

## TD - ESSI2 (option MMDFA)

**Exercice 1** On considère un marché financier viable à deux états sur deux périodes. Un émetteur d'une option  $f$  offre un prix  $C$ . Étudier les gains et pertes de ce vendeur dans les trois cas de figure suivants

- 1)  $C = C^*(f)$ , 2)  $C > C^*(f)$ , et 3)  $C < C^*(f)$

**Exercice 2** On considère le modèle de marché réactualisé décrit par l'arbre des épreuves suivant :

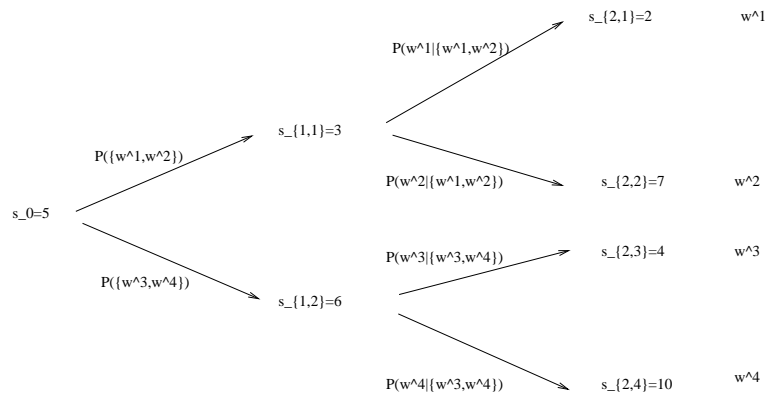


FIG. 1 – Evolution des actifs **réactualisés**

On considère un droit conditionnel de fonction de paiement réactualisée

$$\forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \bar{f}(\omega^i) = f(\omega^i)/(1+r)^2 = g(\bar{S}_2(\omega^i)) = \bar{f}_i$$

1. Neutraliser ce modèle de marché financier. Autrement dit, déterminer l'unique probabilité  $\mathbb{P}^*$  sur  $\Omega = \{\omega^i, i = 1, 2, 3, 4\}$  telle que

$$\forall k = 2, 1 \quad \mathbb{E}^*(\bar{S}_k^2 \mid \bar{S}_{k-1}^2) = \bar{S}_k^2$$

2. Déterminer un portefeuille de couverture permettant de couvrir l'option  $\bar{f}$ .
3. Vérifier que ce portefeuille de couverture permettra à l'émetteur de l'option d'honorer son contrat dans chaque jeu d'aléas.

**Exercice 3** Dans le modèle de marché décrit dans l'exercice 2, un agent financier émet une option d'achat de fonction de paiement réactualisée

$$\bar{f} = (\bar{S}_2^2 - 9)_+$$

Déterminer le prix de cette option, et son portefeuille de couverture.

**Exercice 4** Dans le modèle de marché décrit dans l'exercice 2, un agent financier émet une option de vente de fonction de paiement réactualisée

$$\bar{f} = (7 - \bar{S}_2^2)_+$$

Déterminer le prix de cette option, et son portefeuille de couverture.