TD - ESSI2 (option MMDFA)

Exercice 1 *On considère un marché financier viable à deux états sur deux périodes. Un émetteur d'une option f offre un prix C. Étudier les gains et pertes de ce vendeur dans les trois cas de figure suivants*

$$1)\ C = C^\star(f)\ , \quad 2)\ C > C^\star(f)\ , \quad \text{et} \quad 3)\ C < C^\star(f)$$

Exercice 2 *On considère le modèle de marché réactualisé décrit par l'arbre des épreuves suivant :*

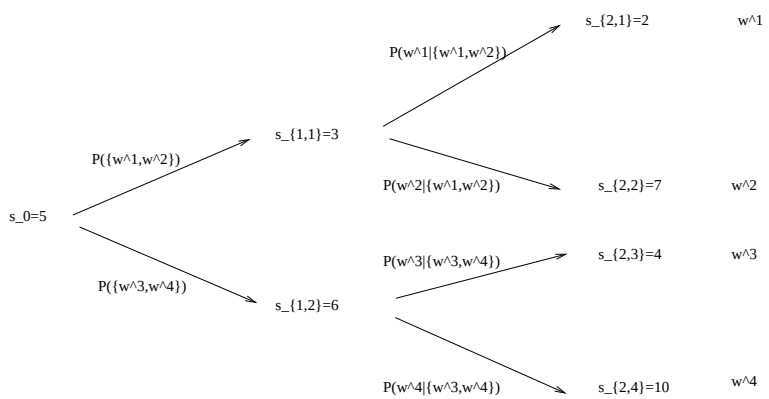

FIG. 1 – Evolution des actifs **réactualisés**

On considère un droit conditionnel de fonction de paiement réactualisée

$$\forall i \in \{1,2,3,4\} \qquad \overline{f}(\omega^i) = f(\omega^i)/(1+r)^2 = g(\overline{S}_2^2(\omega^i)) = \overline{f}_i$$

1. *Neutraliser ce modèle de marché financier. Autrement dit, déterminer l'unique probabilité $\mathbb{P}^\star$ sur $\Omega = \{\omega^i,\ i = 1,2,3,4\}$ telle que*

$$\forall k = 2,1 \qquad \mathbb{E}^\star(\overline{S}_k^2 \mid \overline{S}_{k-1}^2) = \overline{S}_k^2$$

2. *Déterminer un portefeuille de couverture permettant de couvrir l'option $\overline{f}$.*
3. *Vérifier que ce portefeuille de couverture permettra à l'émetteur de l'option d'honorer son contrat dans chaque jeu d'aléas.*

Exercice 3 *Dans le modèle de marché décrit dans l'exercice 2, un agent financier émet une option d'achat de fonction de paiement réactualisée*

$$\overline{f} = \left(\overline{S}_2^2 - 9\right)_+$$

Déterminer le prix de cette option, et son portefeuille de couverture.

Exercice 4 *Dans le modèle de marché décrit dans l'exercice 2, un agent financier émet une option de vente de fonction de paiement réactualisée*

$$\overline{f} = \left(7 - \overline{S}_2^2\right)_+$$

Déterminer le prix de cette option, et son portefeuille de couverture.