= \int_{E_{n+1}^N} f_{n+1}(\pi_{n+1}^N(x_{n+1})) \prod_{i=1}^N M_{n+1}(\hat{\xi}_n^i, dx_{n+1}^i) \\ &= \int_{E_{n+1}^N} f_{n+1}(x'_{n+1}) \prod_{i=1}^N M'_{n+1}(\hat{\zeta}_{n,n}^i, dx_{n+1}^i) \\ &= \mathbb{E}_{\eta_0}^N(f_{n+1}(\zeta_{n+1,n+1}) | \hat{\zeta}_{n,n}) \end{aligned}$$

d'où l'on déduit directement la proposition.

En supposant que  $\eta_n^X$  soit une suite de loi de probabilités possédant une interprétation de McKean, c'est à dire qu'il existe  $K_{n+1,\eta_n^X}^X$  telle que

$$\eta_{n+1}^X = \eta_n^X K_{n+1,\eta_n^X}^X$$

et en supposant que  $\eta_n^{X'}$  ait une interprétation de McKean,

$$\eta_{n+1}^{X'} = \eta_n^{X'} K_{n+1,\eta_n^{X'}}^{X'}$$

alors on peut montrer que si les noyaux de McKean sont tels que

$$K_{n+1,\eta_n^X}^X(x_n, \cdot) \circ \pi_{n+1}^{-1} = K_{n+1,\eta_n^X \circ \pi_n^{-1}}^{X'}(\pi_n(x_n), \cdot)$$

il y a coïncidence entre les modèles particuliers d'évolution au sens donné par la proposition précédente.

Les collections de noyaux de McKean,  $K_{n+1, \eta_n^{X'}}^{X'}$  et  $K_{n+1, \eta_n^X}^X$  permettent de définir la mesure de McKean associé à ces noyaux et à  $\eta_0$  :

$$\begin{aligned}\mathbb{K}_{\eta_0, n}^X((dx_1, dx_2, \dots, dx_n)) &= \eta_0(dx_0) K_{1, \eta_0}^X(x_0, dx_1) \dots K_{n, \eta_{n-1}^X}(x_{n-1}, dx_n) \\ \mathbb{K}_{\eta_0, n}^{X'}((dx'_1, dx'_2, \dots, dx'_n)) &= \eta_0(dx'_0) K_{1, \eta_0}^{X'}(x'_0, dx'_1) \dots K_{n, \eta_{n-1}^{X'}}(x'_{n-1}, dx'_n)\end{aligned}$$

Alors  $\eta_n^X$  est la loi de  $X_n$  sous  $\mathbb{K}_{\eta_0, n}^X$  et

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_{\eta_0}(f(X_n)) &= \int_{E_n} f(x_n) (\eta_{n-1} K_{n-1, \eta_{n-1}}^X)(dx_n) \\ &= \eta_n(f)\end{aligned}\tag{7.39}$$

Au travers de l'interprétation de McKean, on met en valeur la notion d'arbre généalogique attachée à la trajectoire  $X_n$ , qui est une chaîne de Markov de loi de transition  $K_{n, \eta_{n-1}^X}^X$  et de loi initiale  $\eta_0$ . Dans l'approximation particulière, les mesures approchées sont données par :

$$\mathbb{K}_{\eta_0, n}^{X', N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{(\zeta_0^1, \dots, \zeta_n^i)}\tag{7.40}$$

$$\mathbb{K}_{\eta_0, n}^{X, N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{(\xi_0^1, \dots, \xi_n^i)}\tag{7.41}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{((\zeta_{0,0}^i), (\zeta_{0,1}^i, \zeta_{1,1}^i), (\zeta_{0,2}^i, \zeta_{1,2}^i, \zeta_{2,2}^i), \dots, (\zeta_{0,n}^i, \zeta_{1,n}^i, \dots, \zeta_{n,n}^i))}\tag{7.42}$$

Alors la mesure de prédiction de Feynman-Kac normalisée empirique s'écrit :

$$\eta_n^{X, N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_{(\zeta_{0,n}^i, \dots, \zeta_{n,n}^i)}\tag{7.43}$$

Pour terminer sur l'approximation particulière du filtrage trajectorien, se référant à Del Moral et al. (2001c) où l'on en trouvera la démonstration, on peut formuler le théorème suivant :

Sous une hypothèse de régularité des noyaux de transitions  $K_{n+1, \eta_n^X}^X$  (voir Del Moral et al. (2001c)) pour tout  $p \geq 1$  et  $n \geq 0$  il existe des constantes finies  $c_n(p)$  telles que pour toute fonction bornée  $f \in \mathcal{B}_b(E_n)$

$$\mathbb{E}(|\eta_n^{X, N}(f) - \eta_n^X(f)|^p)^{\frac{1}{p}} \leq \frac{c_n(p)}{\sqrt{N}} \|f\|\tag{7.44}$$

La démonstration complète se trouve dans Del Moral (2004).

Cette annexe était une mise en revue du filtrage de processus non-linéaire, et nous a permis de voir comment pouvait s'écrire le processus de filtrage en temps continu. Nous avons ensuite traité le problème du filtrage discret trajectorien où l'estimateur optimal du filtrage non-linéaire s'exprime exactement au moyen des mesures de Feynman-Kac. Ces mesures se révèlent des opérateurs intégraux sans solutions analytiques et nous avons présenté les techniques particulières permettant d'obtenir une solution approchée. L'interprétation de McKean du filtrage non-linéaire, bien qu'elle ne soit pas toujours possible, permet de décrire une dynamique des lois du filtrage qui se révèle pratique dans l'étude des flots de Feynman-Kac et dans la technique du filtrage par arbres généalogiques. En plus d'une approximation, les méthodes particulières fournissent des algorithmes de résolution séquentiels, la solution optimale est alors obtenue de manière récursive, ce qui permet une exploitation en temps réel du filtrage non-linéaire. Si le filtrage a été la motivation de ces travaux, il faut noter que l'on peut également les utiliser en modélisation des champs aléatoires observés et en particulier lors de l'étape d'assimilation des données. Cette assimilation, de type 4D, permet alors d'obtenir les trajectoires optimales pour les modèles de simulation.

---





## Liste des acronymes

<b>3D-VAR</b>	Schéma d'assimilation variationnel à 3 dimensions
<b>4D-VAR</b>	Schéma d'assimilation variationnel à 4 dimensions
<b>ALADIN</b>	Aire Limitée, Adaptation dynamique, Développement InterNational
<b>BLUE</b>	Best Linear Unbiased Estimator
<b>CNRM</b>	Centre National de Recherches Météorologiques
<b>COBEL</b>	COde Brouillard à l'Echelle Locale
<b>EnKF</b>	Ensemble Kalman Filter
<b>ETKF</b>	Ensemble Transform Kalman Filter
<b>LETKF</b>	Local Ensemble Transform Kalman Filter
<b>FAR</b>	False Alarm Rate (taux de fausse alarme)
<b>GMAP</b>	Groupe de Modélisation pour l'Assimilation et la Prévision
<b>GMME</b>	Groupe de Météorologie à Moyenne Echelle
<b>HR</b>	Hit Ratio (taux de détection)
<b>ISBA</b>	Interactions Soil-Biosphere-Atmosphere
<b>LVP</b>	Low Visibility Conditions
<b>PF</b>	Particle Filter
<b>SIR</b>	Sequential Importance Resampling
<b>SODAR</b>	SOund Detection And Ranging
<b>UTC</b>	Coordinated Universal Time
<b>WRF</b>	Weather Research and Forecasting model

---



## Notations

<b>A</b>	Matrice des variances-covariances d'erreur de l'analyse
<b>B</b>	Matrice des variances-covariances d'erreur de l'ébauche
<b>H</b>	Opérateur d'observation
<b>K</b>	Gain de Kalman
<b>Q</b>	Matrice des variances-covariances de l'erreur modèle
<b>R</b>	Matrice des variances-covariances d'erreur de l'ébauche
$w_i$	Poids de la particule $i$
$X_k$	Variable aléatoire représentant les états successifs du modèle
$x_k$	Réalisation à l'instant $k$ de la variable aléatoire $X_k$ , avec la probabilité $p(x_k)$
$x^b$	Ebauche
$x^a$	Analyse (estimateur de l'état réel de l'atmosphère)
$x^t$	Etat réel de l'atmosphère
$Y_k$	Variable aléatoire représentant les états successifs des observations
$y_k$	Réalisation à l'instant $k$ de la variable aléatoire $Y_k$ , avec la probabilité $p(y_k)$
$y^o$	Observations
$\sigma^o$	Variances d'erreur d'observations
$\sigma^b$	Variances d'erreur d'ébauche

---



## Bibliographie

- Anderson, L., 2007 : An adaptive covariance inflation error correction algorithm for ensemble filters. *Tellus*, **59**, 210–224.
- Anderson, L., 2009 : Spatially and temporally varying adaptive covariance inflation for ensemble filters. *Tellus*, **61A**, 72–83.
- Anderson, L. et S. Anderson, 1999 : A monte carlo implementation of the nonlinear filtering problem to produce ensemble assimilations and forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 2741–2758.
- Baehr, C., 2008 : Modélisation probabiliste des écoulement atmosphériques turbulents afin d'en filtrer la mesure par approche particulière. thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, 294 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Baehr, C. et O. Pannekoucke, 2009 : Some issues and results on the enkf and particle filters for meteorological models. *Chaos 2009*, **early online release**.
- Bergot, T., 1993 : Modélisation du brouillard à l'aide d'un modèle 1d forcé par des champs mésoéchelle : application à la prévision. thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, 192 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bergot, T., 2007 : Quality assessment of the cobel-isba numerical forecast system of fog and low clouds. *Journal of Pure and Applied Geophysics*, **164**, 1265–1282.
- Bergot, T., D. Carrer, J. Noilhan, et P. Bougeault, 2005 : Improved site-specific numerical prediction of fog and low clouds : a feasibility study. *Weather and Forecasting*, **20**, 627–646.
- Bergot, T. et D. Guédalia, 1994a : Numerical forecasting of radiation fog. part i : Numerical model and sensitivity tests. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1218–1230.
- Bergot, T. et D. Guédalia, 1994b : Numerical forecasting of radiation fog. part ii : A comparison of model simulation with several observed fog events. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 1231–1246.
-

- Bergot, T., E. Terradellas, J. Cuxart, A. Mira, O. Liechti, M. Müller, et N. N.W., 2006 : Intercomparison of single-column numerical models for the prediction of radiation fog. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **46**, 504–521.
- Bishop, C., B. Etherton, et S. Majumdar, 2001 : Adaptive sampling with the ensemble transform kalman filter. part i : theoretical aspects. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 1356–1369.
- Boone, A., 2000 : Modélisation des processus hydrologiques dans le schéma de surface isba : inclusion d'un réservoir hydrologique, du gel et modélisation de la neige (modeling of hydrological processes in the isba land surface scheme : inclusion of a hydrological reservoir, freezing, and modeling of snow). thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, 207 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Bossy, M. et M. Talay, 1996 : Convergence rate for the approximation of the limit law of weakly interacting particles : application to the burgers equation. *Annals of Applied Probability*, **6**, 818–861.
- Bougeault, P. et P. Lacarrere, 1989 : Parameterization of orography-induced turbulence in a mesoscale model. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1872–1890.
- Brown, R. et W. Roach, 1975 : The physics of radiation fog : li - a numerical study. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 1719–1724.
- Burgers, G., P. V. Leuwen, et G. Evensen, 1998 : Analysis scheme in the ensemble kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 1719–1724.
- Chuin-Mu, W., L. Geng-Cheng, L. Chi-Yuan, et C. Ruey-Maw, 2004 : An unsupervised kalman filter-based linear mixing approach to mri classification. *Proceedings of the 2004 IEEE Asia-Pacific Conference*, IEEE.
- Clark, D., 2002 : Terminal ceiling and visibility product development for northeast airports. *14th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at [http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark\\_2002\\_ARAM\\_MS-15290\\_WW-10474.pdf](http://www.ll.mit.edu/mission/aviation/publications/publication-files/ms-papers/Clark_2002_ARAM_MS-15290_WW-10474.pdf)].
- Clark, D., 2006 : The 2001 demonstration of automated cloud forecast guidance products for san-francisco international airport. *10th Conf. on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, AMS, [available at <http://jobfunctions.bnet.com/abstract.aspx?docid=321609>].
- Crisan, D., P. Del Moral, et T. Lyons, 1999a : Discrete filtering using branching and interacting particle systems. *Markov Processes and Related Fields*, **5**, 293–318.
-

- Crisan, D., P. Del Moral, et T. Lyons, 1999b : Interacting particle systems approximations of the kushner-stratonovich equation. *Advanced Applied Probabilities*, **31**, 819–838.
- Crisan, D. et T. Lyons, 1997 : Nonlinear filtering and measure-valued processes. *Probability Theory and Related Fields*, **109**, 217–244.
- Del Moral, P., 1998 : Measure valued processes and interacting particle systems. application to nonlinear filtering problems. *Annals of Applied Probabilities*, **8**, 438–495.
- Del Moral, P., 2001 : On the stability of interacting processes with applications to filtering and genetic algorithm. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, **37**, 155–194.
- Del Moral, P., 2003 : *Arbres généalogiques et estimation non-linéaire*. LSP, Université Paul Sabatier.
- Del Moral, P., 2004 : *Feynman-Kac formulae, genealogical and interacting particle systems and applications*. Springer-Verlag, 555 pp.
- Del Moral, P. et A. Guionnet, 1999 : Central limit theorem for nonlinear filtering and interacting particle systems. *Annals of Applied Probabilities*, **9**, 275–287.
- Del Moral, P. et J. Jacod, 2001 : *Stochastics in finite and infinite dimensions, chapitre Interacting particle filtering with discrete-time observations : asymptotic behaviour in the Gaussian case*. Birkhäuser, 101-122 pp.
- Del Moral, P., J. Jacod, et P. Protter, 2001a : The monte-carlo method for filtering with discrete-time observations. *Probability Theory and Related Fields*, **120**, 346–368.
- Del Moral, P., L. Kallel, et J. Rowe, 2001b : Modeling genetic algorithm with interacting particle systems. *Rev. Mat. Teoria Apl.*, **8**, 19–78.
- Del Moral, P., M. Kouritzin, et L. Miclo, 2001c : On a class of discrete generation interacting particle systems. *Electronic Journal of Probability*, **16**, 1–26.
- Del Moral, P. et M. Ledoux, 2000 : Convergence of empirical processes for interacting particle systems with application to nonlinear filtering. *Journal of Theoretical Probabilities*, **12**, 225–257.
- Del Moral, P. et P. Lezaud, 2006 : *Stochastic Hybrid Systems : Theory and Safety Critical Applications, chapitre Branching and interacting particle interpretation of rare event probabilities*. Springer-Verlag, 277-323 pp.
-

- Del Moral, P. et L. Miclo, 2000 : *Séminaire de Probabilités XXXIV Lecture Notes in Mathematics 1729, chapitre Branching and Interacting Particle Systems approximations of Feynman-Kac formulae with applications to nonlinear filtering*. Springer-Verlag, 1-145 pp.
- Del Moral, P., J.-C. Noyer, G. Rigal, et G. Salut, 1995 : Résolution particulière et traitement non-linéaire du signal : Applications radar/sonar. *Traitement du signal*, **12**, 287–301.
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, et P. Poli, 2005 : Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385–3396.
- Doucet, A., N. de Freitas, et N. Gordon, 2001a : *Sequential Monte-carlo methods in practice*. Springer-Verlag, 581 pp.
- Doucet, A., N. Gordon, et V. Krishnamurthy, 2001b : Particle filters for state estimation of jump markov linear systems. *Proceedings of the 2004 IEEE Trans. on Signal Processing*, IEEE.
- Duynkerke, P., 1990 : Radiation fog : a comparison of model simulations with detailed observations. *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 324–341.
- Estournel, C., 1988 : Etude de la phase nocturne de la couche limite atmosphérique (study of the nocturnal phase of boundary layer). thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, 161 pp., [available at CNRM, Météo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Evensen, G., 1994 : Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using monte-carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, **99**, 10 142–10 162.
- Evensen, G., 1997 : Advanced data assimilation for strongly nonlinear dynamics. *Mon. Wea. Rev.*, **125**, 1342–1354.
- Evensen, G., 2003 : The ensemble kalman filter : theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, **53**, 343–367.
- Fontbona, J., 2006 : A probabilistic interpretation and stochastic particle approximations of the 3-dimensional navier-stokes equations. *Probability Theory and Related Fields*, **136**, 102–156.
- Fujisaki, M., G. Kallianpur, et H. Kunita, 1972 : Stochastic differential equations for the nonlinear filtering problem. *Osaka Journal of Mathematics*, **1**, 19–40.
-



- Gordon, N., D. Salmond, et A. Smith, 1993 : Novel approach to nonlinear/non gaussian bayesian state estimation. *IEE Proceedings*, IEE, Vol. 140, 107–113.
- Gultepe, I., M. Müller, et Z. Boybeyi, 2006 : A new visibility parameterization for warm-fog applications. *Journal of applied meteorology and climatology*, **45**, 1469–1480.
- Gultepe, I., et al., 2007 : Fog research : A review of past achievements and future perspectives. *Pure and Applied Geophysics*, **164**, 1121–1159.
- Hacker, J. et D. Rostkier-Edelstein, 2007 : Pbl state estimation with surface observations, a column model, and an ensemble filter. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 2958–2972.
- Hacker, J. et C. Snyder, 2005 : Ensemble kalman filter assimilation of fixed screen-height observations in a parametrized pbl. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 3260–3275.
- Hamill, M., 2001 : Interpretation of rank histograms for verifying ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 550–560.
- Hamill, M., J. Whitaker, et C. Snyder, 2001 : Distance-dependant filtering of background error covariance estimates in an ensemble kalman filter. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 2776–2790.
- Herzogh, P., S. Benjamin, R. Rasmussen, T. Tsui, G. Wiener, et P. Zwack, 2003 : Development of automated analysis and forecast products for adverse ceiling and visibility conditions. *19th Internat. Conf. on Interactive Information and Processing Systems for Meteorology, Oceanography and Hydrology*, AMS, [available at <http://ams.confex.com/ams/pdfpapers/57911.pdf>].
- Hollingsworth, A. et P. Lönnberg, 1986 : The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. part i : the wind field. *Tellus*, **38A**, 135–163.
- Houtekamer, P. et H. Mitchell, 1998 : Data assimilation using an ensemble kalman filter technique. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 796–811.
- Houtekamer, P., H. Mitchell, G. Pellerin, M. Buehner, M. Charron, L. Spacek, , et B. Hansen, 2005 : Atmospheric data assimilation with an ensemble kalman filter : results with real observations. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 604–620.
- Huang, X., H. Wang, Y. Chen, X. Zhang, S. Tjernkes, et R. Stuhlmann, 2007 : An observing system simulation experiment using both mm5 and wrf : experiment configuration and preliminary results. *8<sup>th</sup> WRF annual meeting*, UCAR, [available at [http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2\\_Huang.pdf](http://www.mmm.ucar.edu/wrf/users/workshops/WS2007/abstracts/p2-2_Huang.pdf)].
-

- Hunt, B., E. Kostelich, et I. Szunyogh, 2007 : Efficient data assimilation for spatio-temporal chaos : a local ensemble transform kalman filter. *Physica*, **230**, 112–126.
- Julier, S. et J. Uhlmann, 1997 : A new extension of the kalman filter to nonlinear systems. *Proceedings of the 11th intl. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, SPIE.
- Kallianpur, G. et C. Striebel, 1967 : Stochastic differential equations occurring in the estimation of continuous parameters of stochastic processes. *Rapport technique, Univ. of Minnesota*.
- Kalman, R., 1960 : A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, **82**, 34–45.
- Kalman, R. et R. Bucy, 1961 : A new approach to linear filtering and prediction problems theory. *Journal of Basic Engineering*, **83**, 95–108.
- Kalnay, E., H. Li, T. Miyoshi, S. Yang, et J. Ballabrera-Poy, 2007 : 4d-var or ensemble kalman filter? *Tellus*, **59A**, 758–773.
- Karatzas, I. et S. Shreve, 1998 : *Brownian Motion and Stochastic Calculus 2nd Ed., GTM 113*. Springer-Verlag, 470 pp.
- Klaas, M., N. de Freitas, et A. Doucet, 2005 : Towards practical  $n^2$  monte carlo : the marginal particle filter. *Proceedings from the 21st annual conference on uncertainty in artificial intelligence (UAI-05)*, AUAI Press.
- Kobayashi, T. et D. Simon, 2005 : Evaluation of an enhanced bank of kalman filters for in-flight aircraft sensor fault diagnostics. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **127**, 497–504.
- Kurtz, T. et J. Xiong, 1999 : Particle representations for a class of nonlinear spdes. *Stoch. Proc. Appl.*, **83**, 103–126.
- Le Gland, F. et N. Oudjane, 2004 : Stability and uniform approximation of nonlinear filters using the hilbert metric and application to particle filters. *Annals of Applied Probability*, **14**, 144–187.
- Lorenz, N., 1996 : Predictability : a problem partially solved. *Seminar on predictability*, ECMWF.
- Meleard, S., 1996 : *Probabilistic models for nonlinear partial differential equations lectures given at the 1st session of the Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.) held in Montecatini Terme, Italy, May 22-30, 1995, chapitre Asymptotic behaviour of some interacting particle systems for McKean-Vlasov and Boltzmann models*. Springer-Verlag.
-

- Meleard, S., 2001 : Monte-carlo approximations of the solution of the 2d navier-stokes equation with finite measure initial data. *Probability Theory and Related Fields*, **121**, 367–388.
- Meng, Z. et F. Zhang, 2007a : tests of an ensemble kalman filter for mesoscale and regional-scale data assimilation. part ii : imperfect model experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **135**, 1403–1423.
- Meng, Z. et F. Zhang, 2007b : tests of an ensemble kalman filter for mesoscale and regional-scale data assimilation. part iii : comparison with 3dvar in a real-data case study. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 522–540.
- Meng, Z. et F. Zhang, 2007c : tests of an ensemble kalman filter for mesoscale and regional-scale data assimilation. part iv : comparison with 3dvar in a month-long experiment. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 3671–3682.
- Meng, Z., F. Zhang, et A. Aksoy, 2006 : tests of an ensemble kalman filter for mesoscale and regional-scale data assimilation. part i perfect model experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **134**, 722–736.
- Miclo, L. et P. Del Moral, 2001 : Genealogies and increasing propagation of chaos for feynman-kac and genetic models. *Annals of Applied Probabilities*, **11**, 1166–1198.
- Miles, N., J. Verlinde, et E. Clothiaux, 2000 : Clouds droplet size distributions in low-level stratiform cloud. *Mon. Wea. Rev.*, **57**, 295–311.
- Miller, R., E. Carter, et S. Blue, 1999 : Data assimilation into nonlinear stochastic models. *Tellus*, **51A**, 1037–1056.
- Müller, M., M. Masbou, A. Bott, et Z. Janjic, 2005 : Fog prediction in a 3d model with parametrized microphysics. *WWRP Int.Symp. on Nowcasting and Very Short-Range Forecasting*, WWRP.
- Müller, M., C. Schmutz, et E. Parlow, 2007 : One-dimensional ensemble forecast and assimilation system for fog prediction. *Pure and Applied Geophysics*, **164**, 1241–1264.
- Nakanishi, M., 2000 : Large eddy simulation of radiation fog. *Boundary-Layer Meteorology*, **94**, 461–493.
- Noilhan, J. et S. Planton, 1989 : A simple parameterization of land surface processes for meteorological models. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 536–549.
- Ott, E., et al., 2004 : A local ensemble kalman filter for atmospheric data assimilation. *Tellus*, **56A**, 415–428.
-

- Pardoux, E., 1991 : *Ecole d'été de Probabilités de Saint-Flour XIX 1989, Lecture notes in Mathematics 1464, chapitre Filtrage non-linéaire et équations aux dérivées partielles stochastiques associées*. Springer-Verlag, 69-163 pp.
- Parrish, D. et J. Derber, 1992 : The national meteorological center spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1747–1763.
- Pham, D., 2000 : Stochastic methods for sequential data assimilation in strongly nonlinear systems. *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 1194–1208.
- Rémy, S. et T. Bergot, 2009a : Assessing the impact of observations on a local numerical fog prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **135**, 1248–1265.
- Rémy, S. et T. Bergot, 2009b : Ensemble kalman filter data assimilation in a 1d numerical model used for fog forecasting. *Mon. Wea. Rev.*, **in revision**.
- Revuz, D. et M. Yor, 2001 : *Continuous Martingales and Brownian Motion*. Springer-Verlag, 606 pp.
- Roquelaure, S., 2008 : Prévion d'ensemble locale des brouillards et nuages bas à l'aéroport international de roissy charles de gaulle. thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, 172 pp., [available at CNRM, Meteo-France, 42 Av. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France.].
- Roquelaure, S. et T. Bergot, 2007 : Seasonal sensitivity on cobel-isba local forecast system for fog and low clouds. *Pure Appl. Geophys.*, **164**, 1283–1301.
- Roquelaure, S. et T. Bergot, 2008 : A local ensemble prediction system (l-eps) for fog and low clouds : construction, bayesian model averaging calibration and validation. *J. Appl. Meteor. Climatol.*, **47**, 3072–3088.
- Roquelaure, S., R. Tardif, S. Rémy, et T. Bergot, 2009 : Skill of a ceiling and visibility local ensemble prediction system (leps) according to fog-type prediction at paris-charles de gaulle airport. *Weather and Forecasting*, **early online release**.
- Rousset, M., 2006 : Méthodes population monte-carlo en temps continu pour la physique numérique. thèse de doctorat, Université Paul Sabatier.
- Sakov, P. et P. Oke, 2008 : A deterministic formulation of the ensemble kalman filter : an alternative to ensemble square root filters. *Tellus*, **60A**, 361–371.
- Snyder, C., T. Bengtsson, P. Bickel, et J. Anderson, 2008 : Obstacles to high-dimensional particle filtering. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 4629–4640.
- Stratonovich, R., 1960 : Conditional markov processes. *Theory of Probability and its Applications*, **5**, 156–178.
-

- 
- Sznitman, A., 1991 : *Ecole d'été de Probabilité de Saint-Flour XIX-1989, Lecture Notes in Mathematics 1464, chapitre Topics in propagation of chaos*. Springer-Verlag.
- Talagrand, O., R. Vautard, et B. Strauss, 1997 : Evaluation of probabilistic prediction systems. *ECMWF Workshop on Predictability*, ECMWF, [available from ECMWF, Shinfield Park, Reading, Berkshire RG2 9AX, United Kingdom].
- Tardif, R., 2007 : The impact of vertical resolution in the explicit numerical forecasting of radiation fog. *Pure and Applied Geophysics*, **164**, 1221–1240.
- Tardif, R. et M. Rasmussen, 2007 : Event-based climatology and typology of fog in the new york city region. *Journal of Applied Meteorology*, **46**, 1141–1168.
- Van Leeuwen, P., 2003 : Nonlinear ensemble data assimilation for the ocean. *Seminar on recent developments in data assimilation for atmosphere and ocean*, ECMWF.
- van Leeuwen, P., 2009 : Particle filtering in geophysical systems. *Mon. Wea. Rev.*, **early online release**.
- Yor, M., 1977 : *Séminaire de probabilités XI - 1975-1976*. Springer-Verlag, 257-297 pp.
- Zakai, M., 1969 : On the optimal filtering of diffusion processes. *Zeitschrift, Wahrscheinlichkeitstheorie. Verw. Geb.*, **11**, 230–243.
- Zhang, F., 2005 : Dynamics and structure of mesoscale error covariance of a winter cyclone estimated through short-range ensemble forecasts. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 2876–2893.
-



# LOCAL FORECASTING OF LOW VISIBILITY CONDITIONS

Samuel REMY

## ABSTRACT :

Low visibility conditions have a strong impact on airports' traffic. The need exists for accurate forecasts of the beginning and ending hours of these conditions. COBEL-ISBA is a 1D model that was developed to provide short-range forecasts of low visibility conditions. It is used operationally in the three major french airports. As initial conditions are playing a crucial role in the quality of the forecasts, local observations are used within an assimilation scheme to provide an analysis of temperature and humidity. This PhD focused on a diagnosis and optimization of the assimilation scheme of COBEL-ISBA.

The local observations consists of a weather station that provides visibility and ceiling together with 2 m temperature and humidity ; a measurement mast that provides temperature and humidity at 1, 5, 10 and 30 m ; of soil water content and temperature observations and finally of 2 m and 45 m radiative flux observations. The impact of the several kinds of observations on the quality of the initial conditions and forecasts was first assessed. For that, two sets of simulated observations were created. That allowed a better estimation of the role of the various observations as the model error is nonexistent within this framework. The experiments were also carried out with three months of real observations. COBEL-ISBA was shown to work well when using a 10 m mast, similar to the ones used in a weather station to measure wind speed and direction, instead of a 30 m one. As the measurement mast is the costliest item of the local observations system, that result allows to envisage the installation of COBEL-ISBA in medium-sized airports. The observations that have most impact on the quality of the forecast of fog events are the ones that help estimate the initial thickness of the cloud layer. Initial cloud thickness influences strongly the dissipation time of fogs. Soil water content observations are also important, as the cooling and heating rates depend on it.

The operational assimilation scheme computes the Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) for temperature and humidity using fixed error statistics for the background. These were diagnosed, using an ensemble, and were shown to follow a marked diurnal cycle, with large variations over the vertical. A significant correlation between temperature and humidity errors in the guess was also diagnosed. These conclusions led to the implementation of an assimilation scheme that is more adapted to non-linear systems : the ensemble Kalman filter (EnKF). This assimilation scheme estimates dynamically the background error statistics for each simulation. It gave good results with simulated observations : errors on initial and forecasted temperature and humidity were significantly reduced. This improvement was reflected in a better forecast of fog events ; the hit and false alarm ratios were both improved as well as the forecast of the beginning and ending time of low visibility conditions. When using real observations, the improvement is significant for forecast hours smaller than four hours.

Particle filters are a family of assimilation algorithms useful for strongly non-linear systems, as no linear or Gaussian hypothesis is needed. On the other hand, they may need a large number of particles to be of use. A particle filter with a genetic selection was adapted to be used within a 1D deterministic framework. Observations were assimilated during a time window instead of at a single point in time, which increased their impact on initial conditions. The interface between COBEL and ISBA was also improved by implementing a simplified version of a particle filter to produce the initial conditions of ISBA. This new assimilation scheme gave good results with both simulated observations. It also worked with relatively few particles, which allows an operational implementation to be envisaged.

**KEYWORDS :** fog, data assimilation, ensemble kalman filter, particle filter

**AUTEUR :** Samuel Rémy  
**TITRE :** Prévion locale des faibles visibilités  
pour l'aéronautique  
**DIRECTEUR DE THESE :** Thierry Bergot  
**DISCIPLINE :** Physique de l'atmosphère  
**INTITULE ET ADRESSE  
DU LABORATOIRE :** Centre National de Recherches Météorologiques,  
Météo-France, 42 Avenue Gaspard Coriolis,  
31057, TOULOUSE Cedex 1, France  
**LIEU ET DATE  
DE SOUTENANCE :** Centre National de Recherches Météorologiques,  
Météo-France, XX Octobre 2009

**Résumé :**

Les conditions de faibles visibilités ont un fort impact sur le trafic aéroportuaire ; les aéroports sont par conséquent demandeurs de prévisions des heures de début et de fin des conditions de faible visibilité. COBEL-ISBA est un modèle 1D utilisé pour prévoir à courte échéance les conditions de faible visibilité, utilisé de façon opérationnelle sur les trois principaux aéroports français. Les conditions initiales jouent un rôle fondamental dans la qualité des prévisions de COBEL-ISBA ; c'est pourquoi des observations locales sont assimilées pour produire celles-ci. Cette thèse s'est concentrée sur l'étude et l'optimisation du système d'assimilation de COBEL-ISBA.

Le système d'observations locales typique est composé d'une station météorologique qui fournit visibilité, plafond ainsi que température et humidité à 2 m ; d'un mât de mesure avec des capteurs de température et d'humidité à 1, 5, 10 et 30 m ; d'une fosse informant sur la température et le contenu en eau du sol ; et enfin de mesures de flux radiatifs à 2 et 45 m. La première partie du travail de thèse a été d'évaluer l'impact de ces différents composants du système d'observations locales sur la qualité des conditions initiales et des prévisions. Deux jeux d'observations simulées ont été créés à cette fin, dans le but de s'abstraire de l'erreur modèle et de mieux estimer l'influence des observations. Les expériences ont également été effectuées avec un hiver d'observations réelles. Les prévisions de COBEL-ISBA sont très peu dégradées lorsque l'on utilise un mât de 10 m, tel que ceux utilisés dans les stations météorologiques pour mesurer la force et la direction du vent, au lieu de 30 m. Le mât de mesure étant le composant le plus coûteux du système d'observations locales, ce résultat permet d'envisager l'installation de COBEL-ISBA sur des aéroports de taille moyenne n'ayant pas les moyens financiers des grands aéroports. Les observations ayant le plus d'impact sur la qualité des prévisions des conditions de faible visibilité sont celles qui permettent d'estimer l'épaisseur initiale de la couche de brouillard. L'heure de dissipation du brouillard dépend en effet fortement de celle-ci. Les mesures du contenu en eau du sol ont également une grande influence sur les scores, car elle influence les taux de refroidissement nocturne et de réchauffement diurne.

Le système d'assimilation opérationnel calcule le meilleur estimateur linéaire non-biaisé (BLUE) pour la température et l'humidité, en utilisant des statistiques d'erreur d'ébauche fixes dans le temps. Celles-ci ont été estimées grâce à un ensemble ; il a été montré qu'elles suivent un cycle diurne marqué et varient fortement sur la verticale. Une corrélation non négligeable entre les erreurs de l'ébauche sur la température et l'humidité a également été mise en évidence. Suite à ces conclusions, un système d'assimilation mieux adapté aux systèmes non-linéaires a été mis en place : le filtre de Kalman d'ensemble. Celui-ci permet d'estimer les statistiques d'erreur de l'ébauche dynamiquement à chaque simulation. Il donne de bons résultats avec les deux jeux d'observations simulées : les scores sur la température et l'humidité sont améliorés significativement tant pour les conditions initiales que pour les prévisions. Les heures de début et de fin sont mieux prévues et les taux de détection et de fausse alarme améliorés. En utilisant des observations réelles, l'amélioration est significative pour les échéances inférieures à quatre heures.

Les filtres à particules sont une méthode de filtrage non-linéaire qui consiste à estimer la densité de probabilité de l'ébauche à partir d'un nombre fini d'ébauches ou particules. Le nombre de particules nécessaire à un bon fonctionnement du filtre varie selon la taille du système et le type de filtre à particules utilisé. Plusieurs études ont montré le potentiel de cette méthode d'assimilation de données, mais aussi les difficultés associées à son implémentation. Un filtre à particule avec sélection génétique a été adapté à la prévision déterministe 1D du brouillard à l'aide du modèle COBEL-ISBA. Les observations ont été assimilées dans une fenêtre d'assimilation au lieu d'un point temporel donné, ce qui maximise leur impact. Ce nouveau type de système d'assimilation donne de bons résultats avec des observations simulées, et ce avec relativement peu de particules.



**Mots clés** : brouillard, assimilation de données, filtre de Kalman d'ensemble, filtre à particules

---