

MÉMOIRE DE RECHERCHE (Master Math 1)

Fonctions itérées stochastiques et images fractales

Enseignant : P. Del Moral (delmoral@math.unice.fr)

Les fonctions itérées stochastiques font partie des exemples les plus élémentaires de chaînes de Markov. A titre illustratif, on se donne un couple de transformations déterministes et continues du plan S_0 , et $S_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. A l'aide d'un simple pile ou face, $\epsilon_n = 0$ ou $\epsilon_n = 1$, on choisit à chaque étape n , l'une des transformations S_{ϵ_n} , et l'on pose

$$X_n = S_{\epsilon_n}(X_{n-1}) = S_{\epsilon_n} \circ S_{\epsilon_{n-1}} \circ \dots \circ S_{\epsilon_1}(X_0)$$

Ces systèmes aléatoires produisent en temps long des images fractales. Plus précisément, les mesures d'occupation $\mu_n = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n \delta_{X_p}$ de ces marches aléatoires convergent asymptotiquement, lorsque l'horizon temporel tend vers l'infini, vers des mesures limites μ_∞ portées par des images fractales.

L'objectif de ce mémoire de recherche concerne la modélisation, et l'analyse probabiliste de fonctions itérées stochastiques. Une partie du mémoire portera sur les interprétations probabilistes de divers ensembles fractal de type Cantor, ou de Sierpinski, soit encore des images fractales de type feuillage, ou arbres.

Ce mémoire de recherche peut être conduit soit d'un point de vue théorique avec l'étude de la stabilité de ces modèles probabilistes, soit d'un point de vue numérique, avec la simulation sur ordinateur de fonctions itérées stochastiques et d'images fractales.